ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫНЫҢ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Ш.ЕСЕНОВ АТЫНДАҒЫ КАСПИЙ МЕМЛЕКЕТТІК ТЕХНОЛОГИЯЛАР ЖӘНЕ ИНЖИНИРИНГ УНИВЕРСИТЕТІ

Ә.Б.ТҮРКМЕНБАЕВ

МЕХАНИКАДАН ЕСЕПТЕР ШЫҒАРУҒА АРНАЛҒАН ӘДІСТЕМЕЛІК ОҚУ ҚҰРАЛЫ
КИНЕМАТИКА

Ақтау, 2010

ӘОЖ 531(075.8)
ББК 22.21я73
Т 90

Пікір жазғандар:

1. п.ғ.д., профессор А.Қ.Ахметов – Ш.Есенов атындағы Каспий мемлекеттік технологиялар және инжиниринг университеті
2. ф.-м.ғ.к., доцент Б.Дүйсембаев – Ақтау қаласындағы шетел тілдері колледжі
3. п.ғ.к., доцент Б.Қуанбаева – Х.Досмұхамедов атындағы Атырау мемлекеттік университеті

Т 90 Түркменбаев Ә.Б.

Механикадан есептер шығаруға арналған әдістемелік оқу құралы. – Ақтау, 2010. – 95 бет.

ISBN 978-601-226-049-6

050110 – Физика мамандығында оқитын студенттерге механика курсы бойынша есептер шығаруға арналған әдістемелік оқу құралы.

Әдістемелік оқу құралында «Кинематика» тарауына сұрақтар мен жаттығулар, есептер шығару әдістемесі, есеп шығару мысалдары, студенттерге өзіндік жұмысқа есептер, олардың жауаптары берілген.

ӘОЖ 531(075.8)
ББК 22.21я73

Ш.Есенов атындағы Каспий мемлекеттік технологиялар және инжиниринг университетінің ғылыми кеңесінің шешімімен баспаға ұсынылған.

ISBN 978-601-226-049-6

АЛҒЫ СӨЗ

Жоғары оқу орындарында 050110 – «Физика» мамандығы бойынша оқитын студенттердің Жалпы физика курсын оқыту үрдісінде ең басты қиналатын мәселесі - есеп шығару екендігі кімге де күмән туғызбайды. Барлығын бірден айтпағанда, теориялық материалды саралап, бүге-шүгесіне дейін айтып беріп, топтан озып шығып тұрған студенттердің өзінің де физика есебін шығаруда шорқақ екендігін байқаймыз. Бұл студенттің теориялық материалдың физикалық мәніне түсінбей, оны механикалық түрде есте сақтап қалуынан болады. Ал ондай білімнің күнделікті тұрмыста кездесетін кейбір физикалық құбылыстардың мәнін түсіндіруге, физикалық есептерді шығаруға ешбір көмегі тимейді. Физиканың логикалық есептерін шығару математикалық есептерді шығаруға қарағанда қиынырақ, себебі мұнда үнемі математикалық түрлендірулерді қолданып, есептің шешімін таба алмайсың. Бұл есептер үшін басты шарт – құбылыстың физикалық мәнін түсіну, сол арқылы логикалық теңдеу құру. Сонда ғана есептің ақиқат шешімін табуға болады. Жоғарыда айтылған шарттар осы әдістемелік құралды жазуға себепші болды. Сондықтан бұл әдістемелік құрал физиканы баға үшін емес, саналы түрде меңгеруге талпынған студентке есеп шығару, оның қандай тақырыпты жете түсінетінін, нені үстірт білетінін анықтауға толық жауап береді.

Бұл әдістемелік құралда Жалпы физика курсының Механика бөлімінің Кинематика тарауы бойынша теориялық материалдарға қатысты есеп шығарудың әдіс-тәсілдері келтірілген.

1. ФИЗИКАЛЫҚ ЕСЕП ЖӘНЕ ОНЫ ШЫҒАРУДЫҢ ТӘРТІБІ

Есеп шығару - студенттердің ой-өрісін дамытудың негізгі құралы, алған теориялық білімді іс жүзінде қолданудың жолы. Олар физикалық құбылыстар мен заңдарды тереңірек және берік меңгеруге, логикалық ойлаудың дамуына, игерген білім негіздерін өзара байланыстырып қолдана білуге үйретеді. Есеп шығару барысында кейде физикалық жаңа ұғымдар мен формулаларды алғашқы рет енгізуге, студенттерге оқып үйренілетін заңдылықтарды алдын-ала түсіндіруге, жаңа оқу материалының мазмұнымен күн ілгері таныстыруға болады.

Оқу үрдісінде, әдетте, физикалық есептер онша үлкен қиындықтар тудырмайды, ол жалпы алғанда логикалық тұжырымның көмегі арқылы физиканың заңдары мен әдістері негізінде математикалық есептеулер мен эксперименттің көмегімен шығарылады.

Есептерді шығару көптеген мақсаттарды көздейді: физикалық құбылыстардың мазмұнын түсінуге, ұғымдарды қалыптастыруға, студенттердің шығармашылық ойлауын дамыту және оларға өз білімдерін іс жүзінде қолдана білуге үйрету, студенттерді тәрбиелеу, білімдерін, дағдылары мен іскерліктерін қадағалау және есепке алу.

Дидактикалық мақсатта есептер мынадай түрге бөлінеді:

а) жәй есептер, өтілген анықтамаларды бекітуге арналған, формулалардың мәнін, заңдарды түсіндіретін, дайын формула арқылы кейбір өлшемдерді табуға арналған жаттығу есептері;

ә) күрделірек есептер, белгілі бір физикалық жағдайдың талдауын талап ететін, берілген есепте қандай физикалық заңдылық құбылысты сипаттайтынын түсіне отырып өтіп кеткен тақырыпты қолдана білу, математикада пайдаланып жүрген заңдылықтарды көрсету және т.б. Мұндай есептер көбінесе тек қана есте сақтауға ғана емес, сондай-ақ тиімді түрде ойлауға - олар студенттерден алған білімдерін өз беттерінше берілген есеп шартына қарай қайта өңдеуін талап етеді. Бұл есептер білімді, іскерлікті тереңірек меңгеруге және оларды қолдана білуге жәрдемдеседі;

б) есеп шарты есептер жинағында берілгеніне қарағанда онша таныс емес немесе сабақта шығарған есептерге ұқсастығы аз, есепті шығару кезінде білімді қолдану аумағынан екінші бір аумақта қолдана білу талап етілетін: механика заңдарын, электродинамикада электр немесе магнит өрісінде зарядталған бөлшектің қозғалысын есептеуге;

в) студенттердің жаңа білім алуы үшін пайдаланылатын есептер болып келеді. Оларды шығару процесінде студенттер есепті қайта құру жолымен оны қайта өзгертетін проблемалы жағдайда болады.

Есептің түріне, мазмұнына қарай, қойылған сұрауларға қарай оны шығарудың жолдары әр түрлі болуы мүмкін. Дегенмен де, әдістемелік тұрғыдан физика есептерін шығарудың белгілі бір ортақ тәсілдері бар. Жалпы алғанда бұл тәртіпті мынадай схема түрінде беруге болады:

1. Есептің шартымен танысу. Бұл мәселеге ерекше көңіл бөлу керек. Себебі студенттердің саналы, нәтижелі жұмыс істеуі, осы мәселеге байланысты. Есептің шартын мұқият оқып, әрбір мәселені ашып, қойылған сұрақтарды анықтап шығу керек.

Мұнда кейбір жаңа терминдердің, түсініксіз сөздердің, кейбір шамалардың мағынасын түсіндіре кету керек. Есептің шартын тұжырымдай келе оны қысқаша жазу керек.

2. Есептің мазмұнын талқылау. Есептің шарты бойынша келтірілген құбылыстардың, шамалардың физикалық мағынасын, заңдарын, бір-бірімен байланыстылығын анықтау. Мұнда қосымша суреттер, графиктер сызу керек. Кейбір елемей кетуге болатын жағдайларды анықтау, есептің шартын жеңілдетеді (Мысалы, үйкеліс күші аз, бұл жерде ескермейміз деген сияқты).

3. Есепті шығару. Есептің сұрауына жауап берудің жолдарын іздестіру. Былайша айтқанда есептің сұрауына жауап беретін физикалық құбылыстардың тізбегін анықтау. Мұны сұраққа жауап беретін қарапайым формуладан бастап, әрі қарай оның құрамындағы шамаларды есептің шартымен байланыстыру, сөйтіп қорытынды формуланы алу. Мүмкіндігі болса, бұл формуланы алгебралық түрде тауып, тек содан кейін есептің сан мәндерін қойған жөн.

4. Есептеу. Есептегі шамаларды формулаға қоюдан бұрын бір жүйеге келтірген жөн. Есептеуде шамалардың дәлдік мәндерін де ұмытпау керек. Жалпы барлық сандардың дәлдігі шамалас болу керек.

5. Есептің жауабын тексеру. Біріншіден, есептің жауабы шындыққа ұқсас болуы керек. Тек содан кейін оны жауабымен салыстыруға, тексеруге болады. Есептің шартын оқудан бұрын студенттерге есепті қай тақырыпқа шығаратынымызды айтуымыз керек. Сонда студенттер есепке қажетті формуланы оңай табатын болады.

Есепті талқылауда, студенттер құбылыстарды көз алдарына елестете алатындай жағдай туғызу керек. Бұл үшін түрлі көрнекі құралдарды, қарапайым тәжірибелерді пайдалануға болады. Осы оқиғалардың динамикасын беретін схемалық суреттер пайдаланған дұрыс. Есепті шығаруда, міндетті түрде қорытынды формула табу қажет емес. Кейде есепті бөлшектеп шығару қолайлы болады.

Есепті қай бірліктер жүйесінде шығару қажет екендігі, біріншіден, есептің шартына байланысты, екіншіден, қорытынды формулаға қарайды. Барлық жағдайда формулаға қойылған шамаларды есептеу оңай болу керек. Осыған орай, есепте берілген біраз шамаларды жуықтап бүтін сандарға айналдырған жөн. Мысалы, есепте маятниктің ұзындығы $\ell = 98{,}9\,см$ берілсе, жуықтап $\ell \approx 100\,см$ деп алуға болады. Сол сияқты еркін түсу үдеуін $g \approx 10 м/сек^2$ деп алуға болады. Және де тұрақтылардың да жуық мәндерін алуға болады. Мысалы, жарық жылдамдығының соңғы жылдарда табылған орташа мәні $c = 299792500 \pm 100$ м/сек . Әрине бұл шаманы жуықтап $c = 300000000$ м/сек $= 3 \cdot 10^8$ м/сек деп алуға болады. Бұл жағдайда біздің жіберетін қатеміз:

$$\eta = \frac{\Delta c}{c} \cdot 100\% \approx \frac{0{,}002}{3} \cdot 100\% \approx 0{,}07\%$$

Демек, бір пайызға да жетпейді.

Жалпы есептерде берілетін шамаларды жазғанда, негізінен, Халықаралық бірліктер жүйесінде (СИ) өрнектеген жөн.

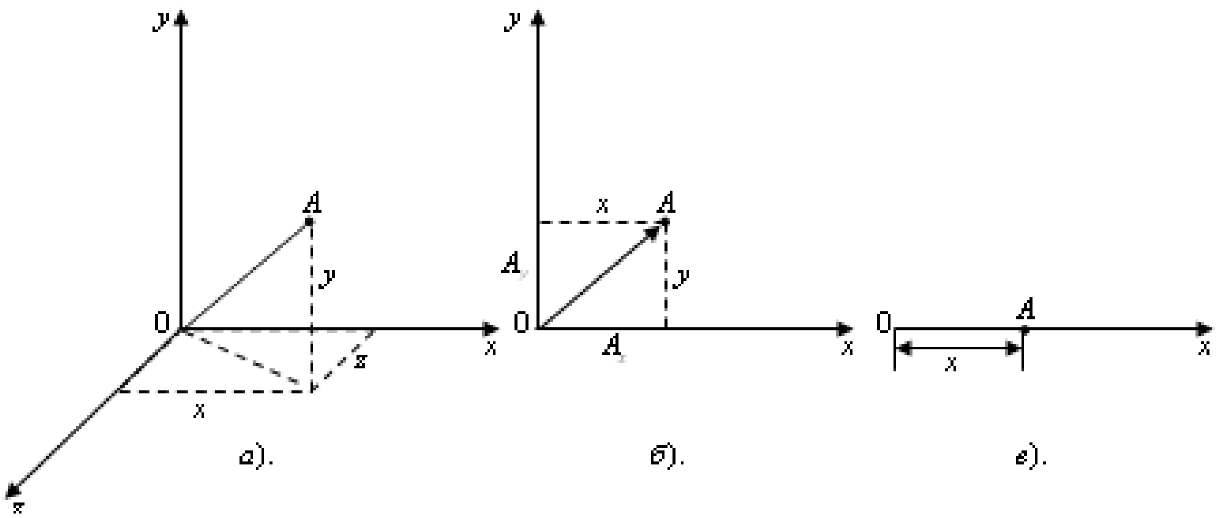
Есептеуге ыңғайлы болу үшін өте үлкен не кіші сандарды дәреже арқылы жазған жөн.

2. КИНЕМАТИКАДАҒЫ НЕГІЗГІ ҰҒЫМДАР

Механика – физиканың денелер қозғалысын зерттейтін бөлімі. Механикада қарастырылатын мәселе – дененің кез келген уақыт мезетіндегі орнын анықтау.

Денелердің қозғалысын қарастырғанда, көп жағдайда, олардың деформациялануы ескерілмейді. Қозғалыс кезінде денені құрайтын бөлшектердің ара қашықтықтары өзгермейтін болса, онда ондай денені абсолют қатты дене дейді. Абсолют қатты денелер қозғалысын қарастырғанда, олардың өлшемдерін көбінесе ескермейді. Берілген жағдайда (есепте) өлшемдерін ескермеуге болатын денені материялық нүкте деп атайды.

«Дене қозғалады» дегенде, оның немен салыстырғанда қозғалатынын айтпасақ, сөзіміз мағынасыз болады, өйткені механикалық қозғалыс әрқашан салыстырмалы ұғым. Қозғалмайды деп алынған денені санақ денесі дейді. Санақ денесі және ара қашықтық пен уақытты өлшеуге арналған құралдар санақ жүйесін құрайды. Әдетте, санақ жүйесіне белгілі бір координаттар жүйесі бекітіледі (1, а-сурет). Материялық А нүктенің орны санақ жүйесінде координаттар арқылы немесе радиус-вектормен, яғни координаттар басынан берілген А нүктесіне жүргізілген вектормен анықталады (1, б-сурет).



1-сурет.

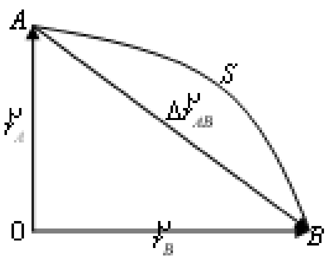
Дене қозғалғанда оның берілген санақ жүйесінде белгілі бір ретпен басып өтетін нүктелер жиынын траектория дейді.

Қозғалыстағы материялық нүктенің кеңістіктегі орнын анықтау үшін x,y,z үш координат (1, а-сурет), жазықтықтағы орнын анықтағанда x және y екі координат (1, б-сурет), түзудің бойымен қозғалғанда бір координаттың мәні қажет (1, в-сурет).

Дене екі жағдайда материялық нүкте деп аталады: а) дененің өлшемі осы дене қозғалуы нәтижесінде жүрілген аралықпен салыстырғанда немесе осы денеден басқа денелерге дейінгі ара қашықтықпен салыстырғанда өте аз болса; б) дененің барлық нүктесі бірдей қозғалыспен сипатталған жағдайда, яғни барлық нүктесінің кез келген мезеттегі жылдамдықтары мен қозғалыс траекториялары бірдей болса, мұндай қозғалыс ілгерлемелі қозғалыс деп аталады. Ілгерлемелі қозғалыс кезінде денемен байланысқан кез келген түзу өзіне өзі параллель орын ауыстырады. Денелердің ілгерлемелі қозғалысы траекторияның түріне қарай екіге бөлінеді: егер траектория түзу болса, онда түзу сызықты ілгерлемелі қозғалыс, ал траектория қисық сызық болса, онда қисық сызықты ілгерлемелі қозғалыс деп аталады.

Ілгерлемелі қозғалыс

Дене ілгерлемелі қозғалыс жасағанда, оның барлық нүктелерінің қозғалыс сипаты бірдей болатындықтан, дененің орнына материялық нүктенің қозғалысын қарастырамыз. Материялық нүкте қисық бойымен қозғалады делік (2-сурет). Осындағы $\Delta\vec{r}$ векторы орын ауыстыру болып шығады. Материялық нүктенің белгілі бір уақыт аралығындағы орын ауыстыруы дегеніміз нүктенің бастапқы уақыт мезетіндегі орнынан соңғы уақыт мезетіндегі орнына жүргізілген $\Delta\vec{r}$ векторы (2-сурет). 2-суреттен $\vec{r}_B = \vec{r}_A + \Delta\vec{r}$ бұдан орын ауыстыру векторы мынаған тең: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_B = \vec{r}_A$.



2-сурет.

Материялық нүкте траекториясының ұзындығына тең скаляр шама S жүрілген жол деп аталады (2-сурет). Материялық нүкте түзу бойымен бір бағытта қозғалғанда жол мен орын ауыстыру векторының модулінің мәні тең болады, яғни $S = |\Delta\vec{r}|$, ал басқа жағдайларда орын ауыстыру модулі әрқашан жол ұзындығынан $S > |\Delta\vec{r}|$ аз болады. Тіпті, шеңбер бойымен болатын немесе тербелмелі қозғалыста орын ауыстыру модулі кейде нөлге де тең болуы мүмкін, өйткені дене бастапқы орнына қайта-қайта оралады. Ал жүрілген жол уақытқа байланысты кемімейтін, әрқашан оң скаляр шама.

Орын ауыстыруды осы орын ауыстыруға кеткен уақытқа бөлсек, қозғалыс жылдамдығы шығады: $\vec{\vartheta} = \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$. Бұл нүктенің АВ түзуі бойымен Δt уақыт ішіндегі қозғалыс жылдамдығы (2-сурет). Мұның мәні қозғалыс жылдамдығының нақты мәніне сәйкес келмейтінін оңай байқауға болады. Алайда, егер Δt уақыт аралығын шексіз азайтсақ, яғни В нүктесін А нүктесіне жақындатсақ, онда $\Delta\vec{r}$ де нөлге ұмтылады, ал оның бағыты А нүктесіне жүргізілген жанама бойымен бағытталып, $\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ жылдамдықтың мәні материялық нүктенің нақты жылдамдығы мәнінен айырмашылығы азая береді. Сонымен, бұл жылдамдық – уақыт Δt нөлге ұмтылғанда $\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$ қатынасының ұмтылатын шегі:

$$\vec{\vartheta} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

Жылдамдық қозғалыс күйінің сандық өлшеуіші; физика тілінде айтқанда, жылдамдық элементар орын ауыстыру векторының осы орын ауыстыруға кеткен уақытқа қатынасына тең шама.

Траекторияның берілген нүктесіндегі жылдамдық – осы нүктеге жүргізілген жанаманың бойымен бағытталады.

Материялық нүктенің қозғалыс жылдамдығының уақытқа байланысты өзгеруін сипаттайтын шама – үдеу. Удеу уақыт өтуіне байланысты жылдамдықтың модулі мен бағытының қалай өзгеретінін көрсетеді де, сан жағынан, жылдамдық өзгерісі векторының $\Delta\vec{\vartheta}$ осы өзгеріске кеткен Δt уақытқа қатынасына тең болады: $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{\vartheta}}{\Delta t}$.

Кинематикадан есеп шығарғанда, берілген траектория бойынша жолдың ұзындығының уақытқа тәуелділігі түрі анықталады. Қозғалыс траекториясы мен қозғалыс заңы бір-біріне байланысты емес сипаттамалар, сондықтан қандай да болсын бір қозғалысты қарастырғанда олардың әрқайсысының ерекшеліктерін атап айту қажет.

Траекторияның түріне қарай қозғалыс түзу сызықты қозғалыс және қисық сызықты қозғалыс болып бөлінеді.

Қозғалыс заңдарының берілуі:

1) жолдың S ұзындығының t уақытқа тәуелділігін көрсететін кесте түрінде;

2) жолдың S ұзындығының t уақытқа тәуелділігі график түрінде;

3) жолдың S ұзындығының t уақытқа тәуелділігі формула түрінде беріледі.

Қозғалыс заңдарының барлығы қозғалыстың (түзу сызықты ма, жоқ әлде қисық сызықты ма оған тәуелсіз) түріне қарамастан бірдей жазылатын болғандықтан, бұдан былай біз орын ауыстыру мен жылдамдық модульдерінің уақытқа байланысты өзгерістерін көрсететін қозғалыс заңдарын ғана қарастырамыз. Ал орын ауыстыру, жылдамдық бағыттарының өзгерісін қозғалыс траекториясы сипаттайды.

Егер қозғалыс кезінде қозғалыс бағыты (немесе жылдамдық бағыты) өзгермесе, онда ол түзу сызықты қозғалыс деп аталады.

Егер қозғалыс кезінде қозғалыс бағыты (жылдамдықтың бағыты) өзгеріп отырса, онда мұндай қозғалыс қисық сызықты қозғалыс деп аталады.

Егер жылдамдық модулі уақыт өтуіне қарай өзгермесе, онда мұндай қозғалысты бір қалыпты қозғалыс дейді, яғни дене тең уақыт аралықтарында бірдей жол жүреді.

Егер тең уақыт аралықтарында жылдамдық модулі бірдей шамаларға өзгеретін болса, онда мұндай қозғалысты бір қалыпты үдемелі қозғалыс дейді.

Жоғарыдағы анықтамаларды пайдалана отырып, жалпы физика курсында қарастырылатын барлық күрделі қозғалыс түрлерінің сәйкес анықтамаларын беруге болады.

1. Егер қозғалған дене тең уақыт аралықтарында бірдей жол жүріп (яғни жылдамдық модулі өзгермесе) және қозғалыс бағыты өзгермесе, онда мұндай қозғалыс бір қалыпты түзу сызықты қозғалыс деп аталады.

2. Қозғалыс бағыты ұдайы өзгеріп отырып, ал жылдамдық модулі тұрақты болатын қозғалысты бір қалыпты қисық сызықты қозғалыс дейді.

3. Егер қозғалыс бағыты өзгермесе, ал жылдамдық модулі бойынша тең уақыт аралықтарында бірдей шамаға өзгеріп отыратын болса, онда қозғалыс түзу сызықты бір қалыпты үдемелі қозғалыс деп аталады.

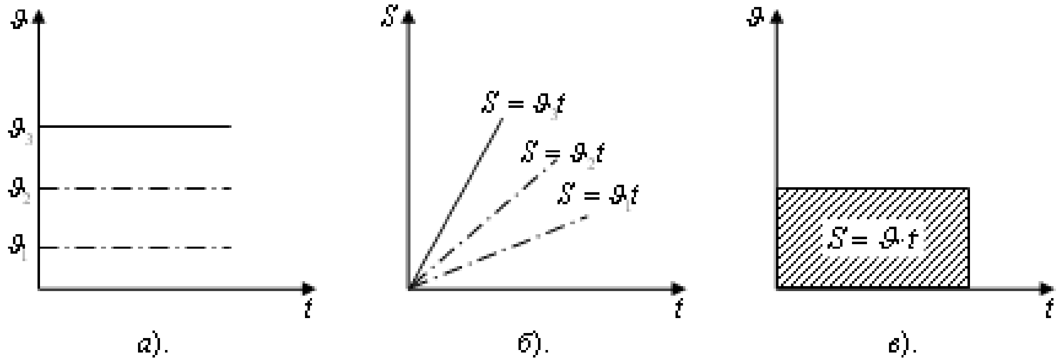
4. Қозғалыс бағыты ұдайы өзгеріп отырып, ал жылдамдық модулі тең уақыт аралықтарында бірдей шамаға өзгеретін қозғалыс қисық сызықты бір қалыпты үдемелі қозғалыс деп аталады.

Қозғалыс заңдарын қарастырған кезде дененің кез келген траектория бойымен болатын (мысалы, судың, өзеннің бұралаңдаған арнасымен ағысы) қозғалысының жолы мен жылдамдығының мәндері қажет болады. Сондықтан олардың мәндерін шартты түрде бір бағытта мысалы, ағыс бағыты бойынша оң деп, ал керісінше, ағыс бағытына қарсы болса, теріс деп аламыз.

Бір қалыпты қозғалыс. Жылдамдық. Бір қалыпты қозғалыстың жолы мен жылдамдығының графигі

Материялық нүкте траектория бойымен тең уақыт аралықтарында бірдей жол жүрсе немесе уақыт өтуіне қарай жылдамдық модулі өзгермесе, ондай қозғалыс бір қалыпты қозғалыс деп аталады, яғни $\vartheta = \frac{S}{t} = const$. Олай болса, қозғалыс кезінде жүрілген жол жылдамдық модулін уақытқа көбейткенге тең: $S = \vartheta \cdot t$.

Дененің t уақыт мезетіндегі координаты $x = x_0 + S = x_0 + \vartheta \cdot t$, мұндағы x_0 дененің $t = 0$ бастапқы мезеттегі координаты. 3-суретте бір қалыпты қозғалыстың жылдамдығы мен жолының уақытқа байланысты сызбасы көрсетілген. Жылдамдық неғұрлым көп болса, жолдың уақытқа байланысты сызбасындағы (3, б-сурет) түзудің көлбеулік бұрышы соғұрлым тік болады. $x = 0$ болса, онда координат пен жолдың сызбалары сәйкес келеді. Халықаралық бірліктер жүйесінде жылдамдық бірлігіне бір секундтағы метр алынған. Алайда, жүйеден тыс бірліктер де қолданылады, мысалы бір сағаттағы километр (км/сағ), бір секундтағы километр (км/с) және т.б.



3-сурет.

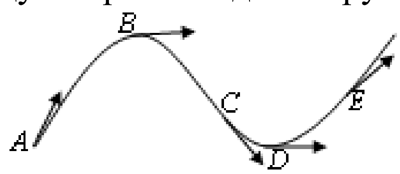
Айнымалы қозғалыс. Орташа және лездік жылдамдық. Үдеу

Айнымалы қозғалыс деп уақыт өтуіне қарай жылдамдық модулі өзгеріп отыратын немесе материялық нүкте траектория бойымен тең уақыт аралықтарында әр түрлі жол жүретін қозғалысты айтады.

Айнымалы қозғалыстың $\vartheta_{\text{орт}}$ орташа жылдамдығы дененің Δt уақыт аралығында жүрген ΔS жолын осы Δt уақыт аралығына бөлгенге тең: $\vartheta_{\text{орт}} = \dfrac{\Delta S}{\Delta t}$. Орташа жылдамдық – скаляр шама. Мысалы, поездың, автомобильдің, жаяу адамның және т.б. орташа жылдамдығы туралы айтылады.

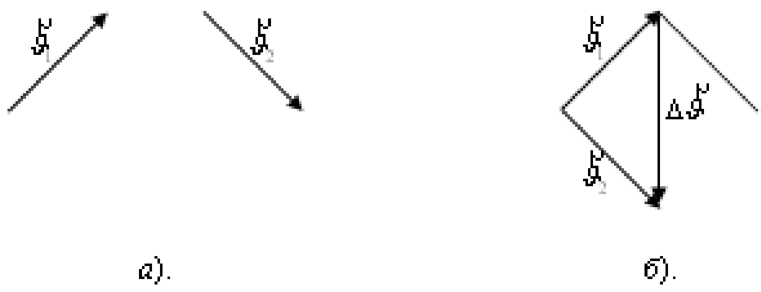
Материялық нүкте қозғалысы әр уақыт мезетінде, яғни басқаша айтқанда, траекторияның әр нүктесінде лездік жылдамдық деген физикалық шамамен сипатталады. Лездік жылдамдық сан жағынан Δt уақыт аралығын шексіз азайтқанда орташа жылдамдықтың ұмтылатын шегіне тең.

Лездік жылдамдық – вектор, ол қозғалыс траекториясына жүргізілген жанама бойымен бағытталады (4-сурет). Вектор болғандықтан жылдамдықтың бірыңғай бағыты немесе бірыңғай модулі ғана өзгеріп қоймай әрі бағыты, әрі модулі бір мезгілде өзгеруі мүмкін.



4-сурет.

1. Жылдамдық модулі тұрақты болып $|\vartheta| = const$, ал оның бағыты уақытқа байланысты өзгеріп отыратын жағдайды қарастырайық (5, а-сурет), $|\vec{\vartheta}_1| = |\vec{\vartheta}_2|$.

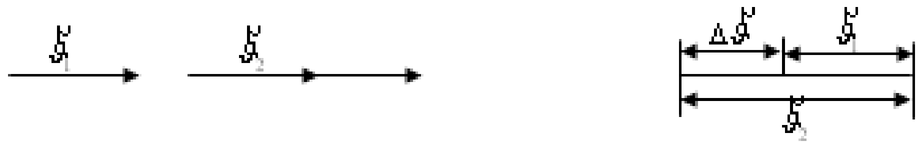


5-сурет.

Жылдамдықтың Δt уақыт аралығындағы $\Delta\vec{\vartheta}$ өзгерісі $\Delta\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_2 - \vec{\vartheta}_1$ (немесе $\vec{\vartheta}_2 = \vec{\vartheta}_1 + \Delta\vec{\vartheta}$), $|\vec{\vartheta}_2| = |\vec{\vartheta}_1|$ болғандықтан, $\Delta\vec{\vartheta}$ жылдамдықтың бағыты жағынан болатын өзгерісін көрсетеді (5, б-сурет). Шексіз аз уақыт аралығындағы жылдамдық бағыты өзгерісінің осы уақытқа қатынасымен сипатталатын физикалық шаманы нормаль үдеу дейді, яғни $\vec{a}_n = \lim\limits_{\Delta t \to 0}\left(\dfrac{\Delta\vec{\vartheta}}{\Delta t}\right)$.

Сонымен, нормаль үдеу жылдамдық бағыты өзгерісін сипаттайды.

2. Енді уақытқа байланысты жылдамдық модулі өзгеріп, ал жылдамдық бағыты өзгермейтін жағдайды қарастырайық: $|\vec{\vartheta}_1| \neq |\vec{\vartheta}_2|$ (6, а-сурет).



а). б).

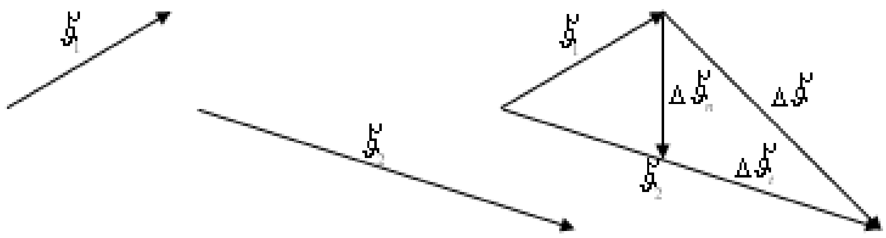
6-сурет.

Жылдамдықтың уақыт аралығындағы $\Delta\vec{\vartheta}$ өзгерісі $\Delta\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_2 - \vec{\vartheta}_1$. Қозғалыс бағыты өзгермейтіндіктен, $\Delta\vec{\vartheta}$ жылдамдықтың абсолют шамасының (модулінің) өзгерісін көрсетеді. Шексіз аз уақыт аралығындағы жылдамдықтың модулі өзгерісінің осы уақыт аралығына қатынасына тең физикалық шама тангенциал (жанама бойымен бағытталған) үдеу деп аталады.

$$\vec{a}_r = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta\vec{\vartheta}}{\Delta t}\right) \quad \text{немесе} \quad |\vec{a}_r| = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta\vec{\vartheta}}{\Delta t}\right).$$

Сонымен, тангенциал үдеу жылдамдықтың модулінің өзгерісін сипаттайды.

3. Енді, жылдамдықтың уақытқа байланысты бағыты да, модулі де өзгеретін жағдайды қарастырайық (7, а-сурет).



а). б).

7-сурет.

Жылдамдықтың Δt уақыт аралығындағы өзгерісі $\Delta\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_2 - \vec{\vartheta}_1$. 12, б-суретте $OB = OA$ кесінділері салынған, олар сан жағынан $\vec{\vartheta}_1$ жылдамдықтың модуліне тең, олай болса, суреттегі $\Delta\vec{\vartheta}_n$ векторы жылдамдықтың бағытының өзгерісін сипаттайды да, ал $\Delta\vec{\vartheta}_t$ - жылдамдықтың модулінің өзгерісін көрсетеді. Олай болса, $\Delta\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_n + \vec{\vartheta}_t$, бұдан

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta\vec{\vartheta}}{\Delta t}\right) = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta\vec{\vartheta}_n}{\Delta t} + \frac{\Delta\vec{\vartheta}_t}{\Delta t}\right) \text{ немесе } \vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t.$$

Дене қозғалысының жылдамдық векторы өзгерістерінің сандық сипаттамасы болып табылатын физикалық шама толық үдеу деп аталады. Үдеудің СИ жүйесіндегі өлшем бірлігі квадрат секундтағы метр (м/с^2).

Бірнеше қозғалысқа қатысатын материялық нүктенің жылдамдықтары, сондай-ақ үдеулері векторларды қосу ережесімен орындалады.

Егер материялық нүкте X өсі бойымен қозғалса, онда

$$\vartheta = \lim_{\Delta t \to 0}\left(\frac{\Delta x}{\Delta t}\right) = \frac{dx}{dt} = x^{/}(t), \quad |\vec{a}| = \lim_{\Delta t \to 0} \text{x}$$

$$x\left(\frac{\Delta\vartheta}{\Delta t}\right) = \frac{d\vartheta}{dt} = \vartheta^{/}(t), \quad a = \frac{d^2x}{dt^2} = x^{//}(t)$$ болады. Сонымен, егер

1) $a_n = 0$ және $a_t = 0$ болса, онда қозғалыс бір қалыпты түзу сызықты;

2) $a_n = 0$, $a_t \neq 0$ және $a_t = const$ болса, онда қозғалыс түзу сызықты бір қалыпты үдемелі;

3) $a_n \neq 0$ және $a_t = const$, ал $a_t = 0$ болса, онда қозғалыс бір қалыпты қисық сызықты деп аталады.

Бір қалыпты айнымалы қозғалыс. Бір қалыпты айнымалы қозғалыстың жолы мен жылдамдығының сипаттамасы

Тең уақыт аралықтары ішінде жылдамдық модулі бірдей шамаға өзгеріп отыратын қозғалысты бір қалыпты айнымалы қозғалыс дейді.

Дене бір қалыпты айнымалы қозғалыс жасағанда оның үдеуі тұрақты болады:

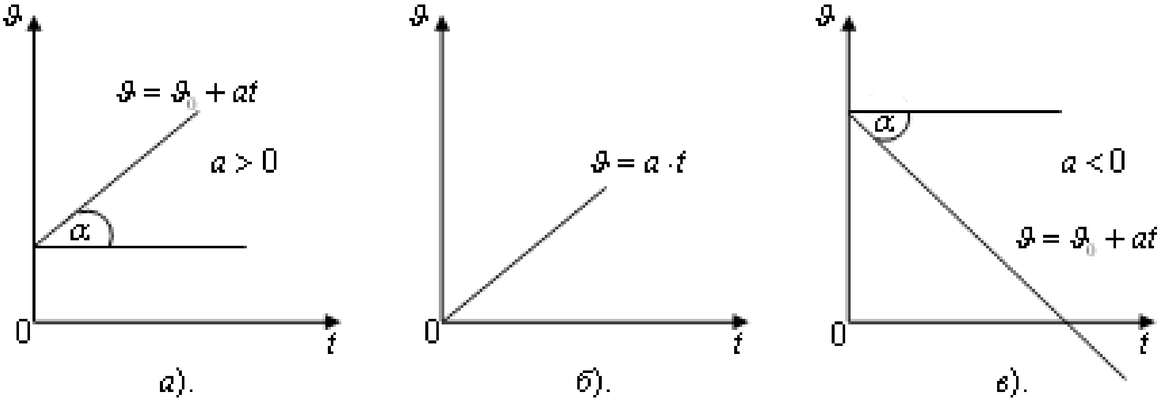
$$a_r = \frac{\vartheta - \vartheta_0}{t} \quad (1)$$

мұндағы ϑ_0 - дененің бастапқы жылдамдығының мәні; t - қозғалыс бақыланғаннан бергі уақыт; ϑ - жылдамдықтың t уақыт мезетіндегі мәні, ол бағыты жағынан бастапқы жылдамдықпен бағыттас болса оң, ал керісінше, оған қарсы бағытталса – теріс болады. Бір қалыпты айнымалы қозғалыстың уақыт мезетіндегі жылдамдығы:

$$\vartheta = \vartheta_0 + a \cdot t \quad (2)$$

Материялық нүктенің кез келген траекториямен болатын қозғалысы жылдамдығының уақытқа байланысты өзгерісін тік бұрышты координаттар жүйесінде көрсеткен қолайлы. Жоғарыда айтылған бойынша, оң бағыт ретінде бастапқы жылдамдықтың берілген траекториядағы бағыты алынады.

Материялық нүктенің бір қалыпты айнымалы қозғалыс жылдамдығы модулінің уақытқа байланысты сызбасы түзу сызық болады (8-сурет).



8-сурет.

Осы түзудің уақыт өсімен жасайтын α бұрышының тангенсі материялық нүктенің a үдеуіне тең ($a = tg\alpha$). Егер үдеу оң болса, үдеудің бағыты ϑ_0 бастапқы жылдамдықпен бағыттас, онда $tg\alpha > 0$ (8, а, 8, б-сурет), ал егер үдеу теріс болса, онда $tg\alpha < 0$, олай болса, бұл – кейбір уақыт мезеттерінде жылдамдықтың мәні ϑ_0 бастапқы жылдамдықтан кем болуы мүмкін деген сөз (8, в-сурет).

Ал енді, бір қалыпты үдемелі қозғалысты ($a > 0$) қарастырайық. Қозғалысқа кеткен уақытты бірнеше аралыққа бөлейік (9-сурет). Жүрілген жолды шамамен былай есептеуге болады:

$S = \vartheta_{\text{орт}1}\Delta t_1 + \vartheta_{\text{орт}2}\Delta t_2 + \vartheta_{\text{орт}3}\Delta t_3$, $\Delta t_1, \Delta t_2$ және Δt_3 уақыт аралықтарында дене сәйкес $\vartheta_{\text{орт}1}$, $\vartheta_{\text{орт}2}$ және $\vartheta_{\text{орт}3}$ орташа жылдамдықпен қозғалды деп есептесек, онда оның Δt_1 уақытта жүрген жолы $S_1 = \Delta t_1 \cdot \vartheta_{\text{орт}1}$, ал Δt_2 уақыт аралығында $S_2 = \Delta t_2 \cdot \vartheta_{\text{орт}2}$, сондай-ақ Δt_3 уақытта $S_3 = \vartheta_{\text{орт}3} \cdot \Delta t_3$ болады. Бұл теңдіктің оң жағы жоғары жағынан $a\,b\,c\,d\,f$ сынық сызығымен шектелген тік төртбұрыштардың аудандарының қосындысына тең ($S = S_1 + S_2 + S_3$). Уақыт аралығы көбейген сайын (яғни Δt уақыт аралығы азайған сайын) бұл сынық сызық AB түзуімен дәл келеді. Ендеше, дененің жүрген жолы жоғарыдан AB түзуімен, ал төменнен t уақыт өсімен шектелген трапецияның ауданына тең болады:

$$S = \left[\frac{(\vartheta_0 + \vartheta)}{2}\right] \cdot t \qquad (3)$$

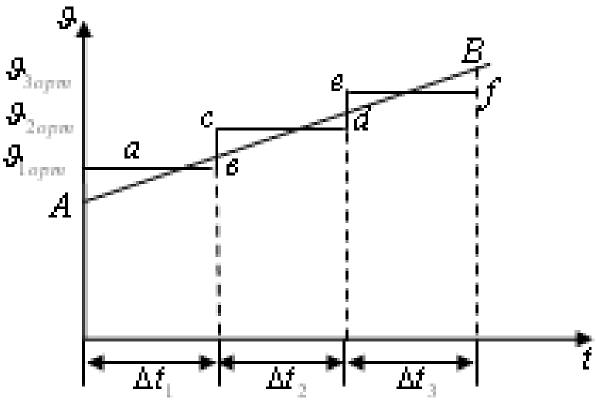
мұндағы, $\frac{(\vartheta_0 + \vartheta)}{2}$ - материялық нүктенің t уақыт ішіндегі орташа жылдамдығы. Жылдамдықтың (2) өрнегін осы (3) теңдеуге қойып,

$S = \frac{[\vartheta_0 + (\vartheta_0 + a \cdot t)] \cdot t}{2}$ не $S = \vartheta_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2}$ (4) аламыз.

Материялық нүктенің кез келген уақыт мезетіндегі координаты үшін

$$x = x_0 + S = x_0 + \vartheta_0 \cdot t + \frac{a \cdot t^2}{2} \qquad (5)$$

мұндағы x_0 - дененің бастапқы уақыт мезетіндегі координаты.



9-сурет.

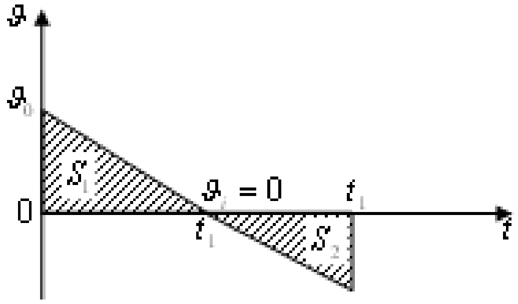
Егер (2) және (4) теңдеулерден t уақытты аластасақ, онда материялық нүктенің бір қалыпты айнымалы қозғалысы жылдамдығы мен жүрген жолының арасындағы байланысты аламыз, яғни:

$$\vartheta = \sqrt{\vartheta_0^2 + 2aS} \qquad (6)$$

Егер $\vartheta_0 = 0$ болса, онда $\vartheta = a \cdot t$, ал $S = \dfrac{a \cdot t^2}{2}$, бұдан $\vartheta = \sqrt{2aS}$ (7)

Жүрілген жолды $a > 0$ болған жағдайда (7) формуламен табуға болады, ал $a < 0$ болғанда оны қолдануға болмайды.

Ал енді үдеуі бастапқы қозғалыс бағытына (ϑ_0 жылдамдыққа) траектория бойымен қарсы бағытталған бір қалыпты айнымалы қозғалысты қарастырайық (10-сурет). Сызбадан t_1 уақыт мезетіне дейінгі ($\vartheta_1 = 0$) орташа жылдамдық $\vartheta_{\text{орт}} = \dfrac{(\vartheta_0 + \vartheta_1)}{2} = \dfrac{\vartheta_0}{2}$ екенін көруге болады. Бұл уақыт ішінде жүрілген S_1 жолды есептейік: $S_1 = \vartheta_0 \cdot t_1 + \dfrac{a \cdot t_1^{\,2}}{2} = \dfrac{\vartheta_0^2}{2|\bar{a}|}$, мұндағы $t_1 = \dfrac{\vartheta_0}{a}$, $t_1 > 0$. Ол $\vartheta_1 = \vartheta_0 + a \cdot t_1 = 0$ өрнегінен табылады.



10-сурет.

Егер материялық нүкте жылдамдығы нөлге тең болған мезеттен кейін де сол үдеумен қозғалған болса (енді қарама-қарсы бағытта), онда (4) формула бойынша $S < 0$ болады. Жүрілген жол уақыт өтуіне қарай ылғи өсіп отырады, сондықтан бұл жағдайда барлық жолды есептеу үшін (4) формула жарамайды. Барлық жолды S_1 және S_2 аудандардың айырмасы емес, қосындысына тең деп алу керек. Ал S_2 мына өрнекпен анықталады:

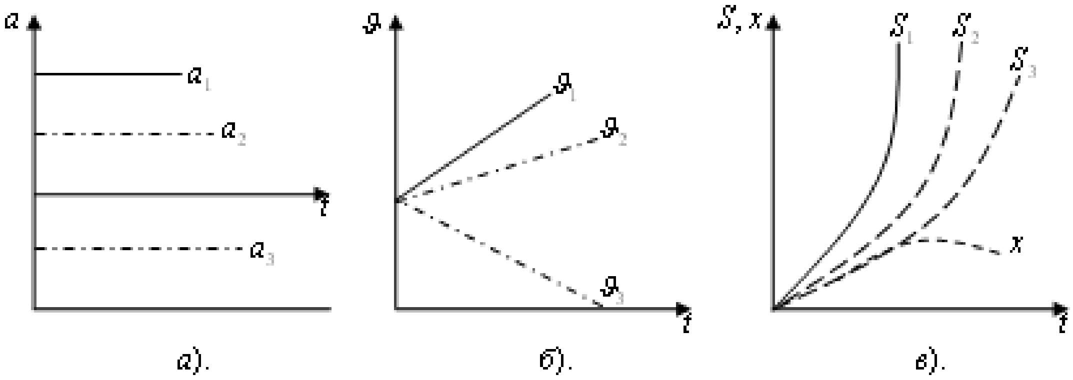
$S_2 = \dfrac{|a|(t-t_1)^2}{2}$. S_2 жолының мағынасы тек $t \geq t_1$ шарт орындалғанда ғана болады, сондықтан $a < 0$ және $t > t_1$ жағдайда жүрілген жол мына формуламен есептеледі:

$$S = S_1 + S_2 = \vartheta_0 t_1 + \frac{|a| t_1^{\ 2}}{2} + \frac{|a|(\mathrm{t} - t_1)^2}{2} = \frac{\vartheta_0^2}{2|a|} + \frac{|a|\left(\mathrm{t} - \dfrac{\vartheta_0}{|a|}\right)^2}{2} \qquad (8)$$

ал материялық нүктенің координаты: $x = \vartheta_0 \cdot t + \dfrac{a \cdot t^2}{2}$ формуладан анықталады (мұнда $x_0 = 0$).

Координат пен жолдың уақытқа тәуелділігі сызбасы $a > 0$ болғанда бірдей болады да, ал $a < 0$ жағдайда қозғалыс жылдамдығы нөлге тең ($t = t_1$ мезетке дейін) болғанға дейін ($\vartheta_1 = 0$, 11, б-сурет), сәйкес бірдей болып, ал одан әрі қарай жол қисығы жоғары (өйткені ылғи да өсіп отырады), ал координат қисығы төмен қарай (11, в-сурет) бұрылады.

Бір қалыпты үдемелі қозғалыс мысалдарының бірі – еркін түсу. Дененің тек қана ауырлық күшінің әсерімен болатын қозғалысын еркін түсу дейді. Ауырлық күшінің Жер бетіне жақын нүктелеріндегі мәні тұрақты деп алынады. Еркін түсу үдеуі g әрпімен белгіленеді ($g = 9{,}8$ м/с^2).



11-сурет.

Кинематикада қозғалыстың тәуелсіздігі принципі кең орын алады, ол былай тұжырымдалады: егер материялық нүкте бірден бірнеше қозғалысқа қатынасатын болса, онда оның осы қозғалысының қорытқы орын ауыстыруы әрбір жеке қозғалыстың орын ауыстыруларының векторлық қосындысына тең болады.

Кинематикадан есеп шығарғанда, көбінесе, дененің бірден екі қозғалысқа қатынасуы жиі кездеседі. Мысалы, көкжиекке бұрыш жасай лақтырылған дене екі түрлі: 1) горизонталь бағытта бір қалыпты; 2) вертикаль бағытта үдемелі қозғалады.

Горизонтқа бұрыш жасай лақтырылған дененің көтерілу биіктігі 10м де, оның ең үлкен көтерілу биіктігіндегі траекторияның қисықтық радиусы 20м (12-сурет). Дененің бастапқы жылдамдығын, траекторияның қисықтық радиусын, лақтырғаннан кейінгі 1с өткен кездегі нормальдық және тангенциалдық үдеулерін, ұшу уақытын және ұшу қашықтығын анықтаңыз. Траекторияның теңдеуін жазыңыз. Ауаның кедергісі еске алынбасын.

Берілгені:

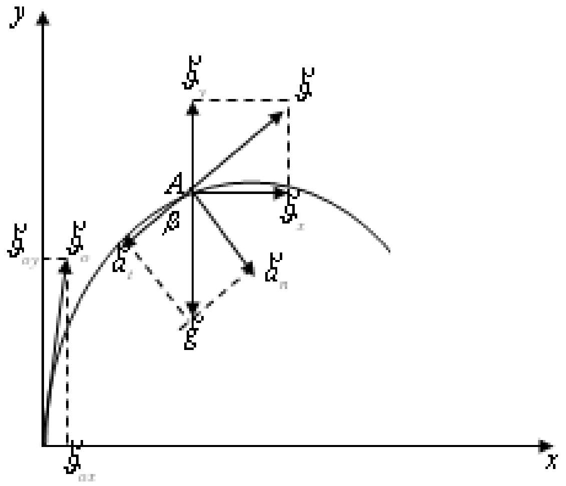
$y_{max} = 10 м$

$R = 20 м$

$t = 1 с$

$\vartheta_0 = ?$ $\vartheta = ?$ $a_n = ?$ $a_\tau = ?$

$t = ?$ $x = ?$ $y = ?$



12-сурет.

Шешуі: Горизонтқа бұрыш жасай лақтырылған дененің қозғалысын екі қозғалыстан тұрады деп қарау керек. Оның бірі – горизонталь бет бойымен қозғалыс (кедергі ескерілмейді), екіншісі – тұрақты $\vec{g}$ үдеумен вертикаль бағыттағы қозғалыс. 12-суретте көрсетілгендей координата жүйесін таңдап алайық. Дененің қозғалысы төмендегідей теңдеулер жүйесімен сипатталады:

$$x = \vartheta_{ox}\, t = \vartheta_0\, t \cos\alpha, \qquad (1)$$

$$y = \vartheta_{oy} t + \frac{a_y t^2}{2} = \vartheta_0\, t \sin\alpha - \frac{g t^2}{2} \qquad (2)$$

Дененің координаталарынан уақыт бойынша туынды алып Х, У өстері бойымен кез-келген уақыт кезеңіндегі жылдамдықтың құраушыларын анықтаймыз

$$\vartheta_x = \frac{dx}{dt} = \vartheta_0 \cos\alpha, \qquad (3)$$

$$\vartheta_y = \frac{dy}{dt} = \vartheta_0 \sin\alpha - gt. \qquad (4)$$

Қандай уақыт кезеңінде дененің көтерілу биіктігі максимал болатынын білу үшін (4) өрнекті нөлге теңейміз:

$$\vartheta_0 \sin\alpha - gt = 0$$

осыдан

$$t = \frac{\vartheta_0 \sin\alpha}{g} \qquad (5)$$

(5) өрнекті (2)-ге қойсақ

$$y_{\max} = \frac{\vartheta_0^{\,2} \sin 2\alpha}{g} \qquad (6)$$

Дененің ең жоғарғы көтерілу биіктігіндегі нормаль жылдамдық былай жазылады:

$$a_n = \frac{\vartheta_x^{\,2}}{R} = \frac{\vartheta_0^{\,2} \cos^2\alpha}{R} \qquad (7)$$

(6) және (7) теңдеулерді салыстырып және $a_n = g$ екенін ескеріп, біз бастапқы жылдамдық ϑ_0-ді табамыз:

$$\vartheta_0 = \sqrt{g(2y_{\max} + R)}. \qquad (8)$$

Осыдан ϑ_0-дің сан мәнін есептесек

$$\vartheta_0 = \sqrt{9.81(2 \cdot 10 + 20)} \text{ м/с} = 19{,}8 \text{ м/с}$$

Дене уақыт $t = 1c$ болған мезгілде А нүктесінде болсын.

Жоғарыда жазылған (3) және (4) теңдіктерге сәйкесті, сол сияқты (6) және (7) өрнектерді еске алып, дененің жылдамдығының құраушыларын жазамыз

$$\vartheta_x = \vartheta_0 \cos\alpha = \sqrt{g\,R}, \quad \vartheta_y = \vartheta_0 \sin\alpha - g\,t = \sqrt{2\,g\,y_{\max}} - g\,t.$$

Ендеше дененің қарастырылып отырған нүктедегі толық жылдамдығының модулі

$$\vartheta = \sqrt{\vartheta_x^{\,2} + \vartheta_y^{\,2}} = \sqrt{g\,R + \left(\sqrt{2\,g\,y_{\max}} - g\,t\right)^2} \qquad (9)$$

Сан мәндерін қойғанда, толық жылдамдық

$$\vartheta = \sqrt{9{,}81 \cdot 20 + \left(\sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 10} - 9{,}81 \cdot 1\right)^2}\, м/с = 14{,}6 \text{ м/с}$$

А нүктесіндегі нормаль және тангенсиалдық үдеулер

$$a_n = g \sin\beta, \quad a_\tau = g\cos\beta, \qquad (10)$$

болғандықтан, жоғарыда келтірілген $\vartheta_y = \vartheta\cos\beta,$ $\vartheta_x = \vartheta\sin\beta$ теңдеулерін ескеріп

$$a_n = \frac{1}{\vartheta}\sqrt{g^3 R}\,, \quad a_\tau = \frac{1}{\vartheta}\left(\sqrt{2\,g^3 y_{\max}} - g^2 t\right) \qquad (11)$$

теңдіктерін аламыз.

Уақыт кезеңі $t = 1c$ болғанда

$$a_n = \frac{1}{14{,}6}\sqrt{(9{,}81)^3 \cdot 20} \text{ м/с}^2 = 9{,}4 \text{ м/с}^2$$

$$a_\tau = \left[\frac{1}{14{,}6}\sqrt{2 \cdot (9{,}81)^3 \cdot 10} - (9{,}81)^2 \cdot 1\right] \text{м/с}^2 = 2{,}83 \text{ м/с}^2$$

Дененің ауада қозғалу уақытын (2) теңдіктен, оның жерге түсу кезінде y=0 деп алып анықтаймыз $\vartheta_{0y}\,t - \frac{1}{2}g\,t^2 = \sqrt{2\,g\,y_{\max}} \cdot t - \frac{1}{2}g\,t^2 = 0.$

Бұдан

$$t = 2\sqrt{\frac{2y_{\max}}{g}} \qquad (12)$$

немесе

$$t = 2\sqrt{\frac{2 \cdot 10}{9{,}81}} = 2{,}86 \text{ с}$$

(12) өрнектегі ұшу уақытын (1) теңдікке қойып, дененің ұшу қашықтығын табамыз

$$x = \vartheta_{ox} \cdot t = \sqrt{g\,R}\,t = \sqrt{g\,R} \cdot 2\sqrt{\frac{2\,y_{\max}}{g}} = 2\sqrt{2\,y_{\max} R} \qquad (13)$$

немесе

$$x = 2\sqrt{2 \cdot 10 \cdot 20} = 40 \text{ м}$$

Енді траекторияның теңдеуін анықтайық. (1) және (2) теңдіктер негізінде, сол сияқты (6) және (7) теңдеулерді еске алып

$x = \sqrt{gR}\,\mathrm{t} \quad y = \sqrt{2\,g\,y_{\max}} \cdot t - \frac{1}{2}\,g\,t^2$ теңдеулерін аламыз.

Траектория теңдеулерінен уақытты шығарып тастаймыз, сонда

$$y = \sqrt{\frac{2H}{R}}x - \frac{1}{2R}x^2 \qquad (14)$$

мұндағы $H = y_{\max}$

Бір қалыпты айналмалы қозғалыс. Бұрыштық жылдамдық. Сызықтық жылдамдық

Дене айналмалы қозғалыс жасағанда оның нүктелері айналу өсі деп аталатын түзуді айнала концентрлі шеңберлер сызады. Сонымен қатты дененің әр нүктесінің траекториялары әр түрлі болады. Айналмалы қозғалысты сипаттау үшін алынатын параметрлер қатты дене нүктелерінің бәріне ортақ болуы керек. Міне, мұндай параметрлер – бұрылу бұрышы, ω бұрыштық жылдамдық және бұрыштық үдеу.

Қатты дене Δt уақыт ішінде $\Delta\varphi$ бұрышқа бұрылды делік. Бұрылу бұрышының осы бұрылуға кеткен уақытқа қатынасының шегі бұрыштық жылдамдық деп аталады, яғни

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$$

Бірақ дене әр түрлі өстің айналасында модулі жағынан тұрақты жылдамдықпен қозғалуы мүмкін. Сондықтан, бұрыштық жылдамдық бағыты ретінде, айналу өсі бойымен бағытталатын немесе бұрылу бағытымен оң бұранда ережесі бойынша анықталатын бағыт алынған. Жоғарыдағы $d\vec{\varphi}$ - оң бұранда ережесіне байланысты болатын айналудың өсі бойымен бағытталатын вектор. Шексіз кішкене бұрыштар вектор түрінде өрнектеледі, яғни шамасы үлкен бұрыштар үшін векторлық қосу ережесі орындалмас еді.

Келешекте біз тең уақыт аралықтарында дене бірдей бұрышқа бұрылатын бір қалыпты айналмалы қозғалысты қарастырамыз. Мұнда қозғалыс заңдары бір қалыпты ілгерлемелі қозғалыстағыға ұқсас болады. Мысалы, $\omega = \frac{\varphi}{t}, \quad \varphi = \omega \cdot \mathrm{t} \quad (\vartheta = \frac{S}{t}; \; \mathrm{S} = \vartheta \cdot \mathrm{t})$.

Бір қалыпты айналмалы қозғалыстың бұрыштық жылдамдығы – дененің уақыт бірлігіндегі бұрылу бұрышы. Бұрыштық жылдамдықтың өлшем бірлігіне бір секундтағы радиан (рад/с) алынған.

Бұрыштық жылдамдық ω мен айналу жиілігі (n) немесе айналу периодының (Т) арасындағы байланыс былай өрнектеледі: $\omega = 2 \cdot \pi \cdot n, \quad \omega = \frac{2\pi}{\mathrm{T}}$. Айналу жиілігі n - дененің уақыт бірлігіндегі айналыс саны, ал айналу периоды Т – толық бір айналуға кеткен уақыт болады.

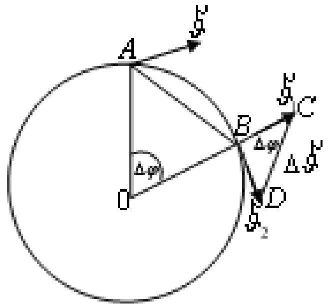
Дененің жеке нүктелерінің қозғалысын сипаттау үшін нүктенің сызықтық жылдамдығы, оның берілген шеңбер бойымен қозғалғандағы жүрген жолы және сызықтық үдеуі алынады.

Материялық нүкте радиусы R шеңбер бойымен қозғалып бір толық айналыс жасаса, онда бұл нүкте $S = 2 \cdot \pi \cdot R$ жол жүреді, ал осы нүкте мен айналу өсін қосатын радиус $\varphi = 2\pi$ бұрышқа бұрылады. Олай болса, жүрілген жол мен бұрылу бұрышының арасындағы байланыс былай жазылады: $S = \varphi \cdot R$. Бір қалыпты қозғалыстың сызықтық жылдамдығы: $\vartheta = \frac{S}{t} = \frac{\varphi \cdot R}{t} = \omega \cdot \mathrm{R}$. Сызықтық және бұрыштық жылдамдық, сондай-ақ, радиус-вектор – векторлық шамалар, сондықтан олардың арасындағы байланыс векторлық түрде былай жазылады:

$$\vec{\vartheta} = \vec{\omega} \cdot \vec{R} = [\vec{\omega} \cdot \vec{R}].$$

Центрге тартқыш үдеу

Материялық нүкте шеңбер бойымен бір қалыпты қозғалғанда жылдамдықтың модулі тұрақты шама болады да, ал оның бағыты үнемі өзгеріп отырады. Олай болса, үдеу векторы болуы тиіс деген сөз (13-сурет). Радиус Δt уақыт ішінде $\Delta\varphi$ бұрышқа бұрылғанда дененің кез келген нүктесінің жылдамдығы ϑ модулі тұрақты бола отырып, дәл сондай $\Delta\varphi$ бұрышқа бұрылады да, нүкте А орнынан В орнына келеді ($|AB| = |\Delta\vec{R}|$). В нүктедегі $\vec{\vartheta}_2$ жылдамдық А нүктесіндегі $\vec{\vartheta}_1$ жылдамдықтан басқаша, оның тек модулі ғана өзгермей қалады, яғни $|\vec{\vartheta}_1| = |\vec{\vartheta}| = |\vec{\vartheta}_2|$. Олай болса, $\vec{\vartheta} + \Delta\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_2$. Тең бүйірлі үшбұрыштардың ұқсастығынан (ΔOAB және ΔBCD, мұнда жылдамдықтар сәйкес радиустарға перпендикуляр) $\frac{\Delta\vartheta}{|AB|}$ немесе $\frac{\Delta\vartheta}{|\Delta R|} = \frac{\vartheta}{R}$, $\Delta\vartheta = \frac{\vartheta \cdot |\Delta\vec{R}|}{R}$ шығады. Бұдан $a = l\,\underset{\Delta t \to 0}{im} \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t} = \left(\frac{\vartheta}{R}\right) \cdot \frac{\Delta R}{R} = \frac{\vartheta^2}{R} \cdot \Delta\varphi$ нөлге жуық болғандықтан α бұрышы $\frac{\pi}{2}$-ге жуықтайды. Бұл бұрыш $\vec{\vartheta}$ сызықтық жылдамдық пен оның $\vec{a}$ үдеуі векторының (берілген жағдайда $\vec{a}_\tau = 0$, $\vec{a} = \vec{a}_n$) бағытымен бағыттас өсімшесінің арасындағы бұрыш. Сонымен, бұл үдеу кез келген нүктеде радиус бойымен траекторияның центріне қарай бағытталады. Оны центрге тартқыш (нормаль) үдеу дейді: $a_n = \frac{\vartheta^2}{R} = \omega^2 \cdot R = \omega \cdot \vartheta$. Векторлық жазылуы $\vec{a}_n = \frac{\vartheta^2}{R}\vec{n}$, мұнда $\vec{n}$ - траекторияның центріне радиус бойымен бағытталған бірлік вектор. Қисық сызықты траектория бойымен бір қалыпты емес қозғалыс кезінде толық үдеу центрге тартқыш және тангенциал (жанамалық) үдеулердің геометриялық (векторлық) қосындысына тең болады.



13-сурет.

Кинематика бөлімін оқып үйренген әрбір студенттің мынадай негізгі мәселелерді білуі қажет:

1. Қозғалыс түрлерін және оның сипатын анықтай білу; қозғалыс түрлерінің және олардың аналитикалық сипаттарының өзара байланыстарын табу; қозғалыстарды сипаттаудың графикалық әдісін қолдана алу; нақты жағдайларда қозғалыстағы дененің және қозғалыстың моделін дұрыс құру; күрделі қозғалысты құрамдас бөліктерге жіктей білу (қозғалыстардың байланыссыздығы).

2. Санақ системасын және координаталарды дұрыс анықтай отырып қозғалысты сипаттаудың әдісін таба білу; кинематикалық векторлардан олардың проекцияларына және керісінше көше білу; физикалық шамалардың бірліктерін тексере білу және оларды дұрыс қорытып шығара алу; аналитикалық өрнектер бойынша физикалық заңдардың немесе анықтамалардың сипаттарын дұрыс беру.

3.КИНЕМАТИКАДАН ЕСЕПТЕР ШЫҒАРУДА ҚОЛДАНЫЛАТЫН АЛГОРИТМДЕР

1. Есеп шығаруға барынша қолайлы санақ жүйесі таңдап алынады (санақ басталатын дене таңдап алынады, координаттың бас нүктесінің орны, координат өстерінің бағыты, уақытты есептеудің бастапқы мезеті көрсетіледі).

2. Қозғалыстың түрі анықталады: траекториясы бойынша (түзу сызықты немесе қисық сызықты); дене қозғалысы жылдамдығының уақытқа тәуелділігі бойынша (бір қалыпты, бір қалыпты үдемелі, бір қалыпты баяу).

3. Қозғалыстың кинематикалық теңдеуін векторлық түрде жазу.

4. Векторлық түрде жазылған теңдеуді координат өстеріне проекциялау.

5. Шекаралық шарттары және қосымша берілгендері бойынша жаңа пайда болған белгісіздерді тауып, алынған теңдеулер жүйесін ізделінді шамаға қатысты шешеді.

Қарастырылған алгоритм тікелей есепке сәйкес келеді, кері есептері де болуы мүмкін.

Айналмалы қозғалыс кинематикасын қарастырғанда мына теңдеу қолданылады:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$$

мұндағы φ - айналу бұрышы, ω_0 – бастапқы бұрыштық жылдамдық, ε -бұрыштық удеу.

4. СТУДЕНТЕРГЕ ЕСЕП ШЫҒАРУДА ӨЗ БЕТІМЕН ЖҰМЫС ЖҮРГІЗУ ҮШІН ӘДІСТЕМЕЛІК КЕҢЕСТЕР

Физика курсын оқып үйренуде есеп шығарудың маңызы өте зор. Есептерді шығару және талдау физикалық заңдар мен формулаларды терең түсінуге және ойда (есте) берік сақтауға көмектеседі, олардың негізгі ерекшеліктері мен қолданылу шегі туралы түсініктерді қалыптастырады. Есептер - материялық дүниенің жалпы заңдарын практикалық және танымдылық маңызы бар нақтылы мәселелерді шешуге қолдана білу дағдыларын дамытады. Есеп шығара білу шеберлігі қарастырылған материалды оқудың және оны меңгерудің тереңдігін бағалаудың негізгі критерийі болып табылады. Есептер шығару студенттің қаншалықты физикалық құбылыстар мен заңдардың мағынасын терең ажыратып аша білетіндігін, теориялық білімдерін іс жүзінде пайдалана білетіндігін, есепті шешудің дұрыс және тиімді жолын тауып, оны дәлелдей алатындығын, есептеу техникасын дұрыс жүргізетіндігін бағалауға мүмкіншілік береді.

Әрбір физикалық есептің мазмұны табиғаттың бір немесе бірнеше фундаменталдық заңдарының дербес көріністеріне және олардың салдарларына негізделеді. Сондықтан да, жалпы физика курсынан есеп шығаруға кіріспей тұрып, сәйкес қарастырылатын тараулардың теориялық мәселелерін ұқыптылықпен оқу керек. Физикалық заңдарды, формулаларды қайталап, физикалық шамалардың өлшеу бірліктеріне көңіл аударған жөн. Бірақ, теорияны білу кез келген есепті шығара білу шеберлігі бар деген сөз емес. Есепті шығара білу, физикалық заңдарды білумен қатар, шығармашылық ойлау, логикалық ой қорыту, әдістемелік тәсілді айқындау қабілетін талап етеді. Айта кету керек, есептер шығару жұмысында да, жалпы оқудағы сияқты, жүйелі реттілік, табандылық және еңбек сүйгіштік шешуші рөл атқарады.

Есеп шығаруда төмендегідей кеңестерді басшылыққа алуға болады:

- ұқыптылықпен оқыңыз және есептің мазмұнын терең ұғынуға тырысыңыз, есептің шартымен таныса сала бірден белгісіз шаманы табуға көшу қажетсіз;

- есептің мазмұнына талдау жасаңыз және берілген есептің түп негізінде қандай физикалық заңдылықтың орын алатындығын тағайындауға тырысыңыз;

- есептің мағынасын түсіндіретіндей сызбалық (схемалық) чертеж не сурет салуға әрекеттеніңіз. Бұл, әрқашан да, талқылаудың барысын жеңілдетеді. Дұрыс құрылған схема – есепті шығарудағы жетістіктің тең жартысы екендігін де ұмытпаған жөн;

- сәйкес формулалар мен өрнектерді пайдалана отырып, есепті жалпы түрде шығарған жөн. Бұл жерде физикалық шамаларды тағайындалған әріптермен белгілеуді сақтауға тырысыңыз;

- есепті талдауда және ондағы физикалық процестер мен құбылыстарды өрнектейтін теңдеулерді құру барысында, формулалардағы қандай шамалардың скалярлық және векторлық екендігін жақсы білу қажет. Скалярлық шама тек сандық мәнмен анықталады, ал векторлық шама әрі сандық мәнмен, әрі бағытымен сипатталады;

- ізделіп отырған белгісіз шаманы анықтайтын қорытынды формулаға не өрнекке есеп шартында берілген шамалардан басқа физикалық тұрақтылар не анықтамалық шамалар енсе, онда оларды есептер жинағы, физикалық анықтамалықтар және оқу-әдістемелік құралдардың қосымшаларында келтірілген кестелерден тауып жазу керек;

- егер шамалардың бірқатары есеп шартында жоқ болса (кестелік не анықтамалық шамалардан басқасы), олар дұрыс шығару барысында қысқаруы мүмкін;

- есептің шешімін жалпы түрде алғанда (формулалар, теңдеулер) ескеретін жәйт, белгісіздің саны тағайындалған формулалардың не теңдеулердің санына тең болуы шарт. Осылайша, есепті шешудің ең негізгі мақсаты – шартын формулалар мен теңдеулер арқылы жазу жолымен физикалық есепті математикалық түрге келтіру екендігіне көз жеткізесіз;

- элементар және жоғары математика негіздері туралы білімсіз физика есептерін шығару мүмкін емес. Физика есептерін шығару барысында математикалық анықтамалықтарды шебер пайдалана біліңіз;

- есептің шешімін жалпы түрде алғаннан кейін, оның дұрыстығына көз жеткізіңіз. Мұны былай орындауға болады. Біріншіден, есептің жалпы түрдегі шешімі бір белгісізі (ізделіп отырған шама) бар теңдеу (формула) болуы шарт. Теңдеудегі басқа физикалық шамалар есеп шартында не анықтамалықтарда берілген болуы керек. Екіншіден, ізделіп отырған белгісіз шаманың өлшеу бірлігінің дұрыстығын тексеруге болады. Өлшеу бірлігінің дұрыс еместігі – есептің қате шығарылғандығының ақиқат белгісі болып есептеледі;

- есептің дұрыс шешімін жалпы түрде алғаннан кейін, есептеу жұмысына кірісуге болады. Физикалық шамалардың сан мәндерін қойғанда міндетті түрде барлығын да бір системаның өлшеу бірліктеріне келтіру қажет. Есептеуді Халықаралық бірліктер системасында (СИ) орындаған жөн. Сондықтан да есептің шарты жазылғанда берілген физикалық шамалардың өлшеу бірліктеріне көңіл аударған жөн және қажеттігіне қарай оларды СИ системасына көшіру керек. Формулалардың СИ системасында жазылуы басқа системалардағы түрінен өзгешелеу. Өлшеу бірліктерінің СИ системасы мен басқа системалардың арасындағы байланыс коэффициентін есептер жинақтарындағы, анықтамалықтардағы және оқу-әдістемелік құралдардағы келтірілген сәйкес кестелер арқылы тағайындауға болады.

Есептеуді орындағанда көп уақыт жұмсамау үшін анықтамалық кестелерді және калькуляторларды шебер пайдалана білу керек. Сонда да болса, арифметикалық амалдардың негізгі ережелерін естен шығаруға болмайды:

- сан мәнді жауапты тапқаннан кейін, оның қаншалықты дұрыс екендігіне көңіл аударған жөн. Жауаптың дәлдігі берілген физикалық шамалардың дәлдігінен еш уақытта да аспайды;

- кейбір аралас физикалық есептерді шығару жалпы физика курсының бірнеше тарауларының білімін қажет етеді. Мұндай есептерді шығару үшін, алдымен физиканың сәйкес тарауларынан негізгі заңдарды қайталап, содан кейін ғана берілген есепті толықтай шығаруға кірісу керек.

Есеп шығару шығармашылық еңбектің бір түрі және ол да ғылымның ғылыми проблемамен шұғылданғандығы сияқты заңдылықтарға бағынады. Дәлдік ғылыми саласында шығармашылық процесс мынадай схема бойынша жүретіндігі тағайындалған.

Алдымен дайындық кезеңі жүреді, оның барысында ғалым табандылықпен мәселенің шешуін іздейді. Егер шешуі табылмай мәселе тоқталса, онда екінші кезең туады (инкубация кезеңі), оның барысында ғалым мәселе туралы ойламайды да басқа мәселелермен шұғылданады. Бірақ, ойда идеяның жасырын жұмысы жалғаса береді, ал ол ақыр соңында үшінші кезеңге әкеледі – кенеттен керекті шешімнің өсіп жетілуі.

Есеп шығаруды еш уақытта да сабақ соңына қалдыруға болмайды, өкінішке орай, кейбір студенттер көпшілік жағдайда есеп шығаруды соңғы уақытқа дейін қолға алмайды. Бұл жағдайда күрделі, тіпті кейбір мазмұнды және пайдалы есептер шықпай қалатыны сөзсіз. Берілген есептермен жұмысты мүмкіндігінше ерте бастаған жөн, сонда ғана инкубация кезеңіне қажетті жағдайлар жасалады.

5. ЕСЕПТЕР ШЫҒАРУ МЫСАЛДАРЫ

1. Автомобиль өзінің қозғалыс уақытының бірінші бөлігін 80 км/саә жылдамдықпен жүрді, ал уақытының екінші бөлігін 40 км/саә жылдамдықпен жүрді. Автомобиль қозғалысының орташа жылдамдығы қандай?

Берілгені:	Х.Б.Ж
$\vartheta_1 = 80$ км/сағ	22,2 $м/с$
$\vartheta_2 = 40$ км/сағ	11,1 $м/с$
$Т/к: \vartheta_{орт}$	

Шығарылуы:

Автомобиль қозғалысының орташа жылдамдығы мына өрнекпен есептеледі: $\vartheta_{орт} = \frac{s}{t}$ (1), есептің шарты бойынша жалпы жүрілген жол $s = s_1 + s_2$ (2), ал қозғалысқа кеткен уақыт $t_1 = t_2 = \frac{t}{2}$ (3). Мұнда $s = s_1 + s_2 = \vartheta_1 \frac{t}{2} + \vartheta_2 \frac{t}{2} = \frac{t}{2}(\vartheta_1 + \vartheta_2)$ (4). 1-ші өрнектегі жүрілген жолдың орнына 4-

ші өрнектің мәнін қоямыз. Сонда автомобиль қозғалысының орташа жылдамдығын есептейтін өрнекті аламыз: $\vartheta_{орт} = \dfrac{t(\vartheta_1 + \vartheta_2)}{2t} = \dfrac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2}$ (5).

Есептелуі:

$$\vartheta_{орт} = \frac{22{,}2\,м/с + 11{,}1\,м/с}{2} = 16{,}6\ м/с.$$

2. Автомобиль өзінің жүрген жолының бірінші жартысын 80 км/саә жылдамдықпен, ал екінші жартысын 40 км/саә жылдамдықпен жүрді. Автомобиль қозғалысының орташа жылдамдығы қандай?

Берілгені:	Х.Б.Ж
$\vartheta_1 = 80$ км/саε	22,2 м/с
$\vartheta_2 = 40$ км/саε	11,1 м/с
Т/к: $\vartheta_{орт}$	

Шығарылуы:

Автомобиль қозғалысының орташа жылдамдығы мына өрнекпен есептеледі: $\vartheta_{орт} = \dfrac{s}{t}$ (1), есептің шарты бойынша жалпы қозғалысқа кеткен уақыт $t = t_1 + t_2$ (2), ал жалпы жүрілген жол $s_1 = s_2 = \dfrac{s}{2}$ (3), мұнда $t_1 = \dfrac{s}{2\vartheta_1}$, $t_2 = \dfrac{s}{2\vartheta_2}$ мәндерін 2-ші өрнекке қоямыз $t = \dfrac{s(\vartheta_1 + \vartheta_2)}{2\vartheta_1\vartheta_2}$ (4). 1-ші өрнектегі уақыттың орнына 4-ші өрнектің мәнін қоямыз. Сонда автомобиль қозғалысының орташа жылдамдығын есептейтін өрнекті аламыз: $\vartheta_{орт} = \dfrac{s \cdot 2\vartheta_1\vartheta_2}{s(\vartheta_1 + \vartheta_2)} = \dfrac{2\vartheta_1\vartheta_2}{\vartheta_1 + \vartheta_2}$ (5).

Есептелуі:

$$\vartheta_{орт} = \frac{2 \cdot 22{,}2\,м/с \cdot 11{,}1\,м/с}{22{,}2\,м/с + 11{,}1\,м/с} = 14{,}8\,м/с.$$

3. Өзен ағысымен А пунктінен В пунктіне келе жатқан кеме жылдамдығы $\vartheta_1 = 10$ км/саә, ал кейін қарай қайтқандағы жылдамдығы $\vartheta_2 = 16$ км/саә. Мыналарды: 1) кеменің орташа жылдамдығын, 2) өзен ағысының жылдамдығын табу керек.

Берілгені:	ХБЖ.
$\vartheta_1 = 10$ км/саε	2,77 м/с
$\vartheta_2 = 16$ км/саε	4,44 м/с
Т/к: $\vartheta_{орт}$; $\vartheta_{өзен}$.	

Шығарылуы:

Кеме қозғалысының орташа жылдамдығы мына өрнекпен есептеледі: $\vartheta_{орт} = \dfrac{s}{t}$ (1), есептің шарты бойынша жалпы қозғалысқа кеткен уақыт $t = t_1 + t_2$ (2), ал жалпы жүрілген жол $s_1 = s_2 = \dfrac{s}{2}$ (3), мұнда $t_1 = \dfrac{s}{2\vartheta_1}$, $t_2 = \dfrac{s}{2\vartheta_2}$ мәндерін 2-ші өрнекке қоямыз $t = \dfrac{s(\vartheta_1 + \vartheta_2)}{2\vartheta_1\vartheta_2}$ (4). 1-ші өрнектегі уақыттың орнына 4-ші өрнектің мәнін қоямыз. Сонда кеме қозғалысының орташа жылдамдығын есептейтін өрнекті аламыз: $\vartheta_{орт} = \dfrac{s \cdot 2\vartheta_1\vartheta_2}{s(\vartheta_1 + \vartheta_2)} = \dfrac{2\vartheta_1\vartheta_2}{\vartheta_1 + \vartheta_2}$ (5).

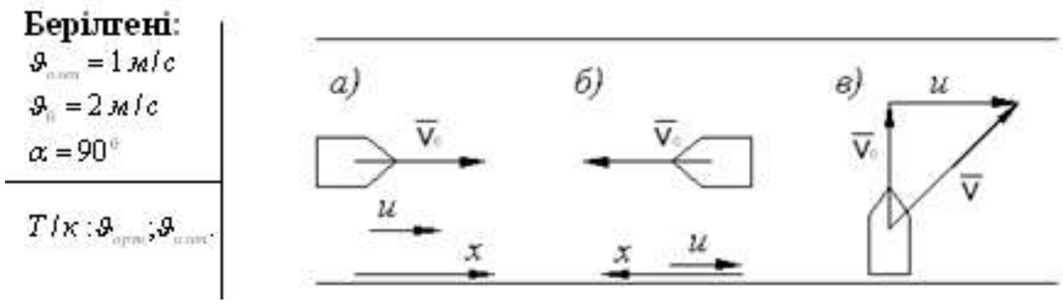
Енді өзен ағысының жылдамдығын есептеу үшін: 1) кеменің төмен қарай өзен ағысымен жүзген кездегі орташа жылдамдығын $\vartheta_{орт} = \vartheta_1 + \vartheta_{озен}$ (6); 2) кеменің жоғары қарай өзен ағысына қарсы жүзген кездегі орташа жылдамдығын $\vartheta_{орт} = \vartheta_2 - \vartheta_{озен}$ (7) табамыз. Енді (6) және (7) өрнектердің оң жақтарын теңестіреміз, сонда $\vartheta_1 + \vartheta_{озен} = \vartheta_2 - \vartheta_{озен}$, $2\vartheta_{озен} = \vartheta_2 - \vartheta_1$ $\vartheta_{озен} = \dfrac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{2}$ (8) өрнекті аламыз.

Есептелуі:

$$\vartheta_{орт} = \frac{2 \cdot 2{,}77\, м/с \cdot 4{,}44\, м/с}{2{,}77\, м/с + 4{,}44\, м/с} = 3{,}41\, м/с.$$

$$\vartheta_{озен} = \frac{4{,}44\, м/с - 2{,}77\, м/с}{2} = 0{,}83\, м/с.$$

4. Өзеннің жағасымен салыстырғанда: а) су ағысымен жүзіп келе жатқандағы қайықтың, б) ағысқа қарсы жүзіп келе жатқан қайықтың, в) өзен ағысына $\alpha = 90^0$ бұрыш жасап жүзіп келе жатқан қайықтың жылдамдықтарын табу керек. Өзен ағысының жылдамдығы $\vartheta_{озен} = 1\, м/с$, сумен салыстырғандағы қайықтың жылдамдығы $\vartheta_0 = 2\, м/с$.



14-сурет.

Шығарылуы:

а) Өзен ағысымен жүзіп келе жатқандағы қайықтың жылдамдығы: есептің шарты бойынша $\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_0 + \vec{\vartheta}_{озен}$, немесе x өсіндегі проекциясы x: $\vartheta = \vartheta_0 + \vartheta_{озен}$ (1).

б) ағысқа қарсы жүзіп келе жатқан қайықтың жылдамдығы: есептің шарты бойынша $\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_0 + \vec{\vartheta}_{озен}$, немесе x өсіндегі проекциясы x: $\vartheta = \vartheta_0 - \vartheta_{озен}$ (2).

в) өзен ағысына $\alpha = 90^0$ бұрыш жасап жүзіп келе жатқан қайықтың жылдамдығы: есептің шарты бойынша $\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_0 + \vec{\vartheta}_{озен}$, векторларды қосудың үшбұрыш ережесі бойынша $\vartheta = \sqrt{\vartheta_0^2 + \vartheta_{озен}^2}$ (3).

Есептелуі:

а) $\vartheta = 2\,м/с + 1\,м/с = 3\,м/с$;

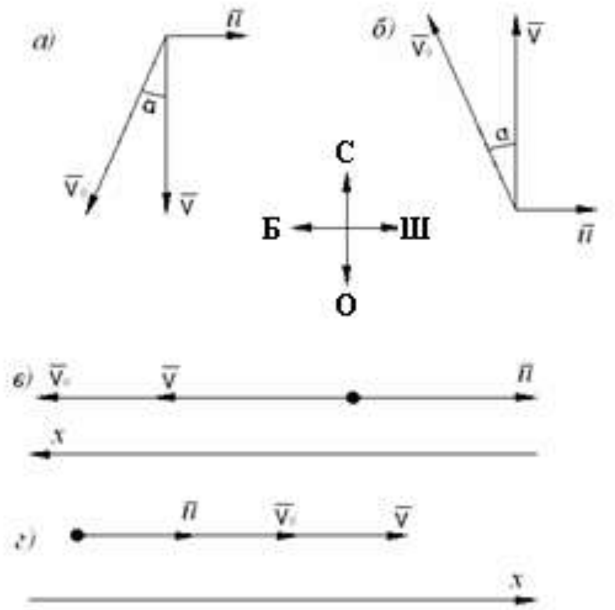
б) $\vartheta = 2\,м/с - 1\,м/с = 1\,м/с$;

в) $\vartheta = \sqrt{(2\,м/с)^2 + (1\,м/с)^2} = 2{,}24\,м/с$.

5. Ауамен салыстырғанда ұшақ $\vartheta_0 = 222{,}22\ м/с$ жылдамдықпен ұшады. Жел батыстан шығысқа қарай $\vartheta_ж = 15\ м/с$ жылдамдықпен соғады. Жермен салыстырғанда ұшақ қандай жылдамдықпен қозғалады және ұшақ: 1) оңтүстікке қарай, 2) солтүстікке қарай, 3) батысқа қарай және 4) шығысқа қарай ауысу үшін меридианға бағыт қандай α бұрышта ұстап отыру керек?

Берілгені:
$\vartheta_0 = 222{,}22\,м/с$
$\vartheta_ж = 15\,м/с$

$Т/к: \alpha$



15-сурет.

Шығарылуы:

а) Жермен салыстырғанда ұшақ оңтүстікке қарай ұшқанда: $\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_0 + \vec{\vartheta}_ж$, ал скаляр түрінде жазсақ $\vartheta = \sqrt{\vartheta_0^2 - \vartheta_ж^2}$ (1). Суретте көрініп тұрғандай $\vartheta = \vartheta_0 \cos\alpha$, бұдан $\cos\alpha = \dfrac{\vartheta}{\vartheta_0}$ (2).

Есептелуі:

$$\vartheta = \sqrt{(222{,}22\,м/с)^2 - (15\,м/с)^2} = 221{,}66\,м/с,\ \cos\alpha = \frac{221{,}66\,м/с}{222{,}22\,м/с} = 0{,}998,\quad \alpha \approx 4^0.$$

Ұшақ меридианға $\alpha \approx 4^0$ бұрыш жасай оңтүстік-батысқа қарай ұшады.

б) Жермен салыстырғанда ұшақ солтүстікке қарай ұшқанда: $\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_0 + \vec{\vartheta}_{ж}$, ал скаляр түрінде жазсақ $\vartheta = \sqrt{\vartheta_0^2 - \vartheta_{ж}^2}$ (1). Суретте көрініп тұрғандай $\vartheta = \vartheta_0 \cos\alpha$, бұдан $\cos\alpha = \dfrac{\vartheta}{\vartheta_0}$ (2).

Есептелуі:

$$\vartheta = \sqrt{(222{,}22\,м/с)^2 - (15\,м/с)^2} = 221{,}66\,м/с,\ \cos\alpha = \frac{221{,}66\,м/с}{222{,}22\,м/с} = 0{,}998,\quad \alpha \approx 4^0.$$

Ұшақ меридианға $\alpha \approx 4^0$ бұрыш жасай солтүстік-батысқа қарай ұшады.

в) Жермен салыстырғанда ұшақ батысқа қарай ұшқанда: $\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_0 + \vec{\vartheta}_{ж}$, немесе x өсіндегі проекциясы x: $\vartheta = \vartheta_0 - \vartheta_{ж}$.

Есептелуі: $\vartheta = 222{,}22\,м/с - 15\,м/с = 207{,}22\,м/с$. Ұшақ батысқа қарай ұшады.

г) Жермен салыстырғанда ұшақ шығысқа қарай ұшқанда: $\vec{\vartheta} = \vec{\vartheta}_0 + \vec{\vartheta}_{ж}$, немесе x өсіндегі проекциясы x: $\vartheta = \vartheta_0 + \vartheta_{ж}$.

Есептелуі: $\vartheta = 222{,}22\,м/с + 15\,м/с = 237{,}22\,м/с$. Ұшақ шығысқа қарай ұшады.

6. Ұшақ А пунктінен шығысқа қарай $l = 300\,км$ қашықтықта орналасқан В пунктіне ұшып келеді. Егер: 1) жел жоқ болса, 2) жел оңтүстіктен солтүстікке қарай соғып тұрса және 3) жел батыстан шығысқа қарай соғып тұрса, онда ұшу уақытының ұзақтығы қалай болады? Желдің жылдамдығы $\vartheta_{ж} = 20\,м/с$, ауамен салыстырғандағы ұшақтың жылдамдығы $\vartheta_0 = 166{,}66\,м/с$.

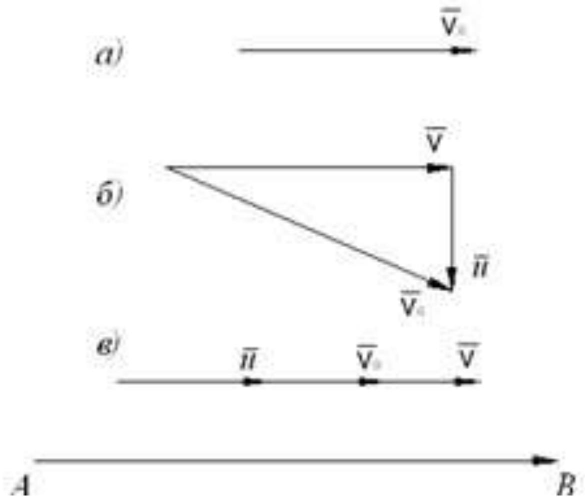
Берілгені:

$S = 3\cdot 10^5\,м$

$\vartheta_0 = 166{,}66\,м/с$

$\vartheta_{ж} = 20\,м/с$

$Т/к: t$



16-сурет.

Шығарылуы:

а) жел жоқ болғанда: $S = \vartheta_0 \cdot t$, сонда ұшу уақытының ұзақтығы $t = \dfrac{S}{\vartheta_0}$.

Есептелуі: $t = \dfrac{3\cdot 10^5\,м}{166{,}66\,м/с} = 1800\,с$.

б) жел оңтүстіктен солтүстікке қарай соғып тұрса: $\vartheta_0^2 = \left(\frac{S}{t}\right)^2 + \vartheta_{ж}{}^2$,

сонда ұшу уақытының ұзақтығы $t = \sqrt{\frac{S^2}{\vartheta_0^2 - \vartheta_{ж}^2}}$.

Есептелуі: $t = \sqrt{\frac{\left(3\cdot 10^5\, м\right)^2}{\left(166{,}66\, м/с\right)^2 - \left(20\, м/с\right)^2}} = 1812\, с$.

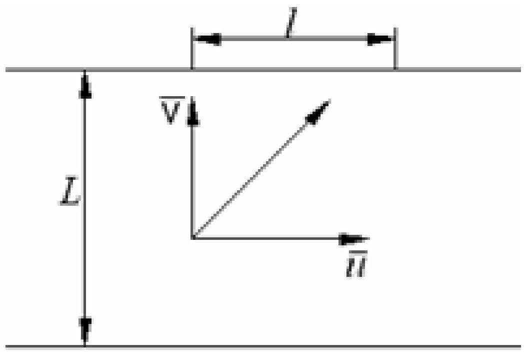
в) жел батыстан шығысқа қарай соғып тұрса: $S = t\left(\vartheta_0 + \vartheta_{ж}\right)$, сонда ұшу уақытының ұзақтығы $t = \frac{S}{\vartheta_0 + \vartheta_{ж}}$.

Есептелуі: $t = \frac{\left(3\cdot 10^5\, м\right)}{166{,}66\, м/с + 20\, м/с} = 1608\, с$.

7. Қайық $\vartheta = 2\, м/с$ жылдамдықпен өзен жағасына перпендикуляр бағытта қозғалып келе жатыр. Өзен ағысы оны төмен қарай $S = 150\, м$ жерге алып кетеді. Мыналарды: 1) өзен ағысының жылдамдығын, 2) қайықтың өзеннен өтіп шығуға кеткен уақытын табу керек. Өзеннің ені $S' = 500\, м$-ге тең.

Берілгені:
$\vartheta = 2\, м/с$
$S = 150\, м$
$S' = 500\, м$

$Т/к: \vartheta_{өзен}$, t



17-сурет.

Шығарылуы:

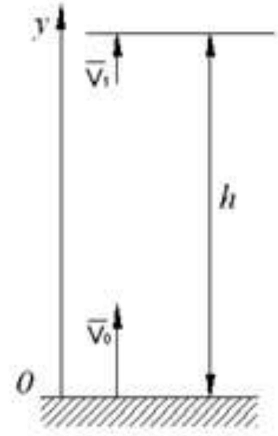
Өзеннің жағасымен салыстырғанда қайықтың қозғалысы мына өрнекпен анықталады: $S' = \vartheta \cdot t$ (1). 1-ші өрнек бойынша қайықтың өзенді жүзіп өтуге кеткен уақыты $t = \frac{S'}{\vartheta}$ (2). Осы t уақыт ішінде өзен жағасымен салыстырғанда қайық S шамаға орын ауыстырады. Бұл кезде өзеннің жағасымен салыстырғанда қайықтың жылдамдығы өзен ағысының жылдамдығына шамамен тең болады $\vartheta_{озен} = \frac{S}{t}$ (3).

Есептелуі: $t = \frac{500\, м}{2\, м/с} = 250\, с$, $\vartheta_{озен} = \frac{150\, м}{250\, с} = 0{,}60\, м/с$.

8. Вертикаль жоғары лақтырылған дене қайтадан жерге $t = 3с$-тан кейін түседі. 1) дененің бастапқы жылдамдығы ϑ_0 қандай? 2) дене қандай h биіктікке көтерілді? Ауаның кедергісі есепке алынбайды.

Берілгені:
$t = 3c$
$g = 9{,}8 м/c^2$

$T/к: \vartheta_0,\ h$



18-сурет.

Шығарылуы:

Жоғары вертикаль лақтырылған дененің h биіктігі: $h = \vartheta_0 t - \frac{gt^2}{2}$, немесе y өсіндегі проекциясы $y:\ y(t) = \vartheta_0 t - \frac{gt^2}{2}$ $\ \vartheta(t) = \vartheta_0 - gt.$ Көтерілудің ең шеткі нүктесінде $y(t_1) = h,\ \vartheta(t_1) = 0$. Яғни $h = \vartheta_0 t_1 - \frac{qt_1^2}{2}$, $0 = \vartheta_0 - gt_1$, осыдан көтерілуге кеткен уақыт $t_1 = \frac{t}{2}$. Бұдан $\vartheta_0 = gt_1$, $\vartheta_0 = \frac{gt}{2}$ (1),

$h = gt_1^2 - \frac{gt_1^2}{2} = \frac{gt_1^2}{2} = \frac{g\left(\frac{t}{2}\right)^2}{2} = \frac{gt^2}{8}$ $\quad h = \frac{gt^2}{8}$ (2) өрнектерін аламыз. 1-ші және 2-ші өрнектердің мәндерін қойып есептейміз.

Есептелуі:

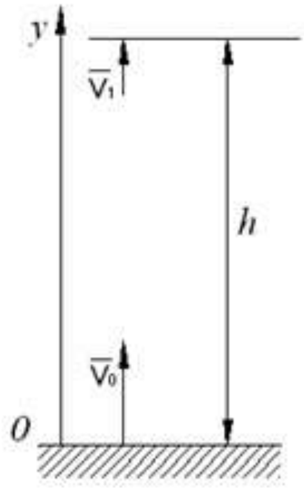
$$\vartheta_0 = \frac{9{,}8\, м/c^2 \cdot 3\,c}{2} = 14{,}7\, м/c,$$

$$h = \frac{9{,}8\, м/c^2 \cdot (3\,c)^2}{8} = 11\, м.$$

9. Тас жоғары қарай $h_0 = 10\, м.$ биіктікке лақтырылды. 1) Тас жерге қанша t уақыттан кейін қайтып түседі? 2) егер де тастың бастапқы жылдамдығын екі есе өсірсек, онда тас қандай h биіктікке көтеріледі? Ауаның кедергісі есепке алынбайды.

Берілгені:
$h_0 = 10 м.$
$g = 9{,}8 м/c^2$

$T/к: t,\ h$



19-сурет.

Шығарылуы:

Жоғары вертикаль лақтырылған дененің қозғалыс $h = \vartheta_0 t - \frac{gt^2}{2}$ өрнегін пайдаланып жүйе теңдеуін жазамыз:

$$\begin{cases} h_0 = v_0 t_1 - \frac{qt_1}{2} & (1), \\ 0 = v_0 - qt_1 & (2), \\ t = 2t_1 & (3), \end{cases} \quad \text{мұнда} \quad \begin{cases} v_0 = \frac{qt}{2} & (4), \\ h_0 = \frac{qt^2}{8} & (5). \end{cases}$$

Сонда (5) өрнектен тастың жерге түсу уақытын табамыз: $t = \sqrt{\frac{8h_0}{g}}$. 2-ші өрнектен $t_1 = \frac{v_0}{g}$ табамыз. Егер де тастың бастапқы жылдамдығын екі есе өсірсек, көтерілуге кететін уақытта екі есе өседі. Сонда 1-ші өрнектен тас қандай h биіктікке көтерілетіндігін табамыз: $h = 2\vartheta_0 \cdot 2t_1 - \frac{g4t_1^2}{2}$,

$$h = 4\left(\vartheta_0 t_1 - \frac{gt_1^2}{2}\right) = 4h_0$$

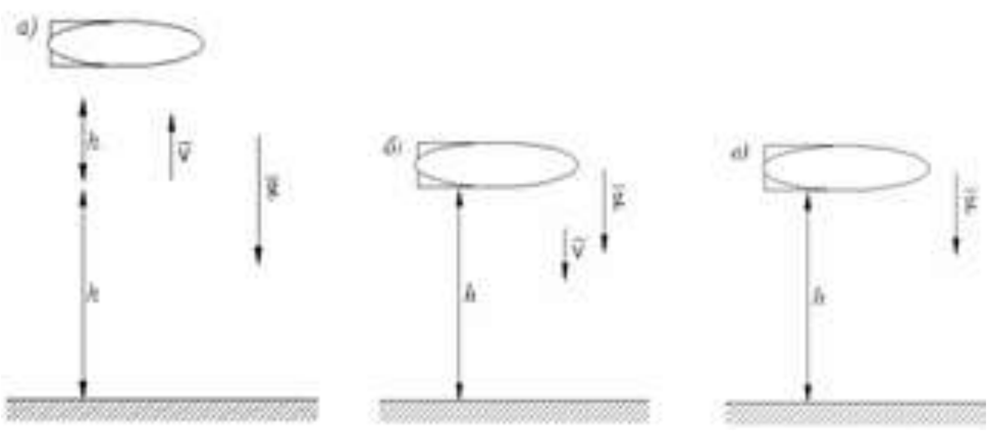
Есептелуі:

$$t = \sqrt{\frac{810\,м}{9{,}8\,м/с}} = 2{,}9\,с, \ h = 4 \cdot 10\,м = 40\,м$$

10. $h = 300\,м$ биіктікте тұрған аэростаттан тас құлап түсті. Мыналарды: 1) аэростат $\vartheta = 5\,м/с$ жылдамдықпен көтеріледі; 2) аэростат $\vartheta = 5\,м/с$ жылдамдықпен төмен түседі, 3) аэростат қозғалмайды деп алып, тастың жерге қанша уақыттан кейін жететінін табу керек. Ауаның кедергісі есепке алынбайды.

Берілгені:
$h = 300\ м$
$g = 9{,}8\ м/с^2$
$\vartheta = 5\ м/с$

$Т/к: t$



20-сурет.

Шығарылуы:

а) Есепті шығару үшін санақ жүйесін жерге қатысты қозғалмайды деп таңдап аламыз. Жерге қатысты қозғалыстың алғашқы мезетіндегі тастың жылдамдығы жылдамдықтардың қосындысына: аэростатқа қатысты тастың салыстырмалы жылдамдығы $\overline{\vartheta}_{салыс} = 0$ және жерге қатысты аэростат жылдамдығы $\overline{\vartheta}_{салыс} = 0 + \overline{\vartheta}$. Осыған байланысты $t = 0$ болғанда тастың жылдамдығы аэростат жылдамдығына тең. Қозғалыстың алғашқы кезеңінде тас бастапқы жылдамдықпен жоғары қарай t_1 уақыт ішінде $h_1 = \frac{gt_1^2}{2}$ (1) биіктікке көтеріледі. h_1 биіктікке көтерілген тас тоқтап, төмен қарай t_2 уақыт ішінде $h + h_1 = \frac{gt_2^2}{2}$ (2) аралықты жүріп өтеді. Қозғалысқа кеткен жалпы уақыт $t = t_1 + t_2 \ -(3)$. Аэростат тік жоғары көтерілгенде жылдамдық: $\vartheta = gt_1$, мұнда $t_1 = \frac{\vartheta}{g} \ (4)$. 4-ші өрнекті 1-ші өрнекке қоямыз, сонда $h_1 = \frac{\vartheta^2}{(2g)}$. 2-ші өрнекті түрлендіреміз: $h + \frac{\vartheta^2}{2g} = \frac{gt_2^2}{2}$. Осында $t_2 = \frac{\sqrt{2gh + \vartheta^2}}{g}$ (5) өрнекті аламыз. 4-ші және 5-ші өрнектерді 3-ші өрнекке апарып қоямыз, сонда $t = \frac{\left(\vartheta + \sqrt{2gh + \vartheta^2}\right)}{g}$;

Есептелуі:

$$t = \frac{\left(5\,м/с + \sqrt{2 \cdot 9{,}8\,м/с^2 \cdot 300\,м + (5\,м/с)^2}\right)}{9{,}8\,м/с^2} = 8{,}4\,с.$$

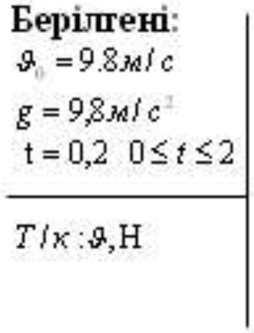
б) Аэростат төмен түскен кездегі тастың қозғалыс теңдеуі бойынша: $h = vt + \frac{gt^2}{2}$ немесе $\frac{gt^2}{2} + vt - h = 0$. Шыққан квадрат теңдеуді есептеп шығарамыз: $t:\ D = \vartheta^2 + 2gh;\quad t = \frac{\left(-\vartheta \pm \sqrt{\vartheta^2 + 2gh}\right)}{g}$

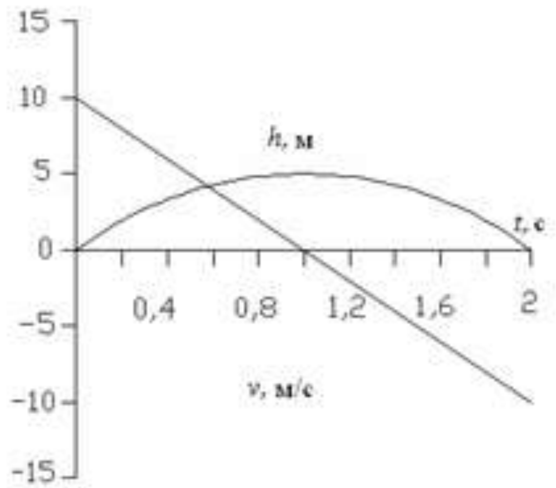
Есептелуі: $t = \frac{\left(-5\,м/с + \sqrt{2 \cdot 9{,}8\,м/с^2 \cdot 300\,м + (5\,м/с)^2}\right)}{9{,}8\,м/с^2} = 7{,}3\,с.$

в) Аэростат қозғалмай тұрған кездегі тастың қозғалыс теңдеуі: $h = \frac{gt^2}{2}$, мұнда $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$.

Есептелуі: $t = \sqrt{\frac{2 \cdot 300\,м}{9{,}8\,м/с^2}} = 7{,}8\,с$.

11. $\vartheta_0 = 9{,}8\,м/с$ бастапқы жылдамдықпен вертикаль жоғары лақтырылған дене үшін h биіктік пен ϑ жылдамдығының t уақытқа тәуелділігінің графигін сызу керек. Графикті 0-ден $2\,сек$-қа дейінгі уақыт интервалы үшін, яғни әрбір $0{,}2\,сек$ сайын $0 \le t \le 2$ сек үшін құру керек. Ауаның кедергісі есепке алынбайды.





21-сурет.

Шығарылуы:

Вертикаль жоғары лақтырылған дене үшін h биіктік пен ϑ жылдамдығының t уақытқа тәуелділігін сипаттайтын өрнектер: $\vartheta = \vartheta_0 - gt$ (1), $h = \vartheta_0 t - \frac{gt^2}{2}$ (2).

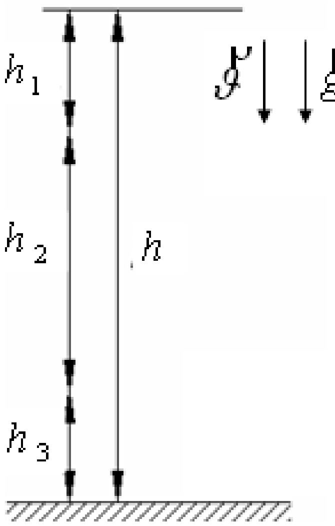
1-ші және 2-ші өрнектерді пайдаланып 0-ден 2 сек-қа дейінгі уақыт интервалында вертикаль жоғары лақтырылған дене үшін h биіктік пен ϑ жылдамдығының тәуелділігінің графигін сызу үшін кесте құрамыз.

$t, с$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2
$\vartheta, м/с$	9,8	7,8	5,9	3,9	2,0	0	-2,0	-3,9	-5,9	-7,8	-9,8
$h, м$	0	1,8	3,1	4,1	4,7	4,9	4,7	4,1	3,1	1,8	0

12. Бастапқы жылдамдығы $\vartheta_0 = 0$-ге тең дене $h = 19{,}6\,м$ биіктіктен вертикаль төмен түседі. Дене: 1) өзінің қозғалысының бірінші $0{,}1$ секундында, 2) өзінің қозғалысының соңғы $0{,}1$ секундында қанша жол жүреді? Ауаның кедергісі есепке алынбайды.

Берілгені:
$\vartheta_0 = 0$
$g = 9{,}8\ м/с^2$
$h = 19{,}6\ м$

$Т/к: h_1,\ t,\ h_3$



22-сурет.

Шығарылуы:

Дене қозғалысының алғашқы $0{,}1сек$-да $h_1 = \frac{gt_1^2}{2}$ жол жүреді. Дене $h = \frac{gt^2}{2}$ жүретін барлық жолын $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ уақытта жүріп өтеді. Дене өзінің қозғалысының соңғы 0,1 секундында, $h_3 = h - h_2$ жол жүріп өтеді. Дене h_2 жолды $t_2 = t - 0{,}1$ уақытта жүріп өтеді. Сонда, $h_2 = \frac{gt_2^2}{2}$, $h_2 = \frac{g(t-0.1)^2}{2}$ болады да, ал жүрілген жол $h_3 = h - \frac{g(t-0{,}1)}{2}$ тең.

Есептелуі:

$$h_1 = \frac{9{,}8\,м/с^2 \cdot (0{,}1\,с)^2}{2} = 1{,}9\,м,$$

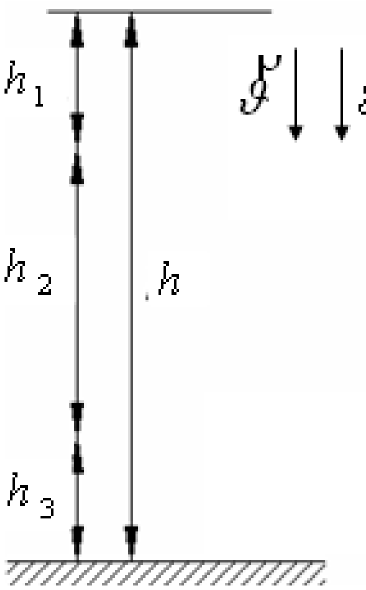
$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 19{,}6\,м}{9{,}8\,м/с^2}} = 2\,с,$$

$$h_3 = 19{,}6\,м - \frac{9{,}8\,м/с^2(2\,с - 0{,}1\,с)^2}{2} = 1{,}9\,м.$$

13. Бастапқы жылдамдығы $\vartheta_0 = 0$ нөлге тең дене $h = 19{,}6\,м$ биіктіктен вертикаль төмен түседі. Дене өзінің жолының бірінші және ақырғы $1\,м$ қанша уақытта жүріп өтеді? Ауаның кедергісі есепке алынбайды.

Берілгені:
$\vartheta_0 = 0$
$g = 9{,}8 м/с^2$
$h = 19.6 м$
$h_1 = h_3 = 1 м$

$Т/к: t_1,\ t,\ t_3$



23-сурет.

Шығарылуы:

Дене өз жолының бірінші $h_1 = 1 м$, $t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}}$ (1) уақытта жүріп өтеді. $h = 19{,}6 м$ биіктіктен вертикаль төмен түсуге кеткен толық уақыт $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ (2). Дене өзінің жолының ақырғы 1м $t_3 = t - t_2$ (3) уақытта жүріп өтеді. Ал өз қозғалысының t_2 уақытында дене $h_2 = h - h_3$ (4) жол жүреді. $t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}}$ өрнегіне 4-ші өрнектегі h_2 мәнін қоямыз $t_2 = \sqrt{\frac{2(h - h_1)}{g}}$ (5). 5-ші өрнекті 3-ші өрнекке қоямыз да, дененің өз жолының ақырғы 1м қанша уақытта жүріп өтетіндігін табамыз $t_3 = t - \sqrt{\frac{2(h - h_1)}{g}}$.

Есептелуі:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 1 м}{9{,}8\, м/с^2}} = 0{,}45\, с,$$

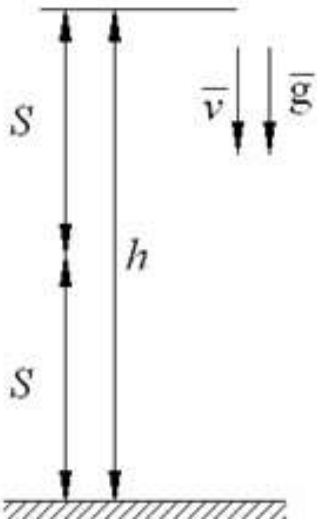
$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 19{,}6 м}{9{,}8\, м/с^2}} = 2\, с,$$

$$t_3 = 2с - \sqrt{\frac{2(19{,}6\, м - 1\, м)}{9{,}8\, м/с^2}} = 0{,}05\, с$$

14. Еркін түсіп келе жатқан дене өзінің төмен түсуінің соңғы секундында барлық жолының жартысынан өтеді. Мыналарды: 1) дененің қандай H биіктіктен төмен түсетінін, 2) түсу t уақытының қаншаға созылатындығын табу керек.

Берілгені:
$\vartheta_0 = 0$
$g = 9{,}8 м/с^2$
$t_2 = 1с$

$Т/к: H,\ t$



24-сурет.

Шығарылуы:

Дененің барлық жүрген жолының жартысын h тең деп белгілейміз, сонда жалпы жол $H = 2h$ (1). Еркін түскен дененің қозғалыс теңдеуі $H = \frac{gt^2}{2}$ (2). Дененің жүрген жолының жартысы $h = \vartheta \cdot t_2 + \frac{g \cdot t_2^2}{2}$ (3), мұндағы $t_2 = 1с$

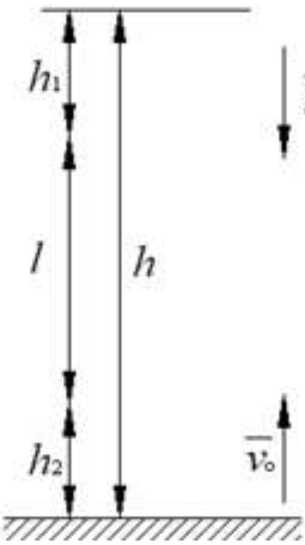
, $S = gt_2(t - t_2) + \frac{gt_2^2}{2}$ (4). 3-ші өрнектің мәнін 1-ші өрнекке қоямыз $H = 2gt_2(t - t_2) + gt_2^2$ (5). 2-ші өрнек пен 5-ші өрнекті теңестіреміз: $\frac{gt^2}{2} = 2gt_2(t - t_2) + gt_2^2$ (6). 6-шы өрнектің екі жағын да 2-ге көбейтіп, g -ге бөліп жақшаны ашамыз: $t^2 = 4t_2 t - 4t_2^2 + 2t_2^2$ (7). 7-ші өрнекті түрлендіріп $t_2 = 1с$ мәнін қоямыз: $t_2 = t^2 - 4t + 2 = 0$. Квадрат теңдеуді шешеміз. $D = 8$; $t = \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2}$

Есептелуі: $D = 8$, $t_1 = \frac{4 - \sqrt{8}}{2} = 0{,}6\,с$ - есептің шартын қанағаттандырмайды, $t_2 = \frac{4 + \sqrt{8}}{2} = 3{,}4\,с$, $H = \frac{9{,}8\,м/с^2 \cdot (3{,}4\,с)^2}{2} = 57\,м$

15. А денесі ϑ_{01} бастапқы жылдамдықпен вертикаль жоғары лақтырылған, ϑ_{02} бастапқы жылдамдықпен В денесі h биіктіктен төмен түседі. Денелер алғашында бірдей қозғалды деп алып, А және В денелердің l ара қашықтығының t уақытқа байланысын табу керек.

Берілгені:
$\vartheta_{01} = 0$
$g = 9{,}8\ м/с^2$
$\vartheta_{02} = 0$

$Т/к: l,\ t$



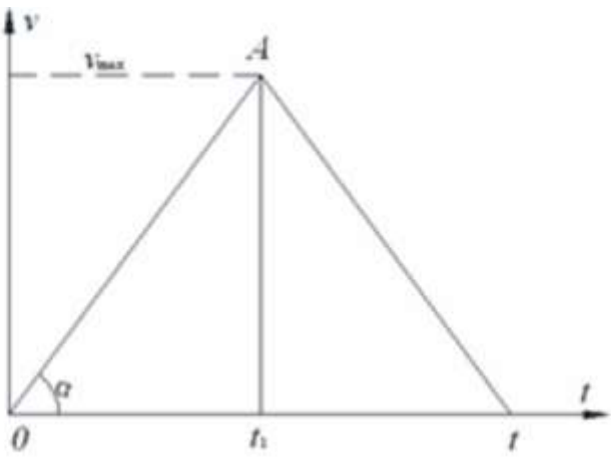
25-сурет.

Шығарылуы:

А және В денелерінің массасы мен көлемдерін бірдей деп аламыз. А денесінің көтерілу уақыты мен В денесінің төмен түсу уақыты тең. А денесінің жүрген жолы $h_1 = \vartheta_0 t - \frac{gt_1^2}{2}$ (1). В денесінің жүрген жолы $h_2 = \frac{gt^2}{2}$ (2). А және В денелерінің ара қашықтығы $l = h - (h_1 + h_2)$. 1-ші және 2-ші өрнектерді қосамыз: $h_1 + h_2 = \vartheta_0 t$ (3). 3-ші өрнектен іздеп отырған байланыстылық шығады: $l = h - \vartheta_0 t$. А және В денелердің ара қашықтығы $l = 0$ болғанда, яғни $t = \frac{h}{\vartheta_1}$ уақыт мезетінде бір-бірімен кездеседі.

16. Метрополитеннің екі станциясының ара қашықтығы $S = 1{,}5$ км. Осы ара қашықтықтың бірінші жартысында поезд бір қалыпты үдемелі қозғалыспен, ал екіншісінде – бір қалыпты баяу қозғалыспен өтеді. Поездың ең жоғары жылдамдығы $\vartheta = 50$ км/саә. Мыналарды: 1) сан мәні баяулауға тең деп алынған a үдеудің шамасын, 2) поездың бір станциядан екіншісіне дейін жүруге кеткен t уақытын табу керек.

Берілгені:	Х.Б.Ж.
$\vartheta = 50$ км/саә	$13{,}89\ м/с$
$S = 1{,}5$ км	$1500\ м$
$Т/к: a,\ t$	



26-сурет.

Шығарылуы:

S ара қашықтықтың бірінші жартысын поезд бір қалыпты үдемелі қозғалды: $\frac{S}{2}=\frac{at_1^2}{2}$ (1). Ал, S ара қашықтықтың екінші жартысын поезд бір қалыпты баяу қозғалады: $\frac{S}{2}=\vartheta t_2-\frac{at_1^2}{2}$ (2). Қозғалысқа кететін жалпы уақыт $t=t_1+t_2$ (3). Поездың ең жоғары жылдамдығы $\vartheta=at_1=at_2$ (4), бұдан $t_1=t_2$ уақыттардың тең екенін көреміз. Екі станциясының ара қашықтығы: $S=\frac{at_1^2}{2}+\vartheta t_1-\frac{at_2^2}{2} \Rightarrow S=\vartheta t_1$ (5). Осы өрнектен t_1 уақытты табамыз $t_1=\frac{S}{\vartheta}$ (6). 4-ші өрнектен сан мәні баяулауға тең деп алынған үдеудің шамасын табамыз: $a=\frac{\vartheta}{t_1}$.

Есептелуі:

$$t_1=\frac{1500м}{13{,}89м/с}=108\,с,$$

$$t=2t_1=2\cdot108\,с=216\,с,$$

$$a=\frac{13{,}89м/с}{108\,с}=0{,}13\,м/с^2$$

17. Поезд $\vartheta_0=36$ км/сағ жылдамдықпен қозғалады. Егер будың берілуін тоқтатсақ, онда поезд бір қалыпты баяу қозғала отырып, $t=20\,с$ өткеннен кейін тоқтайды. Мыналарды: 1) поездың теріс a үдеуін, 2) аялдамаға дейін будың берілуін қандай S қашықтықта тоқтату керектігін табу керек.

Берілгені:	Х.Б.Ж.
$\vartheta_0=36$ км/сағ	$10\,м/с$
$t=20\,с$	
$Т/к: a,\ S$	

Шығарылуы: Поездың бір қалыпты баяу қозғалған кездегі теңдеуі: $S=\vartheta_0 t-\frac{at^2}{2}$. Есептің шарты бойынша жылдамдық теңдеуі: $\vartheta=\vartheta_0-at$. Есептің шарты бойынша: $\vartheta=0$, сонда поездың теріс үдеуі $a=-\frac{\vartheta_0}{t}$.

Есептелуі: $a=-\frac{10\,м/с}{20\,с}=-0{,}5\,м/с^2$, $s=10\,м/с\cdot20\,с-\frac{0{,}5\,м/с^2(20\,с)^2}{2}=100\,м$.

18. Бір қалыпты баяу қозғалып келе жатқан поезды тежегенде оның жылдамдығы $t=1$мин ішінде $\vartheta_1=40$ км/сағ -тан $\vartheta_2=28$ км/сағ -қа дейін кемиді. Мыналарды: 1) поездың теріс a үдеуін, 2) тежеу кезіндегі жүрілген S ара қашықтықты табу керек.

Берілгені:	**Х.Б.Ж.**
$\vartheta_1 = 40$ км/сағ	$11,12\, м/с$
$\vartheta_2 = 28$ км/сағ	$7,78\, м/с$
$t = 1$ мин	$60\, с$
$Т/к: a,\ S$	

Шығарылуы:

Бір қалыпты баяу қозғалып келе жатқан поезды тежегенде оның жылдамдығы: $\vartheta_2 = \vartheta_1 - at$ (1). 1-өрнектен поездың теріс үдеуін табамыз: $a = \dfrac{\vartheta_1 - \vartheta_2}{t}$ (2). Поездың тежелу кезіндегі жүрген жолы: $S = \vartheta_0 t - \dfrac{at^2}{2}$ (3).

Есептелуі:

$$a = -\frac{11,12\, м/с - 7,78\, м/с}{60\, с} = -0,055\, м/с^2,$$

$$S = 11,12\, м/с \cdot 60\, с - \frac{0,055\, м/с^2 (60\, с)^2}{2} = 567\, м.$$

19. Вагон теріс үдеумен $a = -0,5\,\text{м/с}^2$ бір қалыпты баяу қозғалады. Вагонның бастапқы жылдамдығы $\vartheta_0 = 54\,\text{км/сағ}$. Вагон өзінің қозғалған жерінен бастап қанша t уақыттан кейін және қандай s қашықтықта тоқтайды?

Берілгені:	**Х.Б.Ж.**
$a = -0,5\, м/с^2$	
$\vartheta_0 = 54$ км/сағ	$15\, м/с$
$Т/к: t,\ S$	

Шығарылуы:

Бір қалыпты баяу қозғалып келе жатқан вагонның жылдамдығы: $\vartheta = \vartheta_0 - at$ (1). Есептің шартында үдеу «-» таңбамен берілген, сондықтан $\vartheta = 0$ деп 1-ші өрнектен уақытты табамыз: $t = \dfrac{\vartheta_0}{a}$ (2). Вагон бір қалыпты баяу қозғалғандықтан $a < 0$ шарт орындалады. Осы шартты есепке алып, вагон қозғалған жерінен бастап қандай қашықтыққа барып тоқтайтынын табамыз: $S = \vartheta_0 t - \dfrac{at^2}{2}$.

Есептелуі:

$$t = \frac{15\, м/с}{0,5\, м/с^2} = 30\, с,$$

$$S = 15\, м/с \cdot 30\, с - \frac{0{,}5\, м/с^2 (30\ с)^2}{2} = 225\, м.$$

20. А денесі ϑ_{0A} бастапқы жылдамдықпен қозғала бастайды да тұрақты a_A үдеумен қозғалады. А денесімен бірге бір уақытта В денесі де бастапқы ϑ_{0B} жылдамдықпен қозғала бастайды да тұрақты a_B теріс үдеумен қозғалып отырады. Қозғалыстың басынан қанша t уақыт өткеннен кейін осы екі дененің жылдамдығы бірдей болады?

Берілгені:
ϑ_{0A} a_A
ϑ_{0B} a_B

$T/к: t$

27-сурет.

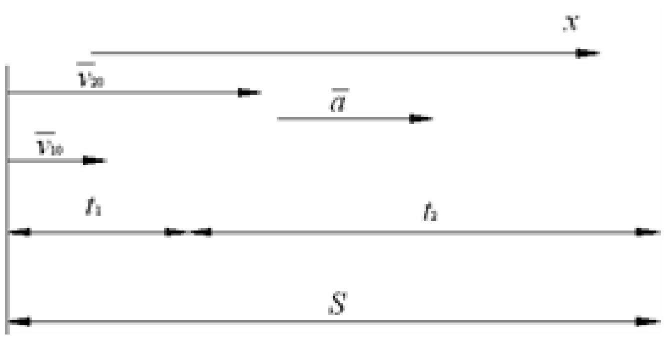
Шығарылуы:

Есептің шарты бойынша А денесінің жылдамдығы $\vartheta = \vartheta_{0A} - a_A t$ (1) және В денесінің жылдамдығы $\vartheta = \vartheta_{0B} - a_B t$ (2). 1-ші және 2-ші өрнектердің оң жақтарын теңестіреміз: $\vartheta_{0A} - a_A t = \vartheta_{0B} - a_B t$. Осы теңдіктен t уақытты табамыз $t = \dfrac{v_{20} - v_{10}}{a_1 + a_2}$ (3). 3-өрнектен көрініп тұрғандай $t > 0$ болғандықтан, есептің шешуі болу үшін міндетті түрде $\vartheta_{0A} < \vartheta_{0B}$ болуы керек.

21. А денесі $\vartheta_{10} = 2\, м/с$ бастапқы жылдамдықпен қозғала бастап, тұрақты a үдеумен қозғалады. А денесінің қозғала бастағанынан $t_1 = 10$ с уақыттан кейін осы нүктеден $\vartheta_{20} = 12\, м/с$ жылдамдықпен В денесі де қозғала бастайды, әрі сол a үдеумен қозғалады. В денесі А денесін қуып жететіндей a үдеуінің ең үлкен шамасы қандай болу керек?

Берілгені:
$\vartheta_{10} = 2\, м/с$
$\vartheta_{20} = 12\, м/с$
$t_1 = 10$ с

$T/к: a$



28-сурет.

Шығарылуы:

Есептің шарты бойынша: t_1 - А денесінің қозғалысқа кеткен уақыты; t_2 - В денесінің А денесін қуып жетуге кеткен уақыты; t - қозғала бастағаннан В денесінің А денесін қуып жетуге кеткен жалпы уақыты:

$t = t_1 + t_2$. В денесі А денесін қуып жеткенге дейін денелердің жүрген жолдары: $S = \vartheta_{10} t + \frac{at^2}{2}$ (1), $S = \vartheta_{20} t_2 + \frac{at_2{}^2}{2}$ (2). 1-ші және 2-ші өрнектердің оң жақтарын теңестіреміз: $\vartheta_{10} - a(t_1 + t_2) = \vartheta_{20} + at_2 \Rightarrow \vartheta_{10} - at_1 + at_2 = \vartheta_{20} + at_2 \quad \Rightarrow \quad \vartheta_{10} - at_1 = \vartheta_{20}$ (3).

3-ші өрнектен В денесі А денесін қуып жететіндей үдеуінің ең үлкен шамасын табамыз: $a = \frac{(\vartheta_{20} - \vartheta_{10})}{t_1}$.

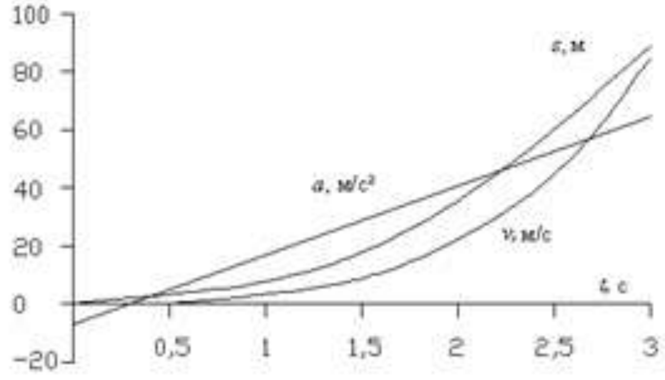
Есептелуі:

$$a = \frac{(12\,м/с - 2\,м/с)}{10\,с} = 1\,м/с^2.$$

22. Дененің жүрген S жолының t уақытқа тәуелділігі теңдеу $S = At - Bt^2 + Ct^3$ арқылы берілген. Мұндағы $A = 2\,м/с$, $B = 3\,м/с^2$ және $C = 4\,м/с^3$. Мыналарды: 1) ϑ жылдамдық пен a үдеудің t уақытқа тәуелділігін, 2) дененің жүріп өткен S жолын, қашықтығын және қозғалыс басынан $t = 2\,с$ уақыт өткеннен кейінгі дененің жылдамдығы мен үдеуін табу керек. $0{,}5\,с$ өткеннен кейінгі, $0 \le t \le 3\,с$ интервалдағы S жолдың, ϑ жылдамдықтың және a үдеудің графиктерін құрыңыздар.

Берілгені:
$S = At - Bt^2 + Ct^3$
$A = 2\,м/с, B = 3\,м/с^2, C = 4\,м/с^3$
$t = 2\,с$
$0{,}5\,с \Rightarrow 0 \le t \le 3\,с$

$Т/к: a, S, \vartheta.$



29-сурет.

Шығарылуы:

Есептің шарты бойынша дененің жүрген S жолының t уақытқа тәуелділігі теңдеу $S = At - Bt^2 + Ct^3$ (1) арқылы берілген. Дененің жылдамдығы: $\vartheta = \frac{dS}{dt} \Rightarrow \vartheta = A - 2Bt + 3Ct^2 \Rightarrow \vartheta = 2 - 6t + 12t^2\,м/с$. Дененің үдеуі: $a = \frac{d\vartheta}{dt} = -2B + 6Ct$, $a = -6 + 24t\,м/с^2$. Дененің жүріп өткен жолы $S = 2t - 3t^2 + 4t^3$. Қозғалыс басынан $t = 2\,с$ уақыт өткеннен кейінгі дененің жүріп өткен жолы, жылдамдығы мен үдеуін табамыз.

Есептелуі:

$S = 2 \cdot 2 - 3(2)^2 + 4(2)^3 = 24\,м$,

$\vartheta = 2 - 6 \cdot 2 + 12 \cdot (2)^2\,м/с = 38\,м/с$,

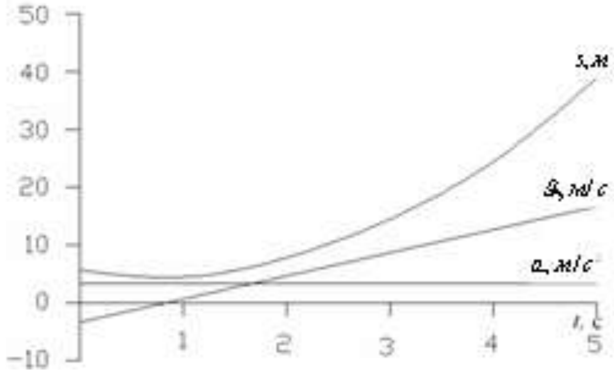
$a = -6 + 24 \cdot 2\,м/с^2 = 42\,м/с^2$.

23. Дененің жүрген S жолының t уақытқа тәуелділігі теңдеу $S = A - Bt + Ct^2$ арқылы берілген, мұндағы $A = 6\,м$, $B = 3\,м/с$ және $C = 2\,м/с^2$.

Дененің $1 \le t \le 4c$ дейінгі уақыт интервалындағы орташа жылдамдығы мен үдеуін табу керек. 1с өткеннен кейін $0 \le t \le 5c$ үшін S жолдың, ϑ жылдамдықтың және a үдеудің графиктерін сызу керек.

Берілгені:
$S = A - Bt + Ct^2$
$A = 6\,м$, $B = 3\,м/с$, $C = 2\,м/с^2$
$1 \le t \le 4\,с$
$0{,}1\,с \Rightarrow 0 \le t \le 5\,с$

$Т/к: a,\ S,\ \vartheta.$



30-сурет.

Шығарылуы: Дененің орташа жылдамдығы: $\vec{\vartheta} = \dfrac{\Delta S}{\Delta t}$ (1). Есептің шарты бойынша дененің жүрген S жолының t уақытқа тәуелділігі теңдеу $S = A - Bt + Ct^2$ (2) арқылы берілген. Орташа үдеу: $\vec{a} = \dfrac{\Delta \vec{\vartheta}}{\Delta t}$ (3). Орташа жылдамдық: $\vartheta = S' = -B + 2Ct$.

Есептелуі:

$S = 6 - 3t + 2t^2$ $t_1 = 1c \Rightarrow S_1 = 6 - 3 \cdot 1 + 2 \cdot (1)^2 = 5\,м$

$t_2 = 4\,с \Rightarrow S_2 = 6 - 3 \cdot 4 + 2 \cdot (4)^2 = 26 м,$

$$\vec{\vartheta} = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1} = \frac{26\,м - 5\,м}{4\,c - 1\,c} = 7\,м/c,\ \vartheta_1 = -3 + 2 \cdot 2 \cdot 1 = 1\,м/c,$$

$$\vartheta_2 = -3 + 2 \cdot 2 \cdot 4 = 13\,м/c,$$

$$a = \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{t_2 - t_1} = \frac{13\,м/c - 1\,м/c}{4\,c - 1\,c} = 4 м/c^2.$$

24. Дененің жүрген S жолының t уақытқа тәуелділігі теңдеу $S = A + Bt + Ct^2$ арқылы берілген, мұндағы $A = 3\,м$, $B = 2\,м/с$ және $C = 1\,м/с^2$. Дененің қозғалысының бірінші, екінші және үшінші секундтарындағы орташа $\overline{\vartheta}$ жылдамдығы мен $\overline{a}$ үдеуін табу керек.

Берілгені:
$S = A + Bt + Ct^2$
$A = 3\,м$, $B = 2\,м/с$, $C = 1\,м/с^2$
$t_1 = 1\,c$, $t_2 = 2\,c$, $t_3 = 3\,c$

$Т/к: \overline{a},\ \overline{\vartheta}.$

Шығарылуы:

Дененің орташа жылдамдығы: $\vec{\vartheta} = \dfrac{\Delta S}{\Delta t}$(1). Есептің шарты бойынша дененің жүрген S жолының t уақытқа тәуелділігі теңдеу $S = A + Bt + Ct^2$ (2) арқылы берілген.

Егер $t_0 = 0$, $t_1 = 1\,с$, $t_2 = 2\,с$, $t_3 = 3\,с$ болса, онда:

1) $\Delta s_1 = s_1 - s_0 = \left(3 + 2t_1 + t_1^2\right) - \left(3 + 2t_0 + t_0^2\right) \;\Rightarrow\; \Delta s_1 = 2t_1 + t_1^2 \;\; \vartheta_1 = \dfrac{\Delta s_1}{\Delta t_1} = \dfrac{2t_1 + t_1^2}{t_1 - t_0}$;

2) $\Delta s_2 = s_2 - s_1 = \left(3 + 2t_2 + t_2^2\right) - \left(3 + 2t_1 + t_1^2\right) = 2\left(t_2 - t_1\right) + t_2^2 - t_1^2$, $\vartheta_2 = \dfrac{\Delta s_2}{\Delta t_2}$,

$$\vartheta_2 = \frac{2\left(t_2 - t_1\right) + t_2^2 - t_1^2}{t_2 - t_1};$$

3) $\Delta s_3 = s_3 - s_2 = \left(3 + 2t_3 + t_3^2\right) - \left(3 + 2t_2 + t_2^2\right) = 2\left(t_3 - t_2\right) + t_3^2 - t_2^2$, $\vartheta_3 = \dfrac{\Delta s_3}{\Delta t_3}$,

$$\vartheta_3 = \frac{2\left(t_3 - t_2\right) + t_3^2 - t_2^2}{t_3 - t_1}.$$

Орташа үдеу: $\bar{a} = \dfrac{\Delta \vartheta}{\Delta t}$ себебі $\vartheta = \dfrac{dS}{dt} = B + 2Ct$, сонда $\vartheta_0 = B + 2Ct_0$, $\vartheta_1 = B + 2Ct_1$, $\vartheta_2 = B + 2Ct_2$, $\vartheta_3 = B + 2Ct_3$.

$$\vec{a}_1 = \frac{\vartheta_1 - \vartheta_0}{t_1 - t_0}, \quad \vec{a}_2 = \frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{t_2 - t_1}, \quad \vec{a}_3 = \frac{\vartheta_3 - \vartheta_2}{t_3 - t_2}.$$

Есептелуі:

$$\vec{\vartheta}_1 = \frac{\Delta s_1}{\Delta t_1} = \frac{2 \cdot 1 + (1)^2}{1 - 0} = 3\, м/с, \quad \vec{\vartheta}_2 = \frac{2(2-1) + (2)^2 - (1)^2}{2 - 1} = 5\, м/с,$$

$$\vec{\vartheta}_3 = \frac{2(3-2) + (3)^2 - (2)^2}{3 - 2} = 7\ м/с.$$

$\vartheta_0 = 2 + 2 \cdot 1 \cdot 0 = 2\, м/с$, $\vartheta_1 = 2 + 2 \cdot 1 \cdot 1 = 4\, м/с$, $\vartheta_2 = 2 + 2 \cdot 1 \cdot 2 = 6\, м/с$,

$\vartheta_3 = 2 + 2 \cdot 1 \cdot 3 = 8\, м/с$.

$$\vec{a}_1 = \frac{4\, м/с - 2\, м/с}{1с} = 2\, м/с^2, \qquad \vec{a}_2 = \frac{6\, м/с - 4\, м/с}{2\, с - 1с} = 2\, м/с^2,$$

$$\vec{a}_3 = \frac{8\, м/с - 6\, м/с}{3с - 2\, с} = 2\, м/с^2.$$

25. Дененің жүрген S жолының t уақытқа тәуелділігі теңдеу $s = A + Bt + Ct^2 + \mathrm{D}t^3$ арқылы беріледі, мұндағы $C = 0{,}14\, м/с^2$ және $D = 0{,}01\, м/с^3$. 1) қозғалыс басталғаннан кейін қанша t уақыттан соң дененің үдеуі $a = 1\, м/с^2$-қа тең болады? 2) осы уақыттағы дененің орташа $\bar{a}$ үдеуі неге тең болады?

Берілгені:

$s = A + Bt + Ct^2 + \mathrm{D}t^3$

$C = 0{,}14\, м/с^2$, $D = 0{,}01\, м/с^3$

$a = 1\, м/с^2$

$Т/к: \bar{a}, t.$

Шығарылуы:

Дененің лездік жылдамдығы: $\vartheta = \dfrac{dS}{dt}$ (1), үдеуі $a = \dfrac{d^2S}{dt^2}$ (2). Есептің шарты бойынша дененің жүрген S жолының t уақытқа тәуелділігі теңдеу

$s = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ (3) арқылы берілген. 1-ші өрнекке 3-ші өрнекті қоямыз: $\frac{dS}{dt} = \vartheta = B + 2Ct + 3Dt^2$ (4). 2-ші өрнекке 3-ші өрнекті қоямыз: $\frac{d^2S}{dt^2} = 2C + 6Dt \Rightarrow a = 2C + 6Dt$ (5). 5-ші өрнектен $t = \frac{a - 2C}{6D}$ уақытты табамыз. Орташа үдеу: $\bar{a} = \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t}$ (6) тең. Орташа үдеуді есептеу үшін 4-ші өрнектен $\Delta\vartheta = \vartheta - \vartheta_0$ (7) табамыз. $\Delta t = t - t_0$, мұнда $t_0 = 0$. $\vartheta = B + 2Ct_1 + 3Dt^2$, $\vartheta_0 = B + 2Ct_0 + 3Dt_0^2$ өрнектерінің мәндерін 7-ші өрнекке қоямыз: $\Delta\vartheta = 2C \cdot (t - t_0) + 3D(t^2 - t_0^2)$. Бұдан: $\bar{a} = \frac{\Delta\vartheta}{\Delta t}$ өрнекке мәндерін қойып орташа үдеуді табамыз: $\bar{a} = \frac{2C(t - t_0) + 3D(t^2 - t_0^2)}{t - t_0} \Rightarrow \bar{a} = 2C + 3D(t - t_0)$.

Есептелуі:

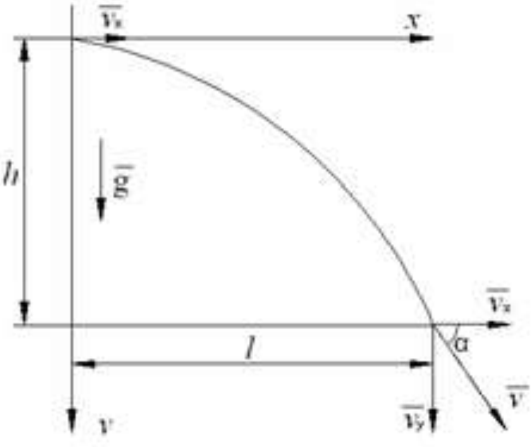
$t = 1 - \frac{1\,м/с^2 - 2 \cdot 0{,}14\,м/с^2}{6 \cdot 0{,}01\,м/с^3} = 12\,с$, $t_0 = 0$,

$\bar{a} = 2 \cdot 0{,}14\,м/с^2 + 3 \cdot 0{,}01\,м/с^3 \cdot 12\,с = 0{,}64\,м/с^2$.

26. Биіктігі $H = 25\,м$ мұнарадан горизонталь бағытта $\vartheta_x = 15\,м/с$ жылдамдықпен тас лақтырылған. Мыналарды: 1) тастың қанша t уақыт қозғалыста болатындығын, 2) тастың жерге мұнараның табанынан алғандағы қандай қашықтыққа L түскендігін, 3) жерге ол қандай ϑ жылдамдықпен түсетіндігін, 4) тастың траекториясы мен оның түсу нүктесіндегі горизонтпен қандай φ бұрыш жасайтынын табу керек. Ауаның кедергісі есепке алынбайды.

Берілгені:
$H = 25\,м$
$\vartheta_x = 15\,м/с$
$g = 9{,}8\,м/с^2$

Т/к: L, φ, ϑ, t.



31-сурет.

Шығарылуы:

Горизонталь бағытпен лақтырылған дененің орын ауыстыруын екіге жіктейміз: 1) вертикаль: $S_y = H = \frac{gt^2}{2}$ (1); 2) горизонталь: $S_x = L = \vartheta_x t$ (2). 1-ші өрнектен уақытты табамыз: $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$. 2-ші өрнектен тастың жерге мұнараның табанынан алғандағы қандайлық қашықтыққа түскендігін табамыз: $L=\vartheta_x t$. Тастың жалпы жылдамдығы: $\vartheta=\sqrt{\vartheta_x^2+\vartheta_y^2}$. Мұндағы $\vartheta_y=gt$ жылдамдықтың вертикаль құраушысы, сонда $\vartheta=\sqrt{\vartheta_x^2+(gt)^2}$ (3).

Енді тастың траекториясы мен оның түсу нүктесіндегі горизонтпен қандай φ бұрыш жасайтынын табамыз. Мұндағы іздеп отырған φ бұрышы суретте көрініп тұрғандай: $\cos\varphi=\frac{\vartheta_x}{\vartheta}$ (4) тең. 4-ші өрнекке 3-ші өрнектің мәнін қоямыз: $\cos\varphi=\frac{\vartheta_x}{\sqrt{\vartheta_x^2+(gt)^2}}$.

Есептелуі:

$t=\sqrt{\frac{2\cdot 25\,м}{9{,}8\,м/с^2}}=2{,}26\,с$, $S_x=15\,м/с\cdot 2{,}26\,с=33{,}9\,м$,

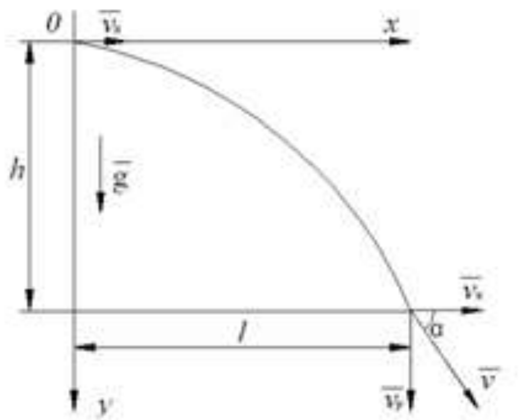
$\vartheta_y=9{,}8\,м/с^2\cdot 2{,}26\,с=22{,}1\,м/с$,

$$\cos\varphi=\frac{15\,м/с}{\sqrt{(15\,м/с)^2+(9{,}8\,м/с^2\cdot 2{,}26\,с)^2}}=0{,}56,\ \varphi\approx 56^0$$

27. Горизонталь бағытпен лақтырылған дене жерге $t=0{,}5\,с$-тан кейін лақтырылған жерден $l=5\,м$ қашықтыққа түсті. 1) тасты қандай H биіктіктен лақтырған? 2) қандай ϑ_0 бастапқы жылдамдықпен лақтырылған? 3) ол қандай ϑ жылдамдықпен жерге түскен? 4) тастың траекториясы мен жерге түсу нүктесіндегі горизонт қандай φ бұрышын құрады? Ауаның кедергісі есепке алынбайды.

Берілгені:
$L=5м$
$t=0{,}5\,с$
$g=9{,}8\,м/с^2$

$Т/к: \vartheta_0,\ H,\ \vartheta,\ \varphi.$



32-сурет.

Шығарылуы:

Горизонталь бағытпен лақтырылған дененің орын ауыстыруын екіге жіктейміз: 1) вертикаль: $S_y=H=\frac{gt^2}{2}$ (1); 2) горизонталь: $S_x=L=\vartheta_x t$ (2).

2-ші өрнектен тастың қандай ϑ_0 бастапқы жылдамдықпен лақтырылғанын табамыз: $\vartheta_0=\vartheta_x=\frac{L}{t}$. Тастың жалпы жылдамдығы: $\vartheta=\sqrt{\vartheta_x^2+\vartheta_y^2}$. Мұндағы $\vartheta_y=gt$ жылдамдықтың вертикаль құраушысы, сонда

$\vartheta = \sqrt{\vartheta_x^2 + (gt)^2}$ (3). Енді тастың траекториясы мен оның түсу нүктесіндегі горизонтпен қандай φ бұрыш жасайтынын табамыз. Мұндағы іздеп отырған φ бұрышы суретте көрініп тұрғандай: $\cos\varphi = \frac{\vartheta_x}{\vartheta}$ (4).

Есептелуі:

$$S_y = H = \frac{9{,}8\, м/с^2 \cdot (0{,}5\, с)^2}{2} = 1{,}22\, м, \qquad \vartheta_0 = \vartheta_x = \frac{5\, м}{0{,}5\, с} = 10\, м/с,$$

$$\vartheta_y = 9{,}8\, м/с^2 \cdot 0{,}5\, с = 5\, м/с,$$

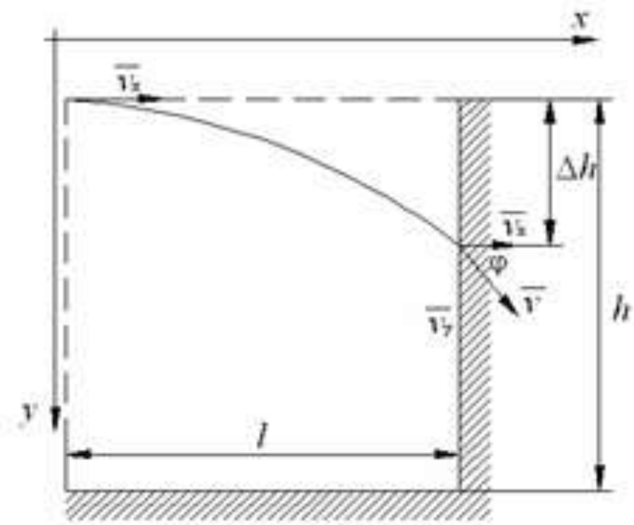
$$\vartheta = \sqrt{(10\, м/с)^2 + (5\, м/с)^2} = 11{,}1\, м/с, \qquad \cos\varphi = \frac{10\, м/с}{11{,}3\, м/с} = 0{,}90,$$

$$\cos = 0{,}9 \quad \varphi \approx 26^0\, 12'.$$

28. Горизонталь лақтырылған доп лақтырған жерден $l = 5м$ қашықтықта тұрған қабырғаға барып соғылады. Доптың қабырғаға соғылған жерінің биіктігі оны лақтырған жерінің биіктігінен $\Delta h = 1\, м$ төмен. 1) доп қандай ϑ_0 жылдамдықпен лақтырылған? 2) доп қабырғаға қандай φ бұрышпен жеткен? Ауаның кедергісі есепке алынбайды.

Берілгені:
$l = 5\, м$
$\Delta h = 1\, м$
$g = 9{,}8\, м/с^2$

$Т/к: \vartheta_0,\ \varphi.$



33-сурет.

Шығарылуы:

Горизонталь бағытпен лақтырылған доптың орын ауыстыруын екіге жіктейміз: 1) вертикаль: $S_y = h = \frac{gt^2}{2}$ (1); 2) горизонталь: $S_x = l = \vartheta_x t$ (2). 1-ші өрнектен уақытты табамыз: $t = \sqrt{\frac{2\Delta h}{g}}$. Жылдамдықтың горизонталь құраушысы $\vartheta_x = \frac{l\sqrt{g}}{\sqrt{2 \cdot \Delta h}}$ $\vartheta_x = \vartheta_0$, ал вертикаль құраушысы $\vartheta_y = \sqrt{2 \cdot \Delta h \cdot g}$ тең. Суреттен доп қабырғаға қандай φ бұрышпен жеткенін табамыз: $tg\varphi = \frac{\vartheta_x}{\vartheta_y} = \frac{l}{2\Delta h}$.

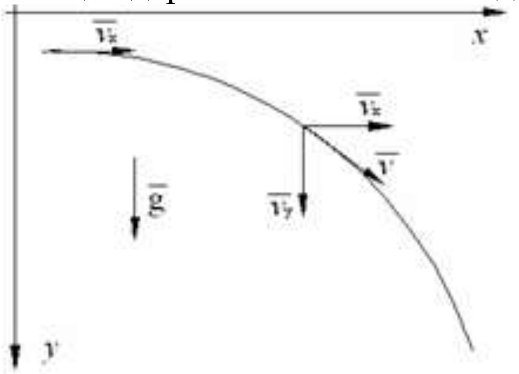
Есептелуі:

$$\vartheta_0 = \frac{5м\sqrt{9{,}8\, м/с^2}}{\sqrt{2 \cdot 1\, м}} = 11{,}1\, м/с, \quad tg\varphi = \frac{5\, м}{2 \cdot 1\, м} = 2{,}5, \quad \varphi \approx 68^0\ 12'.$$

29. Тас горизонталь бағытпен лақтырылған. Бастапқы қозғалысынан кейін $t = 0{,}5\, с$ уақыт өткеннен соң тастың жылдамдығының сан мәні оның бастапқы жылдамдығынан $\vartheta = 1{,}5 \cdot \vartheta_0$ есе өсті. Тастың бастапқы ϑ_0 жылдамдығын табу керек. Ауаның кедергісі есепке алынбайды.

Берілгені:
$t = 0{,}5\, с$
$\vartheta = 1{,}5 \cdot \vartheta_0$
$g = 9{,}8\, м/с^2$

$Т/к: \vartheta_0.$



34-сурет.

Шығарылуы:

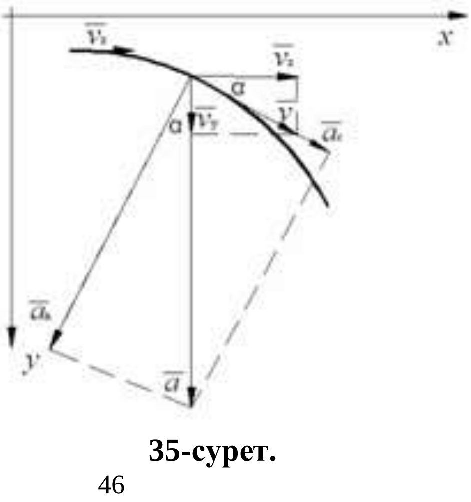
Горизонталь бағытпен лақтырылған тастың ϑ жылдамдығын екі құраушыға жіктейміз: $\vec{\vartheta}_y$ вертикаль, $\vec{\vartheta}_x$ горизонталь. Мұндағы тастың жалпы жылдамдығы: $\vartheta = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2}$ (1). Есептің шарты бойынша $\vartheta_x = \vartheta_0$. 1-ші өрнектен жылдамдықтың $\vec{\vartheta}_x$ горизонталь құраушысын табамыз: $\vartheta_x = \sqrt{\vartheta^2 - \vartheta_y^2} = \sqrt{(1{,}5\vartheta_x)^2 - (gt)^2}$. Өрнекке түрлендіру амалдарын қолданамыз, сонда $1{,}25\vartheta_x^2 = (gt)^2$, $\vartheta_x = \sqrt{\frac{(gt)^2}{1{,}25}}$.

Есептелуі: $\vartheta_x = \sqrt{\frac{(9{,}8\, м/с^2 \cdot 0{,}5\, с)^2}{1{,}25}} = 4{,}47\, м/с.$

30. Горизонталь бағытпен лақтырылған тастың жылдамдығы $\vartheta_0 = 15\, м/с$. Тастың бастапқы қозғалысынан $t = 1\, с$-тан кейінгі a_n нормаль және a_t тангенциаль үдеулерді табу керек. Ауаның кедергісі есепке алынбайды.

Берілгені:
$t = 1\, с$
$\vartheta_0 = 15\, м/с$
$g = 9{,}8\, м/с^2$

$Т/к: a_n,\ a_t.$



35-сурет.

Шығарылуы:

Есептің шарты бойынша тастың жылдамдығының горизонталь құраушысы 0-ге тең. Сондықтан тастың толық үдеуі барлық уақытта да төмен қарай вертикаль бағытталады және ауырлық күшінің үдеуіне тең болады $a = g = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$. Тастың жалпы жылдамдығы: $\vartheta = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2}$. Суреттен көрініп тұрғандай $\cos\alpha = \frac{\vartheta_0}{\vartheta} = \frac{a_n}{g}$; $\sin\alpha = \frac{\vartheta_u}{\vartheta}$; $\sin\alpha = \frac{a_t}{g}$. Бұдан

$$a_n = \frac{g\vartheta_0}{\vartheta}; \quad a_n = \frac{g\vartheta_0}{\sqrt{\vartheta_0^2 + g^2t^2}} \quad a_t = \frac{g\vartheta_y}{\vartheta}; \quad a_t = \frac{g^2t}{\sqrt{v_0^2 + g^2t^2}}; \quad \vartheta_y = gt$$

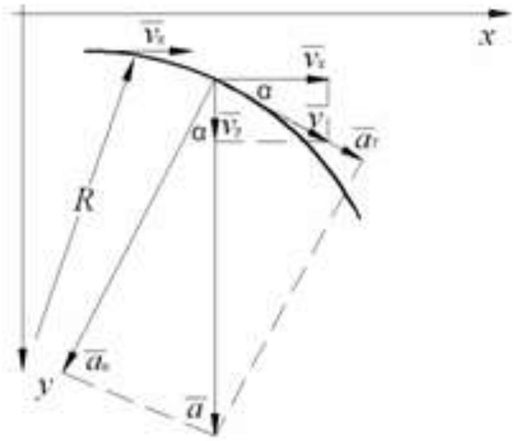
Есептелуі:

$$a_n = \frac{9{,}8\,м/с^2 \cdot 15\,м/с}{\sqrt{(15\,м/с)^2 + (9{,}8\,м/с^2 \cdot 15\,м/с)^2}} = 8{,}2\,м/с^2,$$

$$a_t = \frac{(9{,}8\,м/с^2)^2 \cdot 15\,м/с}{\sqrt{(15\,м/с)^2 + (9{,}8\,м/с^2 \cdot 15\,м/с)^2}} = 5{,}4 м/с^2.$$

31. Тас $\vartheta_0 = 10\,м/с$ жылдамдықпен горизонталь бағытта лақтырылған. Бастапқы қозғалысынан кейін $t = 3с$ уақыттан соң, тас траекториясының қисықтық R радиусын табу керек. Ауаның кедергісі есепке алынбайды.

Берілгені:	
$t = 3$ с $\vartheta_0 = 10$ м/с $g = 9{,}8$ м/с^2	
Т/к: R.	



36-сурет.

Шығарылуы:

Тастың қисық сызықты қозғалыс кезінде толық үдеуі $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$ (1) тең, ал центрге тартқыш үдеуі $a_n = \frac{\vartheta^2}{R}$ (2). 2-ші өрнектен тас траекториясының қисықтық R радиусын табамыз $R = \frac{\vartheta^2}{a_n}$ (3), мұндағы $\vartheta = \sqrt{\vartheta_y^2 + \vartheta_x^2}$. Ал центрге тартқыш үдеу суреттен көрініп тұрғандай $a_n = g\sin\alpha$ (4). Осыдан $\sin\alpha = \frac{\vartheta_x}{\sqrt{v_y^2 + v_x^2}}$. 3-ші өрнекке мәндерін қойып, өрнекті түрлендіреміз: $R = \dfrac{\left(\vartheta_y^2 + \vartheta_x^2\right)\cdot\left(\sqrt{\vartheta_y^2 + \vartheta_x^2}\right)}{\vartheta_x g} = \dfrac{\left((gt)^2 + \vartheta_x^2\right)\cdot\left(\sqrt{(gt)^2 + \vartheta_x^2}\right)}{\vartheta_x g}$. Мұндағы $\vartheta_0 = \vartheta_x$, $\vartheta_y = gt$.

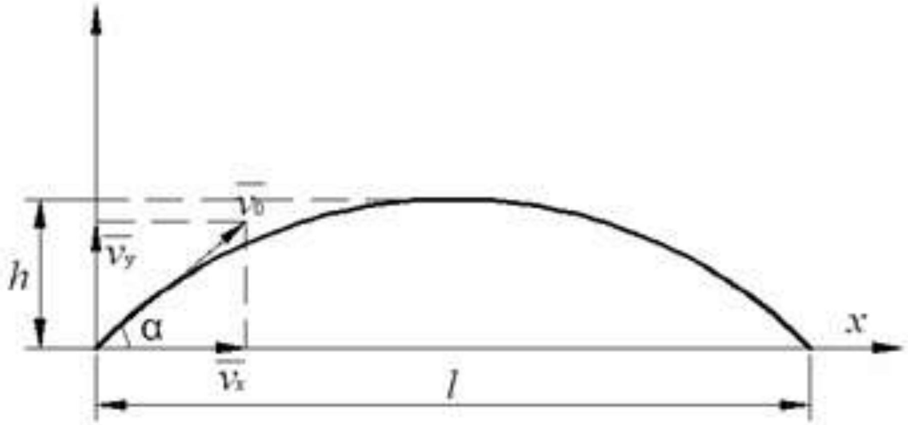
Есептелуі:

$$R = \frac{\left((9{,}8\, м/с^2 \cdot 3\, с)^2 + (10\, м/с)^2\right)\cdot\left(\sqrt{(9{,}8\, м/с^2 \cdot 3\, с)^2 + (10\, м/с)^2}\right)}{9{,}8\, м/с^2 \cdot 10\, м/с} = 305\, м.$$

32. Допты $\alpha = 40°$ бұрыш жасай $\vartheta_0 = 10$ *м/с* жылдамдықпен горизонталь бағытпен лақтырған. Мыналарды: 1) доптың қандай S_y биіктікке көтерілгенін, 2) доптың лақтырған жерінен жер бетіне түскендегі S_x қашықтығын, 3) оның қанша t уақыт қозғалыста болатындығын табу керек. Ауаның кедергісі есепке алынбайды.

Берілгені:
$\alpha = 40°$
$\vartheta_0 = 10\, м/с$
$g = 9{,}8\, м/с^2$

Т/к: S_y, S_x, t.



37-сурет.

Шығарылуы:

ϑ_0 жылдамдықпен горизонтқа α бұрыш жасай лақтырылған доптың көтерілген ең үлкен биіктігін табамыз: $S_y = (\vartheta_0 \sin\alpha)\cdot t_1 - \dfrac{gt^2}{2}$ (1). Жылдамдықтың вертикаль құраушысы: $\vartheta_y = \vartheta_0 \sin\alpha - gt$ тең. Ең жоғарғы көтерілу нүктесінде $\vartheta_y = 0$, ал 1-ші өрнектен $\vartheta_0 \sin\alpha = gt$, осыдан доптың жоғары көтерілуіне кеткен уақытын табамыз $t_1 = \dfrac{\vartheta_0 \sin\alpha}{g}$ (2). 2-ші өрнектің мәнін 1-ші өрнекке қойып доптың ең үлкен көтерілу биіктігін табамыз $S_y = \dfrac{\vartheta_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$ (3).

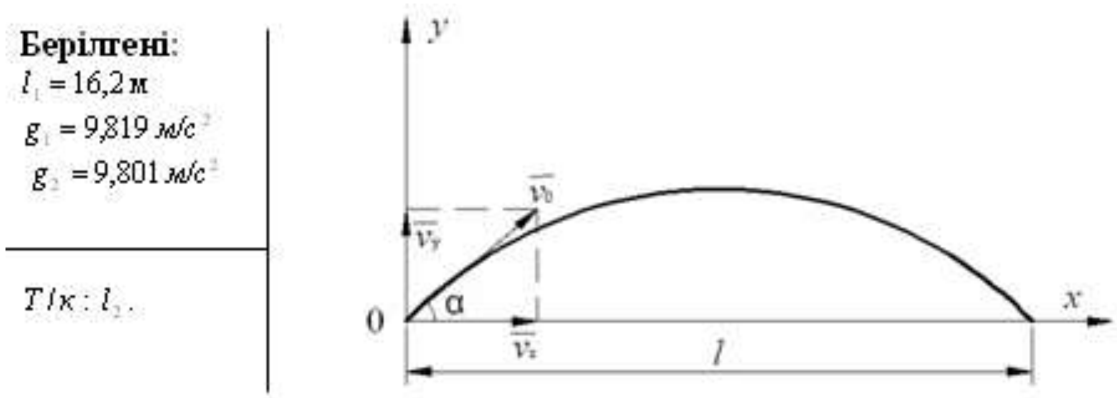
Горизонтқа α бұрыш жасай лақтырылған доптың ұшу қашықтығын табамыз $S_x = (\vartheta_0 \cos\alpha)t$ (4). Жылдамдықтың вертикаль құраушысы: $\vartheta_x = \vartheta_0 \cdot \cos\alpha$ тең. Доп горизонталь жазықтыққа $t = 2t_1 = \dfrac{2\vartheta_0 \sin\alpha}{g}$ (5) уақыттан кейін түседі. 5-ші өрнектің мәнін 4-ші өрнекке қойып доптың лақтырған жерінен жер бетіне түскендегі ең үлкен қашықтығын табамыз $S_x = \dfrac{\vartheta_0^2 \sin 2\alpha}{g}$.

Есептелуі:

$$S_y = \frac{(10\,м/с)^2 \sin^2 40^0}{2 \cdot 9{,}8\,м/с^2} = 2{,}1\,м, \; S_x = \frac{(10\,м/с)^2 \sin 80^0}{9{,}8\,м/с^2} = 10\,м,$$

$$t = \frac{2 \cdot 10\,м/с \cdot \sin 40^0}{9{,}8\,м/с^2} = 1{,}3\,с.$$

33. Ленинградта болған спорт жарысында спортсмен ядроны $l_1 = 16{,}2\,м$ қашықтыққа лақтырды. Осындай ядро Алматыда (сондай шартпен) қаншалықты l_2 қашықтыққа ұшар еді? (Бастапқы жылдамдықтары да ұшу бағытының горизонтқа жасайтын бұрышы да бірдей болғанда) Ленинградтағы ауырлық күшінің үдеуі $g_1 = 9{,}819\,м/с^2$-қа тең, ал Алматыда $g_2 = 9{,}801\,м/с^2$.



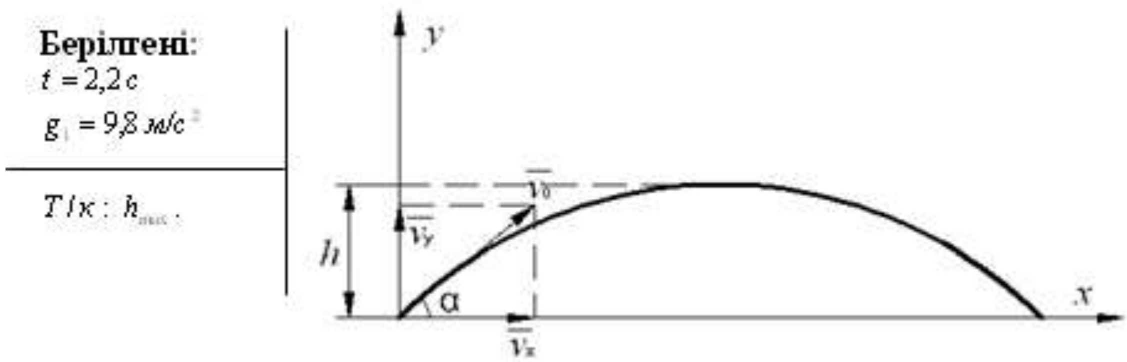
38-сурет.

Шығарылуы:

Есептің шарты бойынша ядро горизонталь жазықтыққа $t = \dfrac{2\vartheta_0 \sin\alpha}{g}$ (1) уақыттан кейін түседі. Спортшының лақтырған ядросының ұшу қашықтығы: $s_x = l = (\vartheta_0 \cos\alpha) \cdot t$ (2). 2-ші өрнекке 1-ші өрнектің мәнін қойып, ядроның ұшу қашықтығын табамыз $s_x = l = \dfrac{2\vartheta_0^2 \cos\alpha \sin\alpha}{g} = \dfrac{\vartheta_0^2 \sin 2\alpha}{g}$. Сонда Ленинградта спортшы ядроны $l_1 = \dfrac{\vartheta_0^2 \sin\alpha}{g_1}$ қашықтыққа, ал Алматыда $l_2 = \dfrac{\vartheta_0^2 \sin\alpha}{g_2}$ қашықтыққа лақтырады. Мұнда $\dfrac{l_1}{l_2} = \dfrac{g_2}{g_2} \;\Rightarrow\; l_2 = \dfrac{l_1 g_1}{g_2}$.

Есептелуі: $l_2 = \dfrac{16{,}2\,м \cdot 9{,}819\,м/с^2}{9{,}801\,м/с^2} = 16{,}23\,м$.

34. Дене ϑ_0 жылдамдықпен горизонтқа α бұрыш жасай лақтырылды. Ұшу ұзақтығы $t = 2{,}2\,с$. Осы дененің ең үлкен көтерілу h биіктігін табу керек. Ауаның кедергісі есепке алынбайды.



39-сурет.

Шығарылуы:

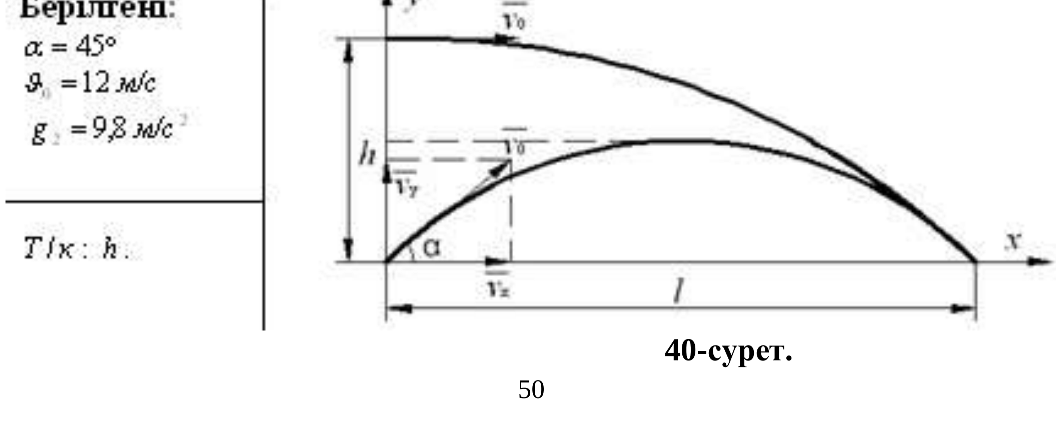
Есептің шарты бойынша ϑ_0 жылдамдықпен горизонтқа α бұрыш жасай лақтырылған дененің қозғалыс траекториясының вертикаль құраушысы: $S_y = (\vartheta_0 \sin\alpha)\cdot t - \frac{gt^2}{2}$ (1). Осы дененің ең үлкен көтерілу $h_{\max}$ биіктігіне кеткен уақыты t_1. Сонда 1-ші өрнектен дененің ең үлкен көтерілу биіктігін табамыз: $h_{\max} = \vartheta_0 \sin\alpha \cdot t_1 - \frac{gt_1^2}{2}$ (2).

Ең жоғарғы көтерілу нүктесінде $\vartheta_y = 0$, бірақ $\vartheta_y = \vartheta_0 \sin\alpha - gt_1$, сонда $0 = \vartheta_0 \sin\alpha - gt_1 \;\Rightarrow\; \vartheta_0 \sin\alpha = gt_1$ (3). 3-ші өрнектің мәнін 2-ші өрнекке қойып доптың ең үлкен көтерілу биіктігін табамыз $h_{\max} = gt_1^2 - \frac{gt_1^2}{2} = \frac{gt_1^2}{2}$ (4). 4-ші өрнекке дененің жоғары көтерілуіне кеткен уақытын $t_1 = \frac{t}{2}$ қоямыз. Сонда ϑ_0 жылдамдықпен горизонтқа α бұрыш жасай лақтырылған дененің ең үлкен көтерілу биіктігі: $h_{\max} = \frac{gt^2}{8}$.

Есептелуі:

$$h = \frac{9{,}8\,м/с^2(\cdot 2{,}2\,с)^2}{8} = 5{,}9\,м$$

35. Горизонтқа $\alpha = 45°$ бұрыш жасай $\vartheta_0 = 12\,м/с$ жылдамдықпен лақтырылған тас лақтырған орыннан l қашықтықта жерге түсті. Тасты сол ϑ_0 бастапқы жылдамдықта сол орынға түсіру үшін горизонталь бағытта қандай h биіктіктен лақтыру керек?



40-сурет.

Шығарылуы:

Есептің шарты бойынша горизонтқа α бұрыш жасай ϑ_0 жылдамдықпен лақтырылған тас лақтырған орыннан $l = \vartheta_0 \cos\alpha\, t_1$ (1) қашықтықта жерге түседі. Сонда тастың жоғары көтерілуіне кеткен уақыты $t_1 = \dfrac{2\vartheta_0 \sin\alpha}{g}$ (2). Ал тас төмен құлағанда $l = \vartheta_0 t_2$ (3). 2-ші өрнектің мәнін 1-ші өрнекке қойып $l = \dfrac{\vartheta_0^2 \sin 2\alpha}{g}$ (4) өрнегін аламыз. 4-ші өрнектен тастың құлауға кеткен уақытын табамыз $t_2 = \dfrac{\vartheta_0^2 \sin 2\alpha}{g\vartheta_0} = \dfrac{\vartheta_0 \sin 2\alpha}{g}$. $h = \dfrac{gt_2^2}{2}$ өрнегіне t_2 мәнін қойып, тасты сол орынға түсіру үшін қандай биіктіктен лақтыру керектігін табамыз: $h = \dfrac{gt_2^2}{2} = \dfrac{g\vartheta_0^2 \sin^2 2h}{2g^2} = \dfrac{\vartheta_0^2 \sin^2 2\alpha}{2g}$.

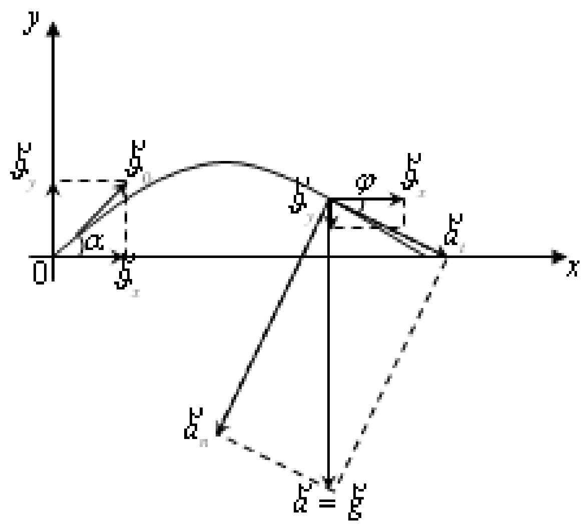
Есептелуі:

$$h = \frac{(12\, м/с)^2 \sin^2 90^0}{2 \cdot 9{,}8\, м/с^2} = 7{,}3\, м.$$

36. Дене $\vartheta_0 = 14{,}7\, м/с$ жылдамдықпен горизонтқа $\alpha = 30^0$ бұрыш жасай лақтырылған. Дененің қозғалғаннан кейінгі $t = 1{,}25\, с$ уақыттан соңғы a_n нормаль және a_t тангенциаль үдеулерін табу керек. Ауаның кедергісі есепке алынбайды.

Берілгені:
$\vartheta_0 = 14{,}7\, м/с$
$\alpha = 30^0$
$t = 1{,}25\, с$

Т/к: a_n, a_t.



41-сурет.

Шығарылуы:

Дененің қозғалыс траекториясының ең жоғары нүктесіне дейін көтерілуіне кеткен уақытты табамыз. Ең жоғарғы көтерілу нүктесінде $\vartheta_y = 0$, бірақ $\vartheta_y = \vartheta_0 \sin\alpha - gt_1$, сонда $0 = \vartheta_0 \sin\alpha - gt_1 \Rightarrow \vartheta_0 \sin\alpha = gt_1 \Rightarrow t_1 = \dfrac{\vartheta_0 \sin\alpha}{g}$ (1). Есептің шартынан $t = 1{,}25\,с$ моментте дененің қайтадан төмен түсіп келе жатқанын көреміз. Сонда дене $\vartheta_x = \vartheta_0 \cos\alpha$ жылдамдықпен горизонталь лақтырылған. Бұдан дененің $t_2 = t - t_1$ уақытта қозғала бастағаннан кейінгі нормаль және тангенциаль үдеулерін табамыз: $a_n = g\dfrac{\vartheta_0 \cos\alpha}{\sqrt{(\vartheta_0 \cos\alpha)^2 + (gt_2)^2}}$;

$a_t = g\dfrac{gt_2}{\sqrt{(\vartheta_0 \cos\alpha)^2 + (gt_2)^2}}$.

Есептелуі:

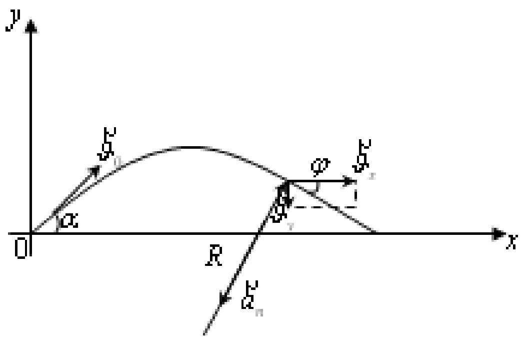
$t_1 = \dfrac{14{,}7 м/с \cos 30}{9{,}8 м/с^2} = 0{,}75с$, $t_2 = 1{,}25с - 0{,}75с = 0{,}5с$

$$a_n = 9{,}8\, м/с^2 \dfrac{14{,}7\, м/с \cos 30}{\sqrt{(14{,}7\, м/с \cos 30)^2 + (9{,}8\, м/с^2 \cdot 0{,}5\, с)^2}} = 9{,}15\, м/с^2,$$

$$a_t = 9{,}8\, м/с^2 \dfrac{9{,}8\, м/с^2 \cdot 0{,}5\, с}{\sqrt{(14{,}7 м/с \cos 30)^2 + (9{,}8\, м/с^2 \cdot 0{,}5\, с)^2}} = 3{,}52\, м/с^2.$$

37. Дене $\vartheta_0 = 10$ м/с жылдамдықпен горизонтқа $\alpha = 45°$ бұрыш жасай лақтырылған. Дененің бастапқы қозғалысынан $t = 1$с уақыт өткеннен кейінгі траекториясының қисықтық R радиусын табу керек. Ауаның кедергісі есепке алынбайды.

Берілгені:
$\vartheta_0 = 10$ м/с
$\alpha = 45°$
$t = 1$с
$T/к:\ R.$



42-сурет.

Шығарылуы:

Дененің қозғалыс траекториясының ең жоғары нүктесіне дейін көтерілуіне кеткен уақытты табамыз. Жылдамдықтың вертикаль құраушысы: $\vartheta_y = \vartheta_0 \sin\alpha - gt$ (1) тең. Ең жоғарғы көтерілу нүктесінде $\vartheta_y = 0$, ал 1-ші өрнектен $\vartheta_0 \sin\alpha = gt_1$, осыдан доптың жоғары көтерілуіне кеткен уақытын табамыз $t_1 = \dfrac{\vartheta_0 \sin\alpha}{g}$(2). Дене $t = 1$с уақыт өткеннен кейін траектория бойымен төмен түсе бастайды. Осы кезде денені горизонтқа α бұрыш жасай $\vartheta_x = \vartheta_0 \cos\alpha$ (3) жылдамдықпен лақтырылған деп қарастыруға болады. Сонда дененің центрге тартқыш үдеуі $a_n = \dfrac{\vartheta^2}{R}$ (4) тең, мұндағы $\vartheta = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2}$ (5). Суреттен көрініп тұрғандай дененің центрге тартқыш үдеуі $a_n = g\sin\varphi$ тең, осы өрнекке 4-ші және 5-ші өрнектердің мәндерін қоямыз $\sin\varphi = \dfrac{\vartheta_x}{\sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2}}$.

Бұдан $a_n = g = \dfrac{\vartheta_x}{\sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2}}$, $\vartheta_x = \vartheta_0 \cos\alpha$, $\vartheta_y = g(t - t_1)$, $R = \dfrac{\vartheta^2}{a_n} = \dfrac{(\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2)\cdot\left(\sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2}\right)}{\vartheta_x g}$

Есептелуі:

$$t_1 = \frac{10 м/с \cdot \sin 45^0}{9{,}8 м/с^2} = 0{,}7 с,$$

$$\vartheta_x = 10\ м/с \cdot \cos 45^0 = 5\sqrt{2}\ м/с,$$

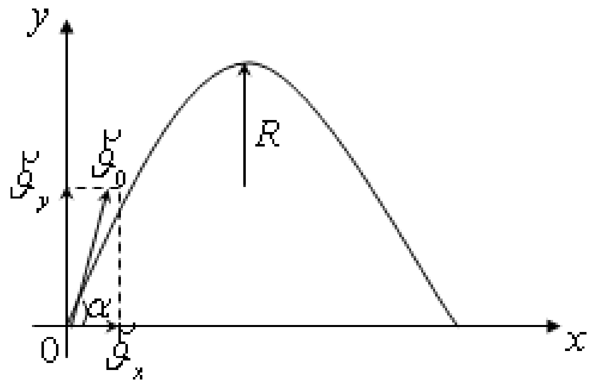
$$\vartheta_y = 9{,}8\ м/с^2 (1 с - 0{,}7\ с) = 3\ м/с,$$

$$R = \frac{\left(\left(5\sqrt{2}\ м/с\right)^2 + (3\ м/с)^2 \right) \cdot \left(\sqrt{\left(5\sqrt{2}\ м/с\right)^2 + (3\ м/с)^2} \right)}{5\sqrt{2}\ м/с \cdot 9{,}8\ м/с^2} = 6{,}3\ м.$$

38. Дене ϑ_0 жылдамдықпен горизонтқа α бұрыш жасай лақтырылған. Дененің ең үлкен көтерілу биіктігін $h = 3 м$ және траекторияның ең жоғарғы нүктесінде дене траекториясының қисықтық радиусын $R = 3 м$ деп алып, бастапқы ϑ_0 жылдамдықты және лақтыру α бұрышын табу керек. Ауаның кедергісі есепке алынбайды.

Берілгені:
$h = 3 м$
$R = 3 м$
$g = 9{,}8\ м/с^2$

$Т/к: \alpha,\ t_1.$



43-сурет.

Шығарылуы:

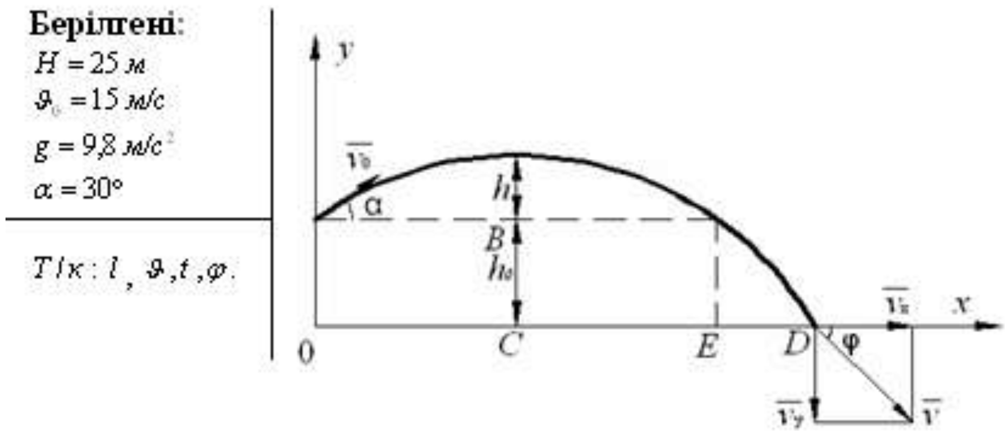
Есептің шарты бойынша ϑ_0 жылдамдықпен горизонтқа α бұрыш жасай лақтырылған дененің қозғалыс траекториясының вертикаль құраушысы: $S_y = (\vartheta_0 \sin\alpha)\cdot t - \frac{gt^2}{2}$ (1). Жылдамдықтың вертикаль құраушысы: $\vartheta_y = \vartheta_0 \sin\alpha - gt$ (2). Ең жоғарғы көтерілу нүктесінде $\vartheta_y = 0$, ал 2-ші өрнектен $\vartheta_0 \sin\alpha = gt_1$, осыдан дененің жоғары көтерілуіне кеткен уақытын табамыз $t_1 = \frac{\vartheta_0 \sin\alpha}{g}$ (2). 2-ші өрнектің мәнін 1-ші өрнекке қоямыз $h = S_y = \frac{\vartheta_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$ (3). Дененің ең үлкен көтерілу нүктесіндегі центрге тартқыш үдеуі $a_n = g = \frac{\vartheta_x^2}{R}$, мұндағы $\vartheta_x = \vartheta_0 \cos\alpha$. Сонда $g = \frac{\vartheta_0^2 \cos^2\alpha}{R} \Rightarrow \vartheta_0 = \sqrt{\frac{gR}{\cos^2\alpha}} = \frac{\sqrt{gR}}{\cos\alpha}$ (4). 4-ші өрнектің мәнін 1-ші өрнекке қойып, дененің ең үлкен көтерілу биіктігін табамыз $h = \frac{gR \cdot \sin^2\alpha}{\cos^2\alpha \cdot 2g} = tg^2\alpha \frac{R}{2}$ (5). 5-ші өрнектен лақтыру бұрышын табамыз $tg\alpha = \sqrt{\frac{2h}{R}}$.

Есептелуі:

$$tg\alpha = \sqrt{\frac{2\cdot 3\,м}{3\,м}}\sqrt{2} = 1{,}414\ a \approx 54^0 44',$$

$$\vartheta_0 = \frac{\sqrt{9{,}8\,м/с^2 \cdot 3м}}{\cos 54^0} = 9{,}35\,м/с\,.$$

39. Биіктігі $H = 25\,м$ мұнарадан, $\vartheta_0 = 15\,м/с$ жылдамдықпен горизонтқа $\alpha = 30°$ бұрыш жасай тас лақтырылады. Мыналарды: 1) тастың қаншама t уақыт қозғалыста болатындығын, 2) тастың, мұнараның табанынан жерге дейінгі l қашықтығын, 3) жерге ол қандай ϑ жылдамдықпен түсетіндігін, 4) тастың траекториясы мен горизонттың қандай φ бұрыш жасайтындығын табу керек. Ауаның кедергісі есепке алынбайды.



44-сурет.

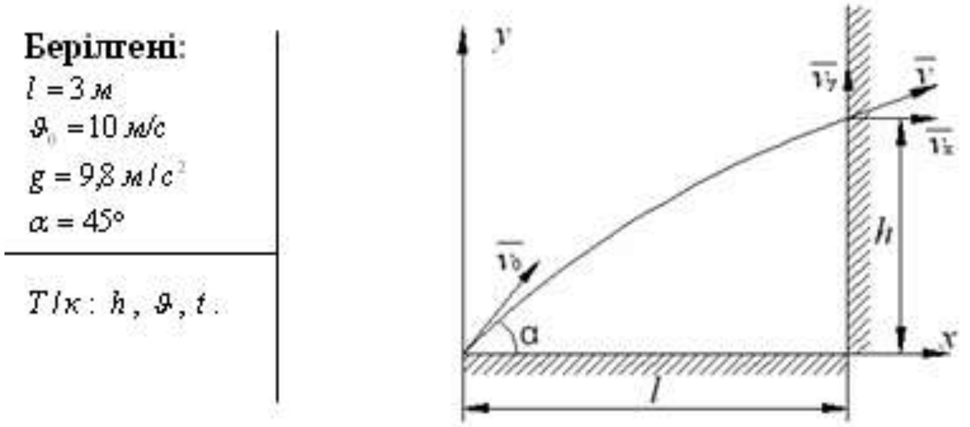
Шығарылуы:

h_0 биіктіктен α бұрышпен тасталған тастың қозғалысын екі кезеңге жіктеуге болады: горизонтпен $\vartheta_x = \vartheta_0 \cos\alpha$ жылдамдықпен ең биік A нүктесіне дейінгі қозғалыс. Тастың көтерілу биіктігі $s_y = AC = h_0 + h = h_0 + \dfrac{\left(\vartheta_0^2 \sin^2\alpha\right)}{2g}$. Тастың қозғалысқа кеткен жалпы уақыты $\mathrm{t} = t_1 + t_2$, мұндағы $t_1 = \dfrac{(\vartheta_0 \sin\alpha)}{g}$ тастың h биіктікке көтерілуге кеткен уақыты, ал $t_2 = \sqrt{\dfrac{2s_y}{g}}$ тастың жерге түсуге кеткен уақыты. Есептің шартында берілген мәндерін қойып, $s_y = 27{,}9\,м$, $t_1 = 0{,}77\,с$, $t_2 = 2{,}39\,с$ аламыз. t_1, t_2 мәндерін қойып, жалпы уақытты табамыз: $t = 3{,}16\,с$.

Мұнараның іргe тасынан тастың құлаған жеріне дейінгі арақашықты табамыз: $l = OD = OC + CD$, мұндағы $OC = \dfrac{OE}{2} = \dfrac{\vartheta_0^2 \sin 2\alpha}{2g} \approx 10\,м$, $CD = \vartheta_x t_2 = \vartheta_0 t_2 \cos\alpha = 31{,}3\,м$, сонда $l = 41{,}1\,м$. Жылдамдықты $\vartheta = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2}$ өрнектен табамыз, мұндағы $\vartheta_x = \vartheta_0 \cos\alpha = 13\,м/с$, $\vartheta_y = gt_2 = 23{,}4\,м/с$, сонда

$\vartheta = 26{,}7\ м/с$. Тастың траекториясы мен горизонттың қандай φ бұрыш жасайтындығын $\vartheta_y = \vartheta_x tg\varphi$ өрнегінен табамыз: $tg\varphi = \dfrac{\vartheta_y}{\vartheta_x} = 1{,}8$, сонда $\varphi = 61°$.

40. Бала горизонтқа $\alpha = 45°$ бұрыш жасай $\vartheta_0 = 10\ м/с$ жылдамдықпен допты лақтырады. Доп баладан $l = 3\ м$ қашықтықта тұрған қабырғаға барып соғылады. 1) Доптың қабырғаға қай уақытта соғылатынын анықтау керек (доп жоғары көтерілгенінде ме немесе төмен түскенде ме); 2) доптың қабырғаға қандай h биіктіктен соғылатынын табу керек (доптың лақтырылған биіктігінен есептеген); 3) доптың соғылған моментіндегі ϑ жылдамдығын табу керек. Ауаның кедергісі есепке алынбайды.



45-сурет.

Шығарылуы:

Доптың қозғалыс траекториясының ең жоғары нүктесіне дейін көтерілуіне кеткен уақытты $t_1 = \dfrac{\vartheta_0 \sin\alpha}{g}$ (1). Доптың қозғалыс траекториясының ең жоғары нүктесінде тұрғанда: $s_x = (\vartheta_0 \cos\alpha)\cdot t_1$ (2). 2-ші өрнектегі уақыттың орнына 1-ші өрнектің мәнін қоямыз $s_x = \dfrac{\vartheta_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g} = \dfrac{\vartheta_0^2 \sin 2\alpha}{2g}$. Енді доп жоғары көтерілгенінде қабырғаға қандай h биіктіктен соғылатынын табамыз. Ол үшін $s_y = h = (\vartheta_0 \sin\alpha)\cdot t - \dfrac{gt^2}{2}$, мұндағы t уақытты $l = (\vartheta_0 \cos\alpha)\cdot t$ өрнектен табамыз $t = \dfrac{l}{\vartheta_0 \cos\alpha}$. Сонда $\mathrm{h} = \dfrac{\vartheta_0 \sin\alpha \cdot l}{\vartheta_0 \cos\alpha} - \dfrac{gl^2}{2\vartheta_0^2 \cos^2\alpha} = l \cdot tg\alpha - \dfrac{gl^2}{2\vartheta_0^2 \cos^2\alpha}$. Доптың соғылған моментіндегі толық ϑ жылдамдығы $\vartheta = \sqrt{\vartheta_x^2 + \vartheta_y^2}$, мұндағы жылдамдықтың вертикаль $\vartheta_y = \vartheta_0 \sin\alpha - gt = \vartheta_0 \sin\alpha - \dfrac{gl}{\vartheta_0 \cos\alpha}$ және горизонталь $\vartheta_x = \vartheta_0 \cos\alpha$ құраушысы.

Есептелуі:

$s_x = \dfrac{(10\ м/с)^2 \cdot \sin 90^0}{2 \cdot 9{,}8\ м/с^2} = 5{,}1\ м$, $h = 3\ м \cdot tg 45^0 - \dfrac{9{,}8\ м/с^2 \cdot (3\ м)^2}{2(10\ м/с)^2 \cos^2 45^0} = 2{,}1\ м$,

$\vartheta_x = 10\,м/с \cdot \cos 45^0 = 7{,}07\,м/с$, $\vartheta_y = 10\,м/с \cdot \sin 45^0 - \dfrac{9{,}8\,м/с^2 \cdot 3м}{10\,м/с \cdot \cos 45^0} = 2{,}91\,м/с$,

$\vartheta = \sqrt{(7{,}07\,м/с)^2 + (2{,}91\,м/с)^2} = 7{,}6\,м/с$.

41. Мыналардың: 1) Жердің тәуліктік айналуының, 2) сағаттың сағаттық стрелкасының, 3) сағаттың минуттық стрелкасының, 4) айналу периоды $T = 88\,мин$ дөңгелек орбитамен айналатын Жердің жасанды спутнигінің ω бұрыштық жылдамдықтарын табу керек, 5) осы жасанды спутниктің орбитасы Жердің бетінен $h = 200\,км$ қашықтықта орналасқан деп алып, оның сызықтық жылдамдығын табу керек.

Берілгені:
$T = 88\,мин = 5280\,с$
$h = 0{,}2 \cdot 10^6\,м$
$R_з = 6{,}37 \cdot 10^6\,м$
$\pi = 3{,}1416\,рад$

Т/к: ω_1, ω_2, ω_3, ω_4, ϑ.

Шығарылуы:

Айналу периоды T дөңгелек орбитамен айналатын Жердің жасанды спутнигінің бұрыштық жылдамдығы $\omega = \dfrac{2\pi}{T}$. Жердің жасанды серігінің сызықтық жылдамдығы $\vec{\vartheta} = [\vec{\omega}\vec{R}]$. Осы өрнекті скаляр түрінде жассақ $\vartheta = \omega R \sin 90° = \omega R$, мұндағы $R = R_3 + h$. Сонда Жердің жасанды серігінің сызықтық жылдамдығы $\vartheta = \omega(R_3 + h)$.

Есептелуі:

1) Жердің тәуліктік айналуының периоды $T = 24саә = 86{,}4 \cdot 10^3\,с$, бұрыштық жылдамдық $\omega = \dfrac{2 \cdot 3{,}1416}{86{,}4 \cdot 10^3\,м} = 72{,}7 \cdot 10^{-6}\,рад/с$ болғанда, бұрыштық жылдамдық $\omega = \dfrac{2 \cdot 3{,}1416\,рад}{86{,}4 \cdot 10^3\,с} = 72{,}7 \cdot 10^{-6}\,рад/с$;

2) Сағаттың сағаттық стрелкасының периоды $T = 12\,сағ = 43{,}2 \cdot 10^3\,с$ болғанда, бұрыштық жылдамдық $\omega = \dfrac{2 \cdot 3{,}1416}{43{,}2 \cdot 10^3\,с} = 145{,}4 \cdot 10^{-6}\,рад/с$;

3) Сағаттың минуттық стрелкасының периоды $T = 1\,саә = 3600\,с$ болғанда, бұрыштық жылдамдық $\omega = \dfrac{2 \cdot 3{,}1416}{3600\,с} = 1{,}74 \cdot 10^{-6}\,рад/с$;

4) Айналу периоды $T = 88\,мин = 5280с$ дөңгелек орбитамен айналатын Жердің жасанды серігінің бұрыштық жылдамдығы $\omega = \dfrac{2 \cdot 3{,}1416}{5280с} = 1{,}19 \cdot 10^{-3}\,рад/с$;

5) Жердің жасанды серігінің сызықтық жылдамдығы $\vartheta = 1{,}19 \cdot 10^{-3}\, рад\left(6{,}37 \cdot 10^{6}\, м + 0{,}2 \cdot 10^{6}\, м\right) = 2{,}175 м/с$.

42. Ленинград ендігіндегі $\left(\varphi = 60^{0}\right)$ жер бетінің бір нүктесінің айналысының ϑ сызықтық жылдамдығын табу керек.

Берілгені:
$T = 86{,}4 \cdot 10^{3}\ с$
$\varphi = 60^{0}$
$R = 6{,}37 \cdot 10^{6}\ м$
$\pi = 3{,}1416\, рад$
$Т/к:\ \vartheta$.

Шығарылуы:

Ендігі φ жер бетінің бір нүктесінің айналысының сызықтық жылдамдығы $\vartheta = \omega \cdot r$ (1), мұндағы бұрыштық жылдамдық $\omega = \dfrac{2\pi}{\mathrm{T}}$ (2) және нүктенің Жерден қашықтығы $r = R\cos\varphi$ (3). 2-ші және 3-ші өрнектердің мәнін 1-ші өрнекке қойып Жер бетінің бір нүктесінің айналысының сызықтық жылдамдығын табамыз $\vartheta = \dfrac{2\pi R\cos\varphi}{T}$.

Есептелуі:

$$\vartheta = \frac{2 \cdot 3{,}1416\, рад \cdot 6{,}37 \cdot 10^{6}\, м \cdot \cos 60^{0}}{86{,}4 \cdot 10^{3}\, с} = 23\, м/с.$$

43. Ұшақта отырған жолаушыларға Күн аспанда бір орнында қозғалмай тұрған сияқты болып көрінуі үшін, экватордың үстінде шығыстан батысқа қарай ұшып бара жатқан ұшақтың жылдамдығы қандай болу керек?

Берілгені:
$T = 86{,}4 \cdot 10^{3}\ с$
$R = 6{,}37 \cdot 10^{6}\ м$
$\pi = 3{,}1416\, рад$
$Т/к:\ \vartheta_{с}$.

Шығарылуы:

Есептің шарты бойынша ұшақта отырған жолаушыларға Күн аспанда бір орнында қозғалмай тұрған сияқты болып көрінуі үшін ұшақтың $\vartheta_{с}$ жылдамдығы Жердің сызықтық $\vartheta_{ж}$ жылдамдығына тең болуы керек $\vartheta_{с} = \vartheta_{ж} = \omega R = \dfrac{2\pi}{T} R$. Мұндағы T Жердің тәуліктік айналу периоды, R Жердің радиусы.

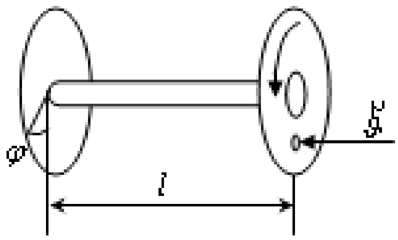
Есептелуі:

$$\vartheta = \frac{2 \cdot 3{,}1416\,рад \cdot 6{,}37 \cdot 10^6\,м}{86{,}4 \cdot 10^3\,с} = 463{,}6\,м/с\,.$$

1.44. Бір-бірінен $l = 0{,}5\,м$ қашықтықта орналасқан екі дискісі бар ось $\nu = 26{,}66\,айн/сек$ жиілікке сәйкес келетін бұрыштық жылдамдықпен айналады. Ось бойымен ұшып келе жатқан оқ екі дискіні де тесіп өтеді; осыдан екінші дискідегі оқтан пайда болған тесік, бірінші дискідегі тесікке қарағанда, $\varphi = 12^0$ бұрышқа ығысқан. Оқтың ϑ жылдамдығын табу керек.

Берілгені:
$l = 0{,}5\,м$
$\nu = 26{,}66\,айн/сек$
$\varphi = 12^0$

$Т/к$: ϑ.



46-сурет.

Шығарылуы:

Айналмалы қозғалыс теңдеуі $\vec{\varphi} = \vec{\varphi}_0 + \vec{\omega} \cdot t + \frac{\vec{\varepsilon} \cdot t^2}{2}$. Мұндағы бастапқы ығысу $\varphi_0 = 0$. Есептің шарты бойынша бір-бірінен l қашықтықта орналасқан екі диск де тұрақты бұрыштық жылдамдықпен айналады $\omega = 2 \cdot \pi \cdot \nu$ (1). Сонда бұрыштық үдеу $\varepsilon = 0$ болады да ығысу $\varphi = \omega \cdot t$ (2) тең. Бұл өрнектен уақытты табамыз $t = \frac{\varphi}{\omega}$ (3). 1-ші өрнекті 3-ші өрнекке қоямыз $t = \frac{\varphi}{2 \cdot \pi \cdot \nu}$ (4). Оқтың жылдамдығы $\vartheta = \frac{l}{t}$ (5). 4-ші өрнекті 5-ші өрнекке қойып, оқтың жылдамдығын табамыз $\vartheta = \frac{l \cdot 2 \cdot \pi \cdot \nu}{\varphi}$.

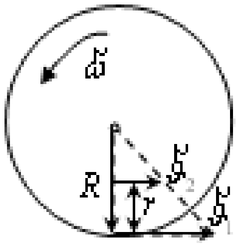
Есептелуі:

$$\vartheta = \frac{0{,}5\,м \cdot 2 \cdot 3{,}1416 \cdot 26{,}66\,аин/сек}{0{,}1998} = 419\,м/с\,.$$

45. Дөңгелектің шеңберінде жатқан нүктенің сызықтық жылдамдығы ϑ_1 дөңгелектің осіне $r = 5\,\text{см}$ жақын жатқан нүктенің ϑ_2 сызықтық жылдамдығынан 2,5 есе артық болады деп алып, айналып тұрған дөңгелектің R радиусын табыңыздар.

Берілгені:
$r = 0,05\,м$
$\vartheta_1 = 2,5 \cdot \vartheta_2$

$Т/к: R.$



47-сурет.

Шығарылуы:

Бұрыштық ω жылдамдықтың сызықтық ϑ жылдамдықпен өзара байланысы мына қатынаспен анықталады $\vartheta = \omega \cdot R$. Сонда есептің шарты бойынша $\vartheta_1 = \omega \cdot R$ және $\vartheta_2 = \omega \cdot (R - r)$. Сонда $\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2} = \frac{\omega \cdot R}{\omega \cdot (R - r)} = 2,5 \Rightarrow$ $\frac{R}{R - r} = 2,5 \Rightarrow 2,5(R - r) = R \Rightarrow 2,5R - R = 2,5r \Rightarrow R(2,5 - 1) = 2,5r \Rightarrow 1,5R = 2,5r \Rightarrow$ $R = \frac{2,5r}{1,5} = 1,66$.

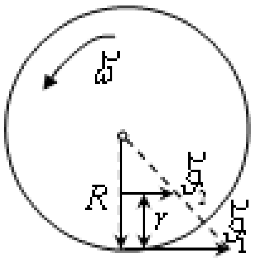
Есептелуі:

$R = 1,66 \cdot 0,05\,м = 0,083\,м$

46. Бір қалыпты үдемелі қозғалған дөңгелек айнала бастағаннан $N = 10\ айн$-нан кейін $\omega = 20\ рад/с$ бұрыштық жылдамдыққа жетті. Дөңгелектің бұрыштық ε үдеуін табу керек.

Берілгені:
$N = 10\ айн$
$\omega = 20\ рад/с$

$Т/к: \varepsilon.$



48-сурет.

Шығарылуы:

Бір қалыпты айнымалы айналмалы қозғалыс теңдеуі $\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}$, $\omega = \omega_0 + \varepsilon \cdot t$. Есептің шарты бойынша бастапқы бұрыштық жылдамдық $\omega_0 = 0$. Сонда $\varphi = \frac{\varepsilon t^2}{2}$ (1), мұндағы $\varphi = 2\pi N \Rightarrow \varepsilon = \frac{4\pi N}{t^2}$ (2). $\omega = \varepsilon t$ өрнегінен уақытты табамыз $t = \frac{\omega}{\varepsilon}$ (3). 3-ші өрнектің мәнін 2-ші өрнекке қоямыз $\varepsilon = \frac{\omega^2}{4\pi N}$.

Есептелуі:

$\varepsilon = \dfrac{(20\,рад/с)^2}{4\cdot 3{,}1416\cdot 10\,аин} = 3{,}2\,рад/с^2$. Есептің шешімінен көрініп тұрғандай $\varepsilon > 0$ болады, сонда бұрыштық $\vec{\varepsilon}$ үдеуінің векторы бұрыштық $\vec{\omega}$ жылдамдыққа векторымен бағыттас болады.

47. Маховик дөңгелегі бастапқы айналудан $t = 1\,мин$ уақыт өткеннен соң $v = 720\,айн/мин$-қа сәйкес келетін жылдамдыққа жетеді. Осы минуттың ішіндегі дөңгелектің бұрыштық үдеуін және дөңгелектің айналым санын табу керек. Қозғалысты бір қалыпты деп аламыз.

Берілгені:	Х.Б.Ж
$v = 720\,айн/мин$	$12\,айн/сек$
$t = 1\,мин$	$60\,с$
$Т/к:\ \varepsilon,\ N.$	

Шығарылуы:

Маховиктің бұрыштық жылдамдығы $\vec{\omega}(t) = \vec{\omega}_0 + \vec{\varepsilon}t$ (1). 1-ші өрнекті скаляр түрінде жассақ $\omega = \varepsilon\,t$ (2) болады, себебі $\omega_0 = 0$. 2-ші өрнектен бұрыштық үдеуді табамыз $\varepsilon = \dfrac{\omega}{t}$, мұндағы $\omega = 2\cdot\pi\cdot v$. Сонда бұрыштық үдеу $\varepsilon = \dfrac{2\cdot\pi\cdot v}{t}$. $\varepsilon = \dfrac{\omega^2}{4\pi N} \Rightarrow \varepsilon = \dfrac{\pi v^2}{N}$ өрнегінен дөңгелектің айналым санын табамыз $N = \dfrac{\pi v^2}{\varepsilon}$.

Есептелуі:

$$\varepsilon = \frac{2\cdot 3{,}1416\cdot 12\,айн/с}{60\,с} = 1{,}26\,рад/с^2,$$

$$N = \frac{3{,}1416\cdot(12\,айн/с)^2}{1{,}26\,рад/с^2} = 360\,айн.$$

48. Бір қалыпты баяу айналып тұрған дөңгелек тежеуден кейін $t = 1\,мин$ уақыт ішінде өзінің жылдамдығын $v_1 = 300\,айн/мин$-тан $v_2 = 180\,айн/мин$-қа дейін кемітеді. Дөңгелектің бұрыштық ε үдеуін және осы уақыттың ішінде жасаған айналым N санын табу керек.

Берілгені:	Х.Б.Ж
$v_1 = 300\,айн/мин$	$5\,айн/сек$
$v_2 = 180\,айн/мин$	$3\,айн/сек$
$t = 1\,мин$	$60\,с$
$Т/к:\ \varepsilon,\ N.$	

Шығарылуы:

Қозғалыс бір қалыпты баяу айналмалы болғандықтан t уақыттың ішінде дөңгелек жасаған айналым саны $N = \frac{v_1 + v_2}{2} t$ (1). Ал дөңгелектің бұрыштық жылдамдығы $\omega = \omega_0 - \varepsilon t$ (2). 2-ші өрнектен дөңгелектің бұрыштық үдеуін табамыз $\varepsilon t = \omega_0 - \omega \Rightarrow \quad \varepsilon = \frac{\omega_0 - \omega}{t}$. Мұндағы $\omega_0 = v_1 \cdot 2\pi$, $\omega = v_2 \cdot 2\pi$. Сонда $\varepsilon = \frac{\omega_0 - \omega}{t} = \frac{2\pi(v_1 - v_2)}{t}$.

Есептелуі:

$$N = \frac{(5\,айн/с + 3\,айн/с) \cdot 60\,с}{2} = 240\,айн,$$

$$\varepsilon = \frac{2 \cdot 3{,}1416 \cdot (5\,айн/с - 3\,айн/с)}{60\,с} = 0{,}21\,рад/с^2.$$

49. Желдеткіш жиілігі $\nu = 900\,айн/мин$-қа сәйкес келетін жылдамдықпен айналады. Ажыратып тастағаннан кейін желдеткіш бір қалыпты баяу айналады да тоқтағанға дейін $N = 75\,айн$ жасайды. Желдеткішті ажыратқан моменттен бастап толық тоқтағанға дейін қанша t уақыт өтті?

Берілгені:	**Х.Б.Ж**
$\nu = 900\,айн/мин$	$15\,айн/сек$
$N = 75\,айн$	
$Т/к: t$.	

Шығарылуы:

Бір қалыпты айнымалы айналмалы қозғалыс теңдеуі $\varphi = \omega_0 t + \frac{\varepsilon \cdot t^2}{2}$ (1), $\omega = \omega_0 - \varepsilon\, t$ (2) мұндағы $\varphi = 2\,\pi\, N$ (3), $\omega_0 = 2\,\pi\, n$ (4). 2-ші өрнектен t уақытты табамыз $t = \frac{\omega_0}{\varepsilon} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \nu}{\varepsilon}$ (5). 1-ші өрнекке 3-ші, 4-ші және 5-ші өрнектерді қоямыз $2\pi N = \frac{(2\pi\, \nu)^2}{\varepsilon} - \frac{\varepsilon (2\pi\, \nu)^2}{2\varepsilon^2} = \frac{(2\pi\, \nu)^2}{2\varepsilon}$. Желдеткіш t уақыттың ішінде жасаған айналым саны: $N = \frac{2\pi \nu^2}{2\varepsilon} = \frac{\pi \nu^2}{\varepsilon}$. Желдеткіштің бұрыштық үдеуі $\varepsilon = \frac{\pi \nu^2}{N}$ (6). 6-шы өрнектің мәнін 5-ші өрнекке қоямыз да, желдеткішті ажыратқан моменттен бастап толық тоқтағанға дейінгі уақытты табамыз $t = \frac{2\,\pi\, \nu \cdot N}{\pi\, \nu^2} = \frac{2N}{\nu}$.

Есептелуі:

$$t = \frac{2 \cdot 75\,айн}{15\,айн/с} = 10\,с.$$

50. Білік, $\nu = 180$ *айн/мин* жиілікке сәйкес келетін, тұрақты жылдамдықпен айналады. Бірнеше моменттен кейін білік тежеледі де сандық мәні $\varepsilon = 3$ *рад/с*^{2}-қа тең бұрыштық үдеумен бір қалыпты баяу айналатын болады. 1) Білік қанша t уақыттан кейін тоқтайды? 2) Ол тоқтағанға дейін қанша N айналым жасайды?

Берілгені:	**Х.Б.Ж**
$\nu = 180$ *айн/мин*	*3айн/сек*
$\varepsilon = 3$ *рад/с*^{2}	
$T/к: t.$	

Шығарылуы:

Қозғалыс бір қалыпты баяу айналмалы болғандықтан t уақыттың ішінде дөңгелек жасаған айналым саны $N = \frac{\nu}{2} \cdot t$ (1). Ал дөңгелектің бұрыштық жылдамдығы $\omega = \omega_0 - \varepsilon\, t$ (2). Есептің шарты бойынша $\omega = 0$, сонда $\omega_0 = \varepsilon\, t$, ал мұндағы $\omega_0 = 2\pi\,\nu$. $\varepsilon \cdot t = 2 \cdot \pi \cdot \nu$ өрнектен уақытты табамыз $t = \frac{\nu \cdot 2\pi}{\varepsilon}$.

Есептелуі:

$$t = \frac{3\,айн/с \cdot 2 \cdot 3{,}1416}{3\,рад/с^2} = 6{,}28\,с, \quad N = \frac{3\,айн/с}{2} \cdot 6{,}28\,с = 9{,}4\,айн.$$

51. Нүкте радиусы $R = 0{,}20\,м$ шеңбердің бойымен $a_t = 0{,}05\,м/с^2$ тұрақты тангенциаль үдеумен қозғалады. Қозғалыс басынан қанша t уақыттан кейін нүктенің нормаль үдеуі a_n: 1) тангенциаль үдеуге тең болады, 2) тангенциаль үдеуден екі есе үлкен болады?

Берілгені:
$R = 0{,}20$ м
$a_t = 0{,}05$ м/с^2
1) $a_t = a_n$; 2) $2a_t = a_n$
$T/к: t.$

Шығарылуы:

Есептің шарты бойынша қозғалыс бір қалыпты үдемелі айналмалы болғандықтан: тангенциаль үдеу $a_t = \frac{\vartheta}{t}$ (1), нормаль үдеу $a_n = \frac{\vartheta^2}{R}$ (2). 1-ші өрнектен уақытты табамыз $t = \frac{\vartheta}{a_t}$, мұндағы $\vartheta = \sqrt{a_n R}$. Сонда уақыт $t = \frac{\sqrt{a_n R}}{a_t}$.

Егер:

1). $a_t = a_n$ болса, онда уақыт $t = \sqrt{\frac{R}{a_t}}$;

2) $2a_t = a_n$ болса, онда уақыт $t = \sqrt{\frac{2R}{a_t}}$.

Есептелуі:

1). $a_t = a_n$ болса, онда уақыт $t = \sqrt{\frac{0,20\,м}{0,05\,м/с^2}} = 2\,с$;

2) $2a_t = a_n$ болса, онда уақыт $t = \sqrt{\frac{2\cdot 0,20\,м}{0,05\,м/с^2}} = 2,8\,с$.

52. Нүкте радиусы $R = 0,10\,м$ шеңбердің бойымен a_t тұрақты тангенциаль үдеумен қозғалады. Қозғалыс басталғаннан кейін бесінші айналымның аяғында нүктенің сызықтық жылдамдығы $\vartheta = 79,2\cdot 10^{-2}$ *м/с*-қа жеткендігі белгілі болса, онда оның тангенциаль үдеуі a_t қандай болады?

Берілгені:
$R = 0,10\,м$
$\vartheta = 79,2\cdot 10^{-2}$ *м/с*
$N = 5$

Т/к: a_t.

Шығарылуы:

$a_t = \frac{d\vartheta}{dt}$ болғанда, есептің шарты бойынша $a_t = const$ болғандықтан тангенциаль үдеу $a_t = \frac{\vartheta}{t}$ (1). Мұндағы сызықтық жылдамдық $\vartheta = \omega R$ және бұрыштық жылдамдық $\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi N}{t}$. Қозғалысқа кеткен уақыт $t = \frac{2\pi N R}{\vartheta}$ (2). 2-ші өрнекті 1-ші өрнекке қойып тангенциаль үдеуді табамыз $a_t = \frac{\vartheta^2}{2\pi N R}$.

Есептелуі:

$$a_t = \frac{(79,2\,м/с)^2}{2\cdot 3,1416\cdot 5\cdot 0,1\,м} = 0,2\,м/с^2.$$

53. Нүкте, радиусы $R = 0,10\,м$ шеңбердің бойымен a_t тұрақты тангенциаль үдеумен қозғалады. Егер қозғалыс басталғаннан кейін бесінші айналымның аяғында нүктенің сызықтық жылдамдығы $\vartheta = 0,1$ *м/с* болса, онда нүктенің қозғалыс басталғаннан кейінгі $t = 20\ с$ уақыттан соң нормаль үдеуі a_n қандай болады?

Берілгені:
$R = 0{,}10\ м$
$\vartheta = 0{,}1\ м/с$
$N = 5$
$t = 20\ с$

$Т/к:\ a_n.$

Шығарылуы:

Айналмалы қозғалыс кезінде нормаль үдеу $a_n = \omega^2 R$, мұндағы бұрыштық жылдамдық $\omega = \varepsilon t$. Сонда нормаль үдеу $a_n = \varepsilon^2 t^2 R$ (1). 1-ші өрнектен бұрыштық үдеуді табамыз $\varepsilon = \sqrt{\dfrac{a_n}{t^2 R}}$. Бірлік уақыт ішіндегі дененің бірқалыпты үдемелі қозғалысындағы орташа айналыс саны $\bar{n} = \dfrac{\Delta N}{\Delta t} = \dfrac{N}{t_1}$, мұндағы t_1 бесінші айналымның аяғындағы нүктенің қозғалыс уақыты. $\bar{n} = \dfrac{n_0 + n}{2}$, $n_0 = 0$ сонда $\dfrac{N}{t_1} = \dfrac{n}{2} \Rightarrow N = \dfrac{n}{2} \cdot t_1$ (2). Айналыс жиілігі $n = \dfrac{\omega}{2\pi} = \dfrac{\vartheta}{2\,\pi\,R}$ (3). 3-ші өрнектегі айналыс жиілігінің мәнін 2-ші өрнекке қойып бесінші айналымның аяғында нүктенің қозғалыс уақытын табамыз $t_1 = \dfrac{4\,\pi\,N\,R}{\vartheta}$ (4). Бұрыштық үдеу $\varepsilon = \dfrac{\omega_1}{t_1}$ (5), мұндағы $\omega_1 = \dfrac{\vartheta}{R}$ (6). 5-ші өрнекке 4-ші және 6-шы өрнектердің мәндерін қоямыз $\varepsilon = \dfrac{\vartheta^2}{4\pi N R^2}$. Осы өрнектің мәнін 1-ші өрнекке қоямыз $a_n = \dfrac{\vartheta^4 t^2}{16\pi^2 N^2 R^2}$.

Есептелуі:

$$a_n = \frac{(0{,}1\,м/с)^4 \cdot (20\,с)^2}{16 \cdot (3{,}14)^2 \cdot (5)^2 \cdot (0{,}1\,м)^2} = 0{,}01\,м/с^2.$$

54. Бірінші жуықтауда сутегі атомындағы электрон дөңгелек орбитаның бойымен тұрақты ϑ жылдамдықпен қозғалады деп алуға болады. Ядроның айналасындағы электронның айналуының ω бұрыштық жылдамдығы мен оның a_n нормаль үдеуін табу керек. Орбитаның радиусын $r = 0{,}5 \cdot 10^{-10}\ м$ және бұл орбитадағы электронның жылдамдығын $\vartheta = 2{,}2 \cdot 10^6\ м/с$ деп аламыз.

Берілгені:
$r = 0,5 \cdot 10^{-10}$ *м*
$\vartheta = 2,2 \cdot 10^{6}$ *м/с*
$\vartheta = const$

$T/к$: a_n, ω.

Шығарылуы:

Есептің шарты бойынша ядроның айналасындағы электронның айналуының нормаль үдеуі $a_n = \dfrac{\vartheta^2}{r}$, ал бұрыштық жылдамдығы $\omega = \dfrac{\vartheta}{r}$.

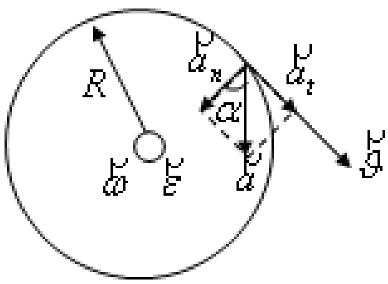
Есептелуі:

$$a_n = \frac{\left(2,2 \cdot 10^{6} \, м/с\right)^2}{0,5 \cdot 10^{-10} \, м} = 9,7 \, м/с^2, \quad \omega = \frac{2,2 \cdot 10^{6} \, м/с}{0,5 \cdot 10^{-10} \, м} = 4,4 \cdot 10^{16} \, рад/с .$$

55. Радиусы $R = 0,1 \, м$ айналып тұрған дөңгелек $\varepsilon = 3,14$ *рад/с*^{2} тұрақты бұрыштық үдеумен айналады. Қозғалыс басталғаннан кейінгі бірінші секундтың аяғында дөңгелектің шеңберіндегі нүкте үшін: 1) бұрыштық ω жылдамдықты, 2) сызықтық ϑ жылдамдықты, 3) тангенциаль a_t үдеуді, 4) нормаль a_n үдеуді, 5) толық a үдеуді және 6) толық үдеудің дөңгелектің радиусымен жасайтын α бұрышын табу керек.

Берілгені:
$R = 0,1$ *м*
$\varepsilon = 3,14$ *рад/с*^{2}
$t = 1$ *с*

$T/к$: ω, ϑ, a, a_n, a_t, α.



49-сурет.

Шығарылуы:

а) Бір қалыпты айнымалы айналмалы қозғалып тұрған дөңгелектің бұрыштық жылдамдығы $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$ (1). Есептің шарты бойынша $\omega_0 = 0$, олаи болса 1-ші өрнек мынадай түрге келеді $\omega = \varepsilon t$;

ә) бірінші секундтың аяғында дөңгелектің шеңберіндегі нүктенің сызықтық жылдамдығы $\vartheta = \omega R$;

б) бірінші секундтың аяғында дөңгелектің шеңберіндегі нүктенің нормаль үдеуі $a_n = \omega^2 R^2 = \varepsilon^2 t^2 R$;

в) бірінші секундтың аяғында дөңгелектің шеңберіндегі нүктенің тангенциаль үдеуі $a_t = \varepsilon R$;

г) бірінші секундтың аяғында дөңгелектің шеңберіндегі нүктенің толық үдеуі $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = a_\tau \sqrt{1 + \varepsilon^2 t^4}$;

д) толық үдеудің дөңгелектің радиусымен жасайтын бұрышы $\sin\alpha = \frac{a_t}{a} = \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2 t^4}}$.

Есептелуі:

$\omega = 3{,}14\, рад/с^2 \cdot 1с = 3{,}14\, рад/с$, $\vartheta = 3{,}14\, рад/с \cdot 0{,}1\, м = 0{,}314\, м/с$,

$a_t = 3{,}14\, рад/с^2 \cdot 0.1\, м = 0.314\, м/с^2$, $a_n = \left(3{,}14\, рад/с^2\right)(1с)^2 \cdot 0{,}1\, м = 0{,}986\, м/с^2$,

$a = 0{,}314\, м/с^2 \sqrt{1+\left(3{,}14\, рад/с^2\right)^2 (1с)^4} = 1{,}03\, м/с^2$,

$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+\left(3{,}14 рад/с^2\right)^2 (1с)^4}} = 0{,}305$, $\alpha = 17^0 46$.

56. Нүкте радиусы $R = 0{,}02\, м$ шеңбердің бойымен қозғалады. Жолдың уақытқа тәуелділігі $S = C\cdot t^3$ теңдеуімен берілген, мұндағы $C = 0{,}1\,\text{см/с}^3$. Нүктенің сызықтық жылдамдығы $\vartheta = 0{,}3\, м/с$ болған моменттегі нүктенің нормаль a_n және a_t тангенциаль үдеулерін табу керек.

Берілгені:
$R = 0{,}02\, м$
$\vartheta = 0{,}3\, м/с$
$S = C\cdot t^3$
$C = 0{,}1\,\text{см/с}^3$

$Т/к: a_n,\ a_t$.

Шығарылуы:

Шеңбердің бойымен қозғалған нүктенің нормаль үдеуі $a_n = \frac{\vartheta^2}{R}$, мұндағы сызықтық жылдамдық $\vartheta = \frac{ds}{dt} = 3Ct^2$. Сонда нормаль үдеуі $a_n = \frac{(3Ct)^2}{R} = \frac{9C^2t^4}{R}$. Осы өрнектен уақытты табамыз $t^2 = \sqrt{\frac{a_n R}{9C^2}} = \frac{\sqrt{a_n R}}{3C} \Rightarrow$ $t = \sqrt{\frac{\sqrt{a_n R}}{3C}}$. Шеңбердің бойымен қозғалған нүктенің тангенциаль үдеуі $a_t = \frac{d^2 s}{dt^2} = 6Ct \Rightarrow a_t = 6C\cdot\sqrt{\frac{\sqrt{a_n R}}{3C}}$.

Есептелуі:

$a_n = \frac{(0{,}3\, м/с)^2}{0{,}02\, м} = 4{,}5\, м/с^2$, $a_t = 6\cdot 1\cdot 10^{-3}\, м/с^3 \cdot \sqrt{\frac{\sqrt{4{,}5\, м/с^2 \cdot 0{,}02\, м}}{3\cdot 1\cdot 10^{-3}\, м/с^3}} 0{,}06\, м/с^2$.

57. Нүкте шеңбер бойымен жолдың уақытқа тәуелділігі $s = A + Bt + Ct^2$ теңдеуімен берілетіндей қозғалады. Мұндағы $B = -2\,\text{м/с}$ және $C = 1\,\text{м/с}^2$. Нүктенің нормаль үдеуі $t' = 2\,\text{с}$ болғанда $a_n' = 0{,}5\,\text{м/с}^2$-қа тең болатынын белгілі деп нүктенің сызықтық ϑ жылдамдығын, оның қозғалыс басынан

кейінгі $t=3$с өткеннен соң тангенциаль a_t, нормаль a_n және a толық үдеулерін табу керек.

Берілгені:
$s = A + Bt + Ct^2$
$B = -2$ м/с
$C = 1$ м/с^2
$a_n' = 0,5$ м/с^2
$t' = 2$с
$t = 3$с

$T/к:\ a_n,\ a_t,\ a.$

Шығарылуы:

Нүктенің сызықтық жылдамдығы $\vartheta = \dfrac{ds}{dt} = -B + 2Ct$. Нүктенің тангенциаль үдеуі $a_t = \dfrac{d\nu}{dt} = 2C$. Нүктенің нормаль үдеуі $a_n = \dfrac{\vartheta^2}{R}$ (1). Есептің шарты бойынша $t' = 2$с болғанда нүктенің сызықтық жылдамдығы $\vartheta' = -B + 2Ct'$.

Шеңбердің радиусы $R = \dfrac{(\vartheta')^2}{a_n'}$ (2). 2-ші өрнектің мәнін 1-ші өрнекке қойып нормаль үдеуді аламыз: $a_n = \dfrac{\vartheta^2 a_n'}{(\vartheta')^2}$. Сонда толық үдеу $a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2}$.

Есептелуі:

$\vartheta = -(-2\,м/с) + 2\cdot 1\,м/с^2 \cdot 3с = 4\,м/с$, $a_t = 2\cdot 1\,м/с^2 = 2\,м/с^2$,

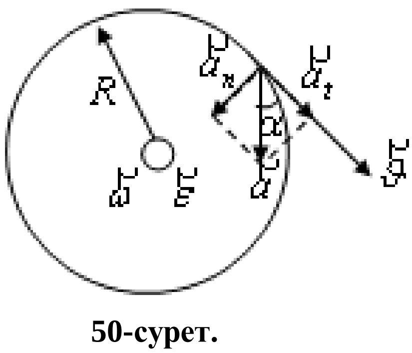
$\vartheta' = -(-2\,м/с) + 2\cdot 1\,м/с^2 \cdot 2\,с = 2\,м/с$, $a_n = \dfrac{(4\,м/с)^2 \cdot 0,5\,м/с^2}{(2\,м/с)^2} = 2\,м/с^2$,

$a = \sqrt{(2\,м/с^2)^2 + (2\,м/с^2)^2} = 2,8\,м/с^2$.

58. Бір қалыпты үдемелі қозғалыс басталғаннан кейінгі $t = 2\,с$ уақыттан соң, дөңгелектің шеңберінде жатқан нүктенің толық үдеуінің векторы, осы нүктенің сызықтық жылдамдығының бағытымен $\alpha = 60^0$ бұрыш жасайды деп алып, дөңгелектің бұрыштық ε үдеуін табыңыздар.

Берілгені:
$t = 2$с
$\alpha = 60^0$

$T/к:\ \varepsilon.$



50-сурет.

Шығарылуы:

Суреттен көрініп тұрғандай дөңгелектің шеңберінде жатқан нүктенің толық үдеуі векторы мен сызықтық жылдамдығы бағытының арасындағы бұрыш $tg\alpha = \frac{a_n}{a_t}$ (1). Бір қалыпты үдемелі айналмалы қозғалатын нүктенің нормаль үдеуі $a_n = \frac{\vartheta^2}{R}$ (2), ал тангенциаль үдеуі $a_\tau = \frac{d\vartheta}{dt}$, бірақ $\vartheta_0 = 0$ болғандықтан $a_t = \frac{\vartheta}{t}$ (3). Нүктенің сызықтық жылдамдығы $\vartheta = \omega R$, мұндағы бұрыштық жылдамдығы $\omega = \varepsilon t$, сонда $\vartheta = \varepsilon t R$ (4). 4-ші өрнектің мәнін 2-ші өрнекке қоямыз $a_n = \frac{\varepsilon^2 t^2 R^2}{R} = \varepsilon^2 t^2 R$ (5). 4-ші өрнектің мәнін 3-ші өрнекке қоямыз $a_\tau = \frac{\varepsilon t R}{t} = \varepsilon R$ (6). 5-ші және 6-шы өрнектердің мәнін 1-ші өрнекке қоямыз $tg\alpha = \frac{\varepsilon^2 t^2 R}{\varepsilon R} = \varepsilon t^2$. Бұл өрнектен дөңгелектің бұрыштық ε үдеуін табамыз $\varepsilon = \frac{tg\alpha}{t^2}$.

Есептелуі:

$$\varepsilon = \frac{tg60^0}{(2c)^2} = \frac{1,7\,рад}{4c^2} = 0,43\,рад/c^2.$$

59. Дөңгелек тұрақты $\varepsilon = 2\,рад/c^2$ бұрыштық үдеумен айналады. Қозғалыс басталғаннан $t = 0,5\,c$-тан кейін дөңгелектің толық үдеуі $a = 0,136\,м/c^2$-қа тең болды. Дөңгелектің R радиусын табу керек.

Берілгені:
$\varepsilon = 2\,рад/c^2$
$t = 0,5\,c$
$a = 0,136\,м/c^2$
Т/к: R.

Шығарылуы:

Айналмалы қозғалатын дөңгелектің нормаль үдеуі $a_n = \frac{\vartheta^2}{R}$ (1). Дөңгелектің бұрыштық үдеуі $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$ тең. Есептің шарты бойынша дөңгелек тұрақты $\varepsilon = const$ бұрыштық үдеумен айналады, сонда $\varepsilon = \frac{\omega}{t}$ (2). Бұл өрнектен бұрыштық жылдамдықты табамыз $\omega = \varepsilon t$ (3). Шеңбер құрсауында орналасқан нүктенің сызықтық жылдамдығы $\vartheta = \omega R = \varepsilon t R$ (4). 4-ші өрнектің мәнін 1-ші өрнекке қоямыз да дөңгелектің нормаль үдеуін табамыз $a_n = \varepsilon^2 t^2 R$ (5). Айналмалы қозғалатын дөңгелектің тангенциаль үдеуі $a_t = \varepsilon R$ (6). 5-ші және 6-шы өрнектердін мәндерін қойып дөңгелектің толық үдеуін табамыз $a^2 = \varepsilon^4 t^4 R^2 + \varepsilon^2 R^2 = \varepsilon^2 R^2 (\varepsilon^2 t^4 + 1)$. Осы өрнектен дөңгелектің радиусын табамыз $R = \dfrac{a}{\varepsilon\sqrt{\varepsilon^2 t^4 + 1}}$.

Есептелуі:

$$R = \frac{0{,}136\, м/с^2}{2\, рад/с^2 \sqrt{\left(2\, рад/с^2\right)^2 \left(0{,}5\, с\right)^4 + 1}} = 0{,}06\, м.$$

60. Радиусы $R = 0{,}1\, м$ дөңгелек радиусының бұрылу бұрышының уақытқа тәуелділігі $\varphi = A + Bt + Ct^3$ теңдеуімен өрнектелетіндей айналады. Мұндағы $B = 2$ рад/с және $C = 1$ рад/с^3. Дөңгелектің шеңберінде жатқан нүктелер үшін қозғалыс басталғаннан кейін $t = 2$ с уақыттан соң төмендегідей шамаларды табу керек: 1) бұрыштық ω жылдамдықты, 2) сызықтық ϑ жылдамдықты, 3) бұрыштық ε үдеуді, 4) тангенциаль a_t үдеуді, 5) нормаль a_n үдеуді табу керек.

Берілгені:
$\varphi = A + Bt + Ct^3$
$R = 0{,}1\, м$
$B = 2$ рад/с
$C = 1$ $рад/с^3$
$t = 2$ с
$T/к:\ \omega,\ \vartheta,\ \varepsilon,\ a_t,\ a_n.$

Шығарылуы:

Айналмалы қозғалып тұрған дөңгелектің бұрыштық жылдамдығы $\omega = \dfrac{d\varphi}{dt} = B + 3Ct^2$. Сызықтық жылдамдығы $\vartheta = \omega R$. Бұрыштық үдеуі $\varepsilon = \dfrac{d\omega}{dt} = 6Ct$. Тангенциаль үдеуі $a_t = \varepsilon R$. Нормаль үдеуі $a_n = \omega^2 R$.

Есептелуі:

$$\omega = 2 рад/с + 3\cdot 1 рад/с^3 \cdot (2с)^2 = 14 рад/с,\ \vartheta = 14 рад/с \cdot 0{,}1м = 1{,}4 м/с,$$
$$\varepsilon = 6\cdot 1\, рад/с^3 \cdot 2\, с = 12\, рад/с^2,\ a_n = (14\, рад/с)^2 \cdot 0{,}1\, м = 19{,}6\, м/с^2,$$
$$a_t = 12\, рад/с^2 \cdot 0{,}1\, м = 1{,}2\, м/с^2.$$

61. Радиусы $R = 0{,}05\, м$ дөңгелек, дөңгелек радиусының бұрылу бұрышының уақытқа тәуелділігі $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ теңдеуімен берілетіндей айналады. Мұндағы $D = 1\, рад/с^3$. Дөңгелектің шеңберінде жатқан нүкте үшін қозғалыстың әрбір секундтағы тангенциаль үдеуінің Δa_t өзгерісін табу керек.

Берілгені:
$R = 0{,}05\ м$
$\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$
$D = 1\ рад/с^3$
$Т/к:\ \Delta a_t$.

Шығарылуы:

Бұрыштық үдеудің өзгеруіне байланысты тангенциаль үдеудің өзгерісін мынадай өрнек арқылы жазамыз $\Delta a_t = \Delta\varepsilon R$, мұндағы $\varepsilon = \dfrac{d^2\varphi}{dt^2}$. Есептің шарты бойынша бұрыштық жылдамдығы $\dfrac{d\varphi}{dt} = B + 2Ct + 3Dt^2$, ал бұрыштық үдеуі $\dfrac{d^2\varphi}{dt^2} = 2C + 6Dt = \varepsilon$. Бұрыштық үдеудің өзгерісі $\Delta\varepsilon = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$, $\Delta\varepsilon = (2C + 6Dt_2) - (2C + 6Dt_1) = 6D(t_2 - t_1) = 6D$. Дөңгелектің шеңберінде жатқан нүкте үшін қозғалыстың әрбір $t_2 - t_1 = 1c$ уақыттағы тангенциаль үдеуінің өзгерісін табамыз $\Delta a_t = 6DR$.

Есептелуі:

$\Delta a_t = 61\ рад/c^3 \cdot 0{,}05\ м = 0{,}3\ м/c^2$.

62. Радиусы $R = 5\ см$ дөңгелек, дөңгелектің шеңберінде жатқан нүктенің сызықтық жылдамдығының қозғалыс уақытына тәуелділігі $\vartheta = At + Bt^2$ теңдеуімен өрнектелетіндей айналады, мұндағы $A = 3\ см/с^2$ және $B = 1\ см/с^3$. Толық үдеу векторының қозғалыс басталғаннан 5 сек уақыттан кейінгі және $t = 0{,}1{,}2{,}3{,}4$ уақыт моменттеріндегі дөңгелектің радиусымен жасайтын бұрышын табу керек.

Берілгені:
$\vartheta = At + Bt^2$
$R = 0{,}05\ м$
$A = 3\ см/с^2$
$B = 1\ см/с^3$
$t = 0{,}1{,}2{,}3{,}4$
$Т/к:\ \alpha$.

Шығарылуы:

Дөңгелектің радиусымен жасайтын бұрышы $tg\alpha = \dfrac{a_t}{a_n}$ (1) тең. Мұндағы a_t тангенциаль үдеу $a_t = \dfrac{d\vartheta}{dt}$ (2), a_n нормаль үдеу $a_n = \dfrac{\vartheta^2}{R}$ (3). 2-ші және 3-

ші өрнектердің мәнін 1-ші өрнекке қоямыз да дөңгелектің радиусымен жасайтын бұрышын табамыз: $tg\alpha = \frac{(3+2t)R}{(3t+t^2)^2}$. $t=0$, $tg\alpha = \infty$, $\alpha = 90^0$.

Есептелуі:

$t = 1,2,3,4,5$ уақыт моменттеріндегі дөңгелектің радиусымен жасайтын бұрышының мәндері кестеде берілген.

t, c	1	2	3	4	5
$tg\alpha$	3,13	0,7	0,278	0,14	0,081
α	$72^0 17'$	$35^0 0'$	$15^0 32'$	$7^0 58'$	$4^0 38'$

63. Дөңгелек, радиусының бұрылу бұрышының уақытқа тәуелділігі $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ теңдеумен өрнектелетіндей айналады. Мұндағы $B = 1\ рад/с$, $C = 1\ рад/с^2$ және $D = 1\ рад/с^3$. Қозғалыстың екінші секундының аяғында дөңгелектің шеңберінде жатқан нүктенің нормаль үдеуі $a_n = 3{,}46 \cdot 10^3\ м/с^2$-қа тең деп алсақ, дөңгелектің радиусы қандай болады?

Берілгені:

$\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$

$B = 1\ рад/с$

$C = 1\ рад/с^2$

$D = 1\ рад/с^3$

$a_n = 3{,}46 \cdot 10^3\ м/с^2$

$Т/к:\ R$.

Шығарылуы:

Дөңгелектің шеңберінде жатқан нүктенің нормаль үдеуі $a_n = \omega^2 R$ (1), мұндағы ω бұрыштық жылдамдық $\omega = \frac{d\varphi}{dt} = B + 2Ct + 3Dt^2$. 1-ші өрнектен дөңгелектің радиусын табамыз $R = \frac{a_n}{\omega^2} = \frac{a_n}{(B + 2Ct + 3Dt^2)^2}$.

Есептелуі:

$$R = \frac{3{,}46 \cdot 10^3\ м/с^2}{(1\ рад/с + 2 \cdot 1\ рад/с^2 \cdot 2\ с + 3 \cdot 1\ рад/с^3 \cdot 4\ с^2)^2} = 1{,}2\ м.$$

64. Айналып тұрған дөңгелектің шеңберінде жатқан нүктенің нормаль a_n үдеуі, осы нүктенің толық a үдеуінің векторы оның сызықтық жылдамдығымен $\alpha = 30^0$ бұрыш жасайтын моменті үшін тангенциаль a_t үдеуінен қанша есе үлкен болатындығын табу керек.

Берілгені:
$\alpha = 30^0$
a_t , a_n

$T/к$: $\dfrac{a_n}{a_t}$.

Шығарылуы:

Айналып тұрған дөңгелектің шеңберінде жатқан нүктенің нормаль үдеуі $a_n = a\sin\alpha$ (1), ал тангенциаль үдеуі $a_t = a\cos\alpha$ (2). Есептің шарты бойынша 1-ші және 2-ші өрнектердің мәндерін қойып, нормаль үдеу тангенциаль үдеуінен қанша есе үлкен болатындығын табамыз $\dfrac{a_n}{a_t} = \dfrac{a \cdot \sin\alpha}{a \cdot \cos\alpha} = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$.

Есептелуі:

$$\frac{a_n}{a_t} = \frac{\sin 30^0}{\cos 30^0} = \frac{0{,}5}{0{,}8660} = 0{,}577 .$$

6. ӨЗ БЕТІНШЕ ОРЫНДАУҒА АРНАЛҒАН ЕСЕПТЕР

1. Материялық нүктенің координаталары уақытқа байланысты $x = 4 \cdot t$, $y = 3 \cdot t$, $z = 0$ заңдылығымен өзгереді. Нүктенің бастапқы орнынан қашықтығын есептеп, оның жүрген жолының уақытқа тәуелділігін анықтаңыз. Нүкте $t = 5c$-та қандай жол жүреді?

Жауабы: $S = 5t$, $25м$.

2. Автомобиль жолдың бірінші бөлігін $\vartheta_1 = 10м/c$ жылдамдықпен, екіншісін $\vartheta_2 = 15м/c$ жылдамдықпен, үшіншісін $\vartheta_3 = 20м/c$ жылдамдықпен және төртіншісін $\vartheta_4 = 5м/c$ жылдамдықпен жүріп өтеді. Сонда автомобильдің барлық жол бойымен жүргендегі орташа $\overline{\vartheta}$ жылдамдығы қандай болғаны?

3. Материялык нүкте $\vec{r} = at^2\vec{i} + b\sin(\pi t)\vec{j}$ заңымен қозғалады. Мұндағы $a = 2м/c^2$, $b = 3м$. Уақыт $t = 2c$ болған кездегі материялық нүкте жылдамдығының ϑ модулін анықтаңыз.

4. Екі параллель жолдармен бір бағытта ұзындығы $l_1 = 630м$ болатын жүк таситын поезд $\vartheta_1 = 48{,}6км/сағ$ жылдамдықпен және ұзындығы $l_2 = 120м$ болатын жолаушылар таситын поезд $\vartheta_2 = 102{,}6км/сағ$ жылдамдықпен қозғалып келеді. Қанша t уақыт ішінде жолаушылар таситын поезд жүк таситын поезды басып озады?

Жауабы: $50\,сек$.

5. Жолаушылар таситын екі поезд бір-біріне қарсы қозғалып келеді. Олардың жылдамдықтары, $\vartheta_1 = 36 км/сағ$ және $\vartheta_2 = 54 км/сағ$. Бірінші поезда отырған жолаушы екінші поезд оның жанынан $t = 6с$ ішінде өткенін байқайды. Жолаушылар таситын екінші поездың l_2 ұзындығы қандай?

Жауабы: $150 м$.

6. Алматы қаласындағы «Рамстор» сауда үйіндегі эскалатор қозғалмай тұрғанда, онымен адам 1-ші қабаттан ең жоғарғы қабатқа $t_1 = 120с$-та көтеріле алады, ал қозғалатын эскалатордың басқышымен салыстырғанда ол сондай жылдамдықпен қозғалып 1-ші қабаттан ең жоғарғы қабатқа $t_2 = 30с$-та көтеріледі. Эскалатор басқышында қоғалмай тыныш тұрған адам эскалатор қозғалған кезде 1-ші қабаттан ең жоғарғы қабатқа қанша уақытта көтеріледі.

Жауабы: $40 сек$.

7. Қозғалмай тұрған трамвай терезесіне жаңбыр тамшылары тік (вертикаль) бағытқа $\alpha = 30^0$ бұрышпен із қалдырады. Трамвай $\vartheta_T = 18 км/сағ$ жылдамдықпен қозғалғанда жаңбыр тамшыларының ізі тік болады. Желсіз ауа райы болғандағы тамшының $\vartheta_т$ жылдамдығын және желдің $\vartheta_ж$ жылдамдығын анықтаңыз.

8. Автобус $\vartheta_A = 15 м/с$ жылдамдықпен қозғалған кезде, $\vartheta_т = 10 м/с$ жылдамдығы бар жаңбыр тамшысының тік (вертикаль) құраушысы, автобустың терезесінің шынысында $\alpha = 30^0$ бұрышпен із қалдырса, қарсы соққан желдің $\vartheta_ж$ жылдамдығы қандай болады?

Жауабы: $2{,}3 м/с$.

9. Балықшы қайықпен ені L болатын өзеннен жүзіп өтеді. Ең аз уақыт ішінде жүзіп өту үшін, ол қандай α бұрышымен қайықты ағыс бағытына ұстап отыруы керек? Егер ағыстың жылдамдығы ϑ_1, ал қайықтың жылдамдығы ϑ_2 болса, онда ол өзеннен өткенде қай жерде болады және қандай S жол жүреді?

10. Егер моторлы қайық өзеннің ағысымен $\vartheta_1 = 10 м/с$ жылдамдықпен қозғалып, ал ағысқа қарсы $\vartheta_2 = 6 м/с$ жылдамдықпен қозғалса, онда қайықтың сумен салыстырғандағы ϑ' жылдамдығы және өзен ағысының ϑ'' жылдамдығы қандай болғаны?

Жауабы: $8 м/с$, $2 м/с$.

11. Ұшақтың ауамен салыстырғанда $\vartheta_с = 250 м/с$ жылдамдықпен, жылдамдығы $\vartheta_ж = 25 м/с$ болатын желге қарсы, ара қашықтығы $S = 1000 км$ екі пункттің арасын ұшып өту t' уақытының ұзақтығын анықтаңыз. Егер ұшақ сондай қашықтықты желдің бағытында ұшса, онда оның ұшу t'' уақыты қандай болады?

Жауабы: $t' = 1 саә$, $t'' = 2 саә$.

12. Кеме батысқа қарай ϑ_K жылдамдықпен қозғалады. Жел оңтүстік-батыстан соғып тұрсын дейік. Кеме палубасында өлшегенде желдің жылдамдығы $\vartheta_{ж}$ болсын. Сонда Жермен салыстырғанда желдің ϑ' жылдамдығы қандай болады?

13. Екі сүңгуір қайық біріне-бірі қарсы ϑ жылдамдықпен қозғалады. Бірінші қайықтан ультрадыбыс белгісі жіберілгенде, ол екінші қайықтан шағылып, $t = 6с$-та кейін оралған. Дыбыс белгісі жіберілген кезде қайықтар қандай L қашықтықта тұрған?

14. Бірінші тепловоз S жолдың жартысын $\vartheta_{11} = 80 км/саг$, ал екінші жартысын $\vartheta_{12} = 40 км/саг$ жылдамдықпен жүрген. Екінші тепловоз t уақытының жартысын $\vartheta_{21} = 80 км/саг$, ал уақыттың екінші жартысын $\vartheta_{22} = 40 км/саг$ жылдамдықпен жүрген. Әр тепловоздың орташа жылдамдығы қандай?

Жауабы: $\overline{\vartheta}' = 53{,}3 км/саг$, $\overline{\vartheta}'' = 60 км/саг$.

15. Егер адам қол шатырын (зонтты) $h = 2м$ биіктікте және алға қарай $l = 30см$ еңкейте ұстаса, онда ол қандай ϑ жылдамдықпен жүргенде жаңбыр аяғына тимеуі керек? Жаңбыр тамшылары тік бағытта $\vartheta_m = 8 м/с$ жылдамдықпен түседі.

Жауабы: $\vartheta = 1{,}2 м/с$.

16. Балықшы қайықпен өзеннің жағасына перпендикуляр бағытта $\vartheta_1 = 2 м/с$ жылдамдықпен қозғалады. Егер өзеннің жылдамдығы $\vartheta_o = 5 км/саг$ болса, онда қайық балықшының алған бағытында сумен салыстырғанда қандай α бұрышпен және қандай ϑ_2 жылдамдықпен жүзуі қажет?

Жауабы: $\vartheta_2 = 2{,}4 м/с$, $\alpha = 0{,}84 рад$.

17. Солтүстік-батыстан меридианға $\alpha = 30^0$ бұрыш жасай $\vartheta_{ж} = 27 км/саг$ жылдамдықпен жел соқса, ұшақ солтүстікке қарай $S = 300км$ қашықтыққа ұшу үшін, оның ϑ жылдамдығы қандай болуы және қандай бағытта ұшуы керек?

Жауабы: $\vartheta_2 = 48 м/с$, $\alpha = 0{,}078 рад$.

18. Материялық нүктенің қозғалысы $x = at + bt^2 + ct^3$ теңдеумен берілген. Мұндағы $a = 5 м/с$, $b = 0{,}20 м/с^2$, $c = 0{,}10 м/с^3$. Нүктенің $t_1 = 2{,}0с$ және $t_2 = 4{,}0с$ уақыт кезеңіндегі жылдамдығын және t_1-ден t_2-ге дейінгі интервалдағы орташа жылдамдығын анықтаңыз.

Жауабы: $7 м/с$, $11{,}4 м/с$, $9 м/с$.

19. Нүктенің қозғалыс теңдеулері $x = 4t^2 + 2$, $y = 6t^2 - 3$, $z = 0$ болғанда оның траекториясын анықтаңыз. Нүкте жүрген жолдың уақытқа тәуелділік графигін салыңыз.

Жауабы: $x = 2$, $y = -3$.

20. Дененің жүрген x жолының уақыттан тәуелділігі $x = a - bt + ct^2$ теңдеумен берілген. Мұндағы $a = 6м$, $b = 3м/с$, $c = 2м/с^2$. Уақыт интервалы $t_1 = 1с$-тан $t_2 = 4с$-ке дейінгі дененің орташа қозғалу $\overline{\vartheta}$ жылдамдығы мен орташа $\overline{a}$ үдеуін анықтаңыз. Дененің әрбір секунд сайынғы $0 \le t \le 5с$ аралығындағы S жолының, ϑ жылдамдығының және a үдеуінің графигін сызыңыз.

Жауабы: $7м/с$, $4м/с^2$.

21. Дененің қозғалыс теңдеулері $x = 2t^2 + 3t + 4$, $y = 3t^2 + 3t - 2$, $z = 0$ болса, онда ол қозғалыс басталған $t = 10с$ уақыт өткенде, қандай S жол жүреді?

Жауабы: $S = 410м$.

22. Материялық нүкте $\vec{r} = \alpha \sin(5t)\vec{i} + \beta \cos^2(5t)\vec{j}$ заңымен қозғалады. Мұндағы $\alpha = 2м$, $\beta = 3м$. Жылдамдық $\vec{\vartheta}$ векторын, үдеу $\vec{a}$ векторын және материялық нүкте қозғалысының траекториясын анықтаңыз.

Жауабы: $y = 3 - \frac{3}{4}x^2$.

23. Материялық нүктенің жылдамдығы $\vec{\vartheta} = \alpha\left(2t^3 - \beta\right)\vec{i} - \gamma \sin\left(\frac{2\pi}{3}t\right)\vec{j}$ заңымен өзгереді. Мұндағы $\alpha = 1м/с^4$, $\beta = 1м/с^3$, $\gamma = 1м/с$. Дене бастапқы $t = 0$ уақыт кезеңіндегі координата бас нүктесінде, яғни $\vec{r}_0 = \{0;0;0\}$ болғандағы қозғалыс заңын анықтаңыз.

24. Материялық нүктенің үдеуі $\vec{a} = \alpha t^2\vec{i} - \beta\vec{j}$ заңымен өзгереді. Мұндағы $\alpha = 3м/с^4$, $\beta = 3м/с^3$. Егер уақыт $t = 0$ болғанда $r_0 = 0$ және $\vartheta_0 = 0$ болса, онда нүкте координата бас нүктесінен уақыт $t = 1с$ болғанда, қандай қашықтықта болатынын табыңыз.

Жауабы: $1{,}52м$.

25. Ара қашықтығы $S = 90км$ болатын А және В екі нүктеден бір бағытта және бір мезгілде екі дене қозғалады. А нүктесінен қозғалатын дене жылдамдығы $\vartheta_A = 5м/с$, ал В нүктесінен қозғалатын дене жылдамдығы $\vartheta_B = 2м/с$ болған. Қанша t уақыттан кейін бірінші дене екінші денені қуып жетеді? Әрбір дене қандай S_A, S_B орын ауыстыру жасайды? Есепті аналитикалық және графикалық жолмен шешіңіз.

26. Поездың жылдамдығы $t_1 = 10с$ уақытта $\vartheta_1 = 36км/сағ$-тан $\vartheta_2 = 54км/сағ$-қа дейін артады. Келесі $t_2 = 18с$-та бірқалыпты қозғалады.

Поездың S орын ауыстыруын және орташа $\overline{\vartheta}$ жылдамдығын анықтаңыз. Жылдамдық пен орын ауыстыру графигін салыңыз.

Жауабы: $1461 м/с$.

27. Ұшақ жерден аспанға көтерілуі үшін оған $\vartheta = 100 м/с$ жылдамдық керек. Ұшақ $S = 600 м$ арақашықтықты жүріп өту кезінде бірқалыпты үдемелі қозғалса, онда оның жүру t уақытын және a үдеуін анықтаңыз.

Жауабы: $12 с$, $8{,}3 м/с^2$.

28. Автомобиль $\vartheta_1 = 25 м/с$ жылдамдықпен қозғалып $s = 400 м$ жолда тежелу нәтижесінде, жылдамдығын $\vartheta_2 = 15 м/с$-ке дейін төмендетеді. Автомобиль қозғалысын бір қалыпты кемімелі деп, тежелу t уақытын және a үдеу модулін анықтаңыз.

Жауабы: $5 м/с^2$, $2 с$.

29. Егер бөлшектің жылдамдығы $\vartheta = 30 + 2t$ заңымен өзгерсе, онда оның $t = 10 с$ ішінде түзу траекториямен қозғалған кезіндегі жолын анықтаңыз. Уақыт $t_0 = 0$ болғанда $s = 0$.

Жауабы: $400 м$.

30. Дене бір-бірімен $\alpha = 120^0$ бұрыш жасай бағытталған бір қалыпты екі қозғалысқа бір мезгілде қатысады. Екі қозғалыстың да жылдамдықтары ϑ_2 мен ϑ_1 бірдей. Қорытқы қозғалыс жылдамдығының ϑ бағыты мен шамасын табыңыздар?

Жауабы: $\vartheta = \vartheta_1 = \vartheta_2$.

31. Бір-бірімен $\alpha = 60^0$ бұрыш жасай бағытталған құраушы екі қозғалыстың жылдамдықтары $\vartheta_1 = 6 м/с$ және $\vartheta_2 = 4 м/с$. Қорытқы қозғалыстың ϑ жылдамдығын табыңыздар?

Жауабы: $\vartheta = 8{,}7 м/с$.

32. Көтергіш кранмен жүк $\vartheta_\perp = 0{,}33 м/с$ жылдамдықпен тік жоғары көтеріледі. Кран арбасы $\vartheta_{II} = 0{,}16 м/с$ жылдамдықпен қозғалады. Жүк қандай қорытқы ϑ жылдамдықпен қозғалады?

Жауабы: $\vartheta = 0{,}37 м/с$.

33. Өзен ағысына перпендикуляр бағытпен жүзіп бара жатқан қайықтың жылдамдығы $\vartheta_к = 1{,}4 м/с$, ал өзен ағысының жылдамдығы $\vartheta_о = 0{,}70 м/с$, өзеннің ені $L = 308 м$. Қайық өзеннен қанша t уақытта жүзіп өтеді? Өзен ағысы қайықты қанша l жерге ығыстырып әкетеді?

Жауабы: $t = 2{,}2 \cdot 10^2 сек$, $l = 1{,}5 \cdot 10^2 м$.

34. Бірінші автомобиль бірқалыпты $\vartheta_1 = 12 м/с$ жылдамдықпен $t_1 = 10с$, уақыт ішінде, екінші автомобильдің $t_2 = 15с$ ішінде жүрген S жолын жүрді. Екінші автомобильдің ϑ_2 жылдамдығы қандай?

Жауабы: $\vartheta_2 = 8 м/с$.

35. Дененің қозғалысы $x = 15t + 0{,}4t^2$ теңдеуімен берілген. Дененің бастапқы ϑ_0 жылдамдығы мен a үдеуін және $t = 5с$ кейінгі координатасы мен ϑ жылдамдығын табыңдар?

Жауабы: $a = 0{,}8 м/с^2$, $\vartheta_0 = 15 м/с$, $\vartheta = 19 м/с$, $x = 85 м$.

36. Жоғары лақтырылған доп $t = 3с$-тан кейін жерге түсті. Доп қандай ϑ жылдамдықпен лақтырылған және қандай h биіктікке көтерілді?

Жауабы: $\vartheta_0 = 14{,}7 м/с$, $h = 11 м$.

37. Моторлы қайық өзен ағысына қарсы жүзіп салмен A пунктінде кездесті. Кездесуден $t = 30 мин$ кейін қайтадан кері қайтып салмен B пунктінде кездесті. Өзен ағысының $\vartheta_a = 3{,}5 м/с$ жылдамдығы болса A және B пункттерінің S ара қашықтығы қандай? Қайықтың сумен салыстырғандағы жылдамдығы тұрақты.

Жауабы: $S = 3{,}5 \cdot 10^3 м$.

38. Екі пункттің ара қашықтығын катер өзен ағысымен, $t_1 = 5сағ$, ал қарсы $t_2 = 12сағ$ жүзеді. Егер де катердің сумен салыстырғандағы жылдамдығы $\vartheta' = 19 км/сағ$ болса, өзен ағысының ϑ_a жылдамдығын және екі пункттің S ара қашықтығын табыңдар?

Жауабы: $S = 134 \cdot 10^3 м$, $\vartheta_a = 2{,}16 м/с$.

39. Қайық $\vartheta_к = 7{,}2 км/саә$ жылдамдықпен өзен жағасына перпендикуляр бағытта қозғалып келе жатыр. Өзен ағысы оны төмен қарай $l = 160 м$ жерге алып кетеді. Мыналарды: а) өзен ағысының ϑ_a жылдамдығын; б) қайықтың өзеннен өтіп шығуға кеткен t уақытын табу керек? Өзеннің ені $L = 400 м$ тең.

Жауабы: $t = 200 сек$, $\vartheta_a = 0{,}8 м/с$.

40. Екі бөлшек өзара перпендикуляр түзу бойымен ϑ_1 және ϑ_2 тұрақты жылдамдықпен қиылысу O нүктесіне қарай қозғалып келеді. $t_1 = 0$ уақыт мезетінде олардың O нүктесінен ара қашықтығы l_1 және l_2. Екі бөлшектің ең аз $l_{\min}$ арақашықтығы қандай? Қанша t_2 уақыттан кейін кездеседі?

Жауабы: $t_2 = \dfrac{l_1\vartheta_1 + l_2\vartheta_2}{\vartheta_1^2 + \vartheta_2^2}$, $l_{\min} = \dfrac{l_1\vartheta_1 - l_2\vartheta_2}{\sqrt{\vartheta_1^2 + \vartheta_2^2}}$.

41. Түзу бойымен қозғалатын материялық нүктенің қозғалысы $x = A + Bt + Ct^2$ теңдеуімен берілген, мұндағы $A = 2м$, $B = 2м/с$, $C = -0{,}5м/с^2$. $\vartheta = 0$ болғандағы t уақытты табу керек. Осы t уақыт мезетіндегі нүктенің X координатасы мен a үдеуі неге тең? X уақытқа байланысты координатаның, жолдың, жылдамдық пен үдеудің графиктерін сызу керек?

Жауабы: $t = 2сек$, $a = -1м/с^2$, $X = 4м$.

42. Материялық нүкте $x = A + Bt + Ct^3$ заңдылықпен қозғалады. Мұндағы $A = 3м$, $B = 2{,}5м/с$, $C = 0{,}25м/с^3$. $t_1 = 1с$ тан $t_2 = 6с$ уақыт аралығындағы $\overline{\vartheta}$ жылдамдық пен үдеудің $\overline{a}$ орташа мәнін табу керек? Жылдамдық пен үдеудің уақытқа тәуелділік графиктерін тұрғызыңдар.

Жауабы: $\overline{\vartheta} = 13м/с$, $\overline{a} = 5{,}2м/с^2$.

43. Материялық нүкте жазықтықта мына зандылықпен $x = At$, $y = \dfrac{B}{t}$ қозғалады, мұндағы A және B оң мәнді тұрақтылар. Жылдамдық пен үдеудің уақытқа байланысты теңдеуі қандай? Үдеу векторы қалай бағытталған? Траекторияның $y(x)$ теңдеуін жазыңдар, графигін сызыңдар.

Жауабы: $\vartheta(t) = \dfrac{1}{t^2}\sqrt{A^2t^2 + B^2}$, $a(t) = \dfrac{2B}{t^3}$, $y(x) = \dfrac{AB}{x}$.

44. Дененің жүрген жолының t уақытқа тәуелділігі теңдеу $S = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ арқылы беріледі, мұндағы $C = 0{,}14м/с^2$ және $B = 0{,}01м/с^3$, а) қозғалыс басталғаннан кейін қанша t уақыттан соң дененің үдеуі $a = 1м/с^2$-қа тең болады? ә) осы уақыттағы дененің орташа $\overline{a}$ үдеуі неге тең болады?

Жауабы: $t = 12сек$, $a = 0.64м/с^2$.

45. Материялық нүктенің XY жазықтығындағы қозғалысы мына теңдеулермен $x = A\cos\omega t$, $y = B\sin\omega t$ сипатталады, мұндағы A, B, ω тұрақтылар. Нүкте қозғалысының $y(x)$ траекториясының теңдеуін анықтаңдар және оның графигін тұрғызыңдар.

Жауабы: $\dfrac{x^2}{A^2} + \dfrac{y^2}{B^2} = 1$.

46. Дененің қозғалыс теңдеуі мына теңдеумен $\vartheta = 2{,}5 + 0{,}2t$=2.5+0,2i анықталады. Дененің қозғалыс басталғаннан $t = 20с$ кейінгі S орын ауыстыруын табыңдар?

Жауабы: $S = 90м$.

47. Горизонтпен $\alpha = 30^0$ бұрыш жасайтын көлбеу тақтайдың бетімен сырғанаған жәшіктің тұрақты жылдамдығы $\vartheta = 1{,}0м/с$. Жылдамдықтың $\vartheta_{\perp}$ вертикаль және ϑ_{II} горизонталь құраушыларын табыңыздар?

Жауабы: $\vartheta_{\perp} = 0{,}50м/с$, $\vartheta_{II} = 0{,}87м/с$.

48. Ұшақ горизонтпен $\alpha = 20^0$ бұрыш жасай аэродромнан $\vartheta = 60 м/с$ жылдамдықпен көтеріледі. Жылдамдықтың ϑ_{II} горизонталь және $\vartheta_{\perp}$ вертикаль құраушыларын табыңыздар. $t = 10 сек$ ішінде ұшақ қандай биіктікке көтеріледі?

Жауабы: $\vartheta_{\perp} = 20,27 м/с$, $\vartheta_{II} = 55,5 м/с$, $h = 200 м$.

49. Ойын-сауық орталығында орналасқан эскалатор (қозғалып тұратын баспалдақ) $\vartheta = 0,80 м/с$ жылдамдықпен қозғалады. Баспалдақтың көлбеу бұрышы $\alpha = 30^0$, ал баспалдақта тұрған адамның жоғары көтерілу уақыты $t = 150 сек$. Жылдамдықтың ϑ_{II} горизонталь және $\vartheta_{\perp}$ вертикаль құраушыларын және ғимараттың биіктігін табыңыздар?

Жауабы: $\vartheta_{II} = 0,40 м/с$, $\vartheta_{\perp} = 0,69 м/с$, $h = 60 м$.

50. Автобус $\vartheta = 12 м/с$ жылдамдықпен жүріп келе жатып кенеттен тоқтағанда, оның тежелу жолы $S = 54 м$ болады. Жүргізуші тежеуішті басқанда неше секундтан кейін автобус тоқтаған?

Жауабы: $t = 9 сек$.

51. Трактор $\vartheta_1 = 0,625 м/с$ жылдамдықпен $t_1 = 60 с$ (1-беріліс), $\vartheta_2 = 1 м/с$ жылдамдықпен $t_2 = 60 с$ (2-беріліс) және $\vartheta_2 = 1,44 м/с$ жылдамдықпен $t_3 = 60 с$ (3-беріліс) қозғалды. Барлық қозғалыс уақыты ішіндегі орташа $\overline{\vartheta}$ жылдамдықты табыңыздар. Бір жылдамдықтан екінші жылдамдыққа көшу уақытын ескермеңіздер?

Жауабы: $\overline{\vartheta} = 1,02 м/с$.

52. Велосипедшінің межеге жетуіне $t = 5,0 с$ қалған кездегі жылдамдығы $\vartheta_1 = 7,2 м/с$ еді, ал межеге жеткендегі жылдамдығы $\vartheta_2 = 10,0 м/с$ болды. Велосипедші бір қалыпты үдей қозғалған деп, a үдеуді табыңыздар?

Жауабы: $a = 0,50 м/с^2$.

53. Бағдаршамға жақындаған кезде автобус $t = 23 с$ ішінде өзінің жылдамдығын $\vartheta_1 = 25 м/с$-тан $\vartheta_2 = 11,2 м/с$-қа дейін кемітті. Автобустың қозғалысын бір қалыпты баяу қозғалыс деп, a үдеуді табыңыздар?

Жауабы: $a = -0,60 м/с^2$.

54. $\vartheta_1 = 2 м/с$ жылдамдықпен келе жатқан велосипедші дөңнен $a = 0,40 м/с^2$ үдеумен түседі. Егер велосипедші дөңнен $t = 8 сек$ ішінде түскен болса, оның дөңнен ойға түскендегі жылдамдығы қандай болғаны?

Жауабы: $\vartheta = 5,2 м/с$.

55. 1) $\vartheta = 16,6 м/с$ жылдамдықпен келе жатқан автомобильді жүргізуші көпірге жетуіне $t = 7 сек$ қалғанда тежей бастады. Автомобильдің тежелу кезіндегі үдеуі $a = 2 м/с^2$. Егер көпір алдында жылдамдықты шектейтін: «10» деген белгі тұрса, жүргізуші қозғалыс ережесін бұзған болып табыла ма?

Жауабы: 1) $\vartheta = 2{,}77 м/с$ жүргізуші қозғалыс ережесін бұзбаған, 2) $18 м/с$, $25 сек$.

56. Метрополитенде жүруге арналған электропоездың үдеуі $a = 1 м/с^2$-қа тең. Қозғалыс басталғаннан кейін қанша t уақыт өткенде, поездың жылдамдығы өзінің шекті шамасына $\vartheta = 20 м/с$-қа жетеді? Үдеуді тұрақты деп есептеңіздер.

Жауабы: $t = 21 сек$.

57. $\vartheta = 20 м/с$ жылдамдықпен келе жатқан автомобильді кенеттен тежегенде үдеуі $a = -5 м/с^2$ болса. Автомобиль қанша t уақытта тоқтайды?

Жауабы: $t = 4 сек$, $\vartheta = 10 м/с$.

58. Электропоез тежелген кезде $a = 0{,}30 м/с^2$ үдеумен бір қалыпты баяу қозғалып, тежелген уақытынан $t = 60 сек$ өткенде тоқтайды. Электропоездың бастапқы ϑ_0 жылдамдығын табыңыздар?

Жауабы: $\vartheta_0 = 18 м/с$.

59. Жүк автомобилі мен жеңіл автомобиль екеуі бір мезгілде қозғала бастады. Біріншісінің үдеуі $a_1 = 0{,}20 м/с^2$, ал екіншісінікі $a_2 = 0{,}50 м/с^2$ болсын. Автомобильдердің бірдей t уақыт ішінде жүрген S_1 және S_2 жолдарын салыстырыңыздар. $t = 10 сек$ өткен кезде автомобильдердің арасы қандай болады?

Жауабы: $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{5}$, $\Delta S = 15 м$.

60. Трамвай двигателі 10сек ішінде біртіндеп іске қосылады. Бұл уақыт ішінде трамвай 25м жол жүреді. Сонда трамвайдың қандай $\bar{a}$ орташа үдеумен қозғалғанын табыңыздар?

Жауабы: $\bar{a} = 0{,}50 м/с^2$.

61. 1) Таудан сырғанап бара жатқан шананың бастапқы жылдамдығы $\vartheta_0 = 1{,}25 м/с$, үдеуі $a = 0{,}50 м/с^2$. Ол дәл $t = 1; 2; 3 сек$ ішінде қанша жерге сырғанап барады?

2) Автомобильдің жылдамдығы $4 м/с$-тан $12 м/с$-қа дейін артса және үдеуі $2 м/с^2$ болса, оның сол уақыт ішінде жүрген жолы қандай болады?

3) Катер $\vartheta = 10 м/с$ тұрақты жылдамдықпен $t_1 = 5 сек$ қозғалып, сонан соң $a = 5 м/с^2$ тұрақты үдеумен $t_2 = 5 сек$ қозғалатын болса, катердің жүрген S жолы қандай болады?

Жауабы:

1) $1{,}5 м$; $3{,}5 м$; $6{,}0 м$.

2) $32 м$.

3) $106 м$.

62. Автомобиль $a = 2м/с^2$ үдеумен қозғалып, $t = 5сек$-та $S = 125м$ жол жүрді. Автомобильдің бастапкы ϑ_0 жылдамдығын табыңыздар?

Жауабы: $\vartheta_0 = 20м/с$.

63. 1) Жылдамдығы $\vartheta = 9км/сағ$-қа тең вагон тежелгеннен кейін $t = 4$ $сек$ өткенде тоқтады. Вагонның тежелу кезіндегі жүрген S жолын және a үдеуін табыңыздар?

2) $a = -0{,}5м/с^2$ үдеумен қозғалып келе жатқан поезд тежелген уақытынан бастап $t = 30$ $сек$ өткен соң тоқтады. Тежеле бастаған кездегі ϑ жылдамдық пен S тежелу жолын табыңыздар?

3) Еденде шар домалап барады. Оның бастапқы жылдамдығы $\vartheta_0 = 1{,}6м/с$, ал үдеуі $a = -16см/сек^2$. Шар неше t секундтан кейін тоқтайды? Ол қанша S жерге домалап барады?

Жауабы:

1) $a = -0{,}63м/с^2$, $S = 5м$.

2) $\vartheta = 15м/с$, $S = 230м$.

3) $t = 10сек$, $S = 8м$.

64. Шаңғышы ұзындығы $L = 125м$ таудан сырғанап келеді. Егер үдеуі $a = 0{,}4м/с^2$, ал бастапқы жылдамдығы $\vartheta_0 = 0$ болса, таудан ол қанша t' уақытта сырғанап түседі? Бастапқы жылдамдығы $\vartheta_0 = 6м/с$-қа тең болса, таудан ол қанша t'' уақытта сырғанап түседі?

Жауабы: $t' = 25сек$, $t'' = 14сек$.

65. 1) Мотороллер тұрған орнынан $a = 1м/с^2$ үдеумен қозғалып, $S = 200м$ жол жүрді. Мотороллердің бұл жолдың ақырындағы ϑ жылдамдығы қандай болды?

2) Вагонетка тұрған орнынан $a = 32см/сек^2$ тұрақты үдеумен қозғалып, $S = 6{,}25м$ жол жүреді. Вагонетканың бұл жолдың ақырындағы ϑ жылдамдығы қандай болды?

Жауабы:

1) $\vartheta = 20м/с$, 2) $\vartheta = 2{,}0м/с$

66. 1) Аялдамадан жүріп кеткен трамвай $a = 0{,}30см/сек^2$ үдеумен қозғалды. Қозғалғанынан бастап қанша S жер жүргенде, трамвайдың жылдамдығы $\vartheta = 15м/с$-қа жетеді?

2) $\vartheta = 12м/с$ жылдамдықпен келе жатқан трамвай $t = 60сек$ ішінде тежелді. Тежелу жолының S ұзындығын табыңыздар?

Жауабы: 1) $S = 380м$, 2) $S = 360м$.

67. Құрғақ, тегіс жолда $\vartheta = 8{,}33м/с$ жылдамдықпен жүріп келе жатқан жүк автомобилінің тежелген кездегі үдеуі $a = -4м/с^2$-тан артпаса, онда тежеуіш ақаусыз деп есептеледі. Осы нормаға сәйкес келетін тежелу S жолын табыңыздар?

Жауабы: $S = 9м$.

68. Локомотив $S = 0{,}5км$ жолда жылдамдығын $\vartheta_1 = 5м/с$-тан $\vartheta_2 = 10м/с$-қа дейін арттыру үшін, қандай a үдеумен қозғалуы қажет?

Жауабы: $a = 0{,}08м/с^2$.

69. Ұшақтың жерге қонар кездегі жылдамдығы $\vartheta = 75м/с$ болғанда, қону жолының ұзындығы $S = 1000м$ болады. Ұшақтың қозғалысын бір қалыпты баяу қозғалыс деп алып, аэродромдағы қону S жолын, жүргендегі a үдеуін және t уақытын табыңыздар?

Жауабы: $a = -2{,}8м/с^2$, $t = 27сек$.

70. 1) $\vartheta = 20м/с$ жылдамдықпен келе жатқан поезд тежеле бастап тоқтағанға дейін $S = 1000м$ жол жүрді. Қозғалыс a үдеуі неге тең? Тежелу t уақыты қандай? Тежелу жолының ортасына орнатылған бағдаршамнан өтердегі поездың жылдамдығын табыңыздар?

2) Автомобиль бір қалыпты a үдемелі қозғалыспен аялдамадан біраз жер жүргенде оның жылдамдығы $\vartheta = 25м/с$ болды. Осы жолдың жартысында оның жылдамдығы қандай болған еді?

Жауабы:1) $a = -0{,}20м/с^2$, $t = 102сек$, $\vartheta = 14м/с$, 2) $\vartheta = 18м/с$.

71. Тар табанды темір жол станциясында маневр кезінде бір қалыпты қозғалып бара жатқан поездан соңғы вагоны ажыратылды да, бұл вагон тоқтағанға дейін бір қалыпты баяу қозғалды. Ажыратылған вагонның жүрген жолы поездың сол уақыт ішінде жүрген жолынан 2 есе кем екендігін дәлелдеңіздер?

72. Бір қалыпты үдемелі қозғалыста бірінші секундта жүрілген жол сан жағынан алғанда үдеудің жартысына тең болмауы мүмкін бе?

73. 1) Мотоциклші тұрақты $0{,}80м/с^2$ үдеумен бастапқы жылдамдықсыз қозғалып барады. Қозғалысының бірінші, жетінші, оныншы, жиырма үшінші секундтары ішінде ол қандай жол жүреді?

2) Науаның бойымен домалап бара жатқан шарик төртінші секундта $0{,}14м$ жерге домалап барды. Оныншы секундта ол қанша жерге домалап барады?

Жауабы: 1) $S_1 = 0{,}40м$, $S_7 = 5{,}2м$, $S_{10} = 7{,}6м$, $S_{23} = 18м$, 2) $S_{10} = 0{,}38м$.

74. Дененің сегізінші секундта жүрген жолы 30м болса, ол қандай үдеумен қозғалып барады? (Қозғалыстың бастапқы жылдамдығы нольге тең.) Он бесінші секундта жүрілген жолды табыңыздар?

Жауабы: $a = 4{,}0м/с^2$, $S = 58м$

75. Бір қалыпты айнымалы қозғалыста жылдамдық кез келген тең уақыт аралықтары ішінде бірдей жылдамдық бірлігіне өзгеріп отырады. Осы қозғалыста жол да кез келген тең уақыт аралықтары ішінде бірдей жол бірлігіне өзгереді деуге бола ма?

76. Тиынды және диаметрі соныкіндей қағаз деңгелекті үстелге бір мезгілде жалпағынан тастап жіберейік. Тиын мен қағаз дөңгелек үстелге бір мезгілде түсе ме? Қағаз дөңгелекті енді тиынның үстіне қойып, оларды тағы жалпағынан тастап жіберіңіздер. Осы тәжірибелерден қорытынды жасаңыздар?

77. Егер өзеннің жар қабағынан түскен тас судың бетіне $t = 3{,}0\,сек$ ішінде жеткен болса, жардың биіктігі қандай? Тастың ақырғы түсу жылдамдығы қандай?

78. Тікұшақтан бастапқы жылдамдықсыз әуелі бір жүк, $1\,сек$-тан кейін екінші жүк түсірілді. Бірінші жүкті түсіре бастағаннан кейін $2\,сек$ өткенде, екі жүктің ара қашықтығы қандай болады? $4\,сек$ өткенде ше?

79. Су белгілі бір биіктіктегі трубадан сорғалап ағып тұр. Ол неліктен жерге түсер кезде үзіліп, тамшыларға бөлінеді?

80. Денелердің түсу биіктігі бірдей болғанда, олардың Жердегі $t_ж$ және Айдағы $t_а$ еркін түсу уақыттарын салыстырыңыздар (Айда еркін түсу үдеуі $g = 1{,}6\,м/c^2$).

Жауабы: $\frac{t_ж}{t_а} = \frac{1{,}0}{2{,}5}$.

81. Спортшы мұнарадан суға секіреді. Егер мұнараның биіктігі $h = 10\,м$, ал түсу уақыты $t = 1{,}8\,сек$ болса, ауаның кедергісінен спортшының түсу уақыты қаншалықты артқан?

Жауабы: $t = 0{,}4\,сек$.

82. Гидравликалық балға $t = 0{,}5\,сек$ ішінде $h = 4{,}9\,м$ биіктікке көтеріледі де, қадаға соғылады. Гидравликалық балға $60\,сек$-та неше рет соғылады?

Жауабы: $n = 10$.

83. $h = 1125\,м$ биіктіктегі ауа шарынан шағын, бірақ ауыр жүк бастапқы жылдамдықсыз жерге түскен. Шар қозғалмай тұрған болса, жүк қанша t' уақытта жерге түсер еді? Егер шар $\vartheta = 15\,м/c$ вертикаль жылдамдықпен төмендеп келе жатса жүк қанша t'' уақытта жерге түсер еді?

Жауабы: $t' = 15\,сек$, $t'' = 14\,сек$.

84. Гидравликалық балғаның еркін түсу биіктігі $h = 1{,}25\,м$. Оның төске соғылған кездегі ϑ жылдамдығы қандай? Балғаның еркін түсу үдеуін $g = 10\,м/c^2$ деп алыңыздар.

Жауабы: $\vartheta = 5{,}0\,м/c$.

85. Жерге қарай шүйілген сұңқар $\vartheta = 100 м/с$ жылдамдықпен аңға келіп түскен. Сұңқар қандай h биіктіктен түскен? Ол еркін түскен деп алыңыздар ($g = 10 м/с^2$).

Жауабы: $h = 510 м$.

86. Еркін түскен дене бірінші, екінші, бесінші және оныншы секундтарда қандай жол жүреді? Еркін түсу үдеуін $g = 10 м/с^2$ деп алыңыздар.

Жауабы: $S_1 = 5{,}0 м$, $S_2 = 15 м$, $S_5 = 45 м$, $S_{10} = 95 м$.

87. Өзінің түсу уақытының соңғы секундында $75 м$ жол жүрген дене қандай h биіктіктен түскен еді? Еркін түсу үдеуін $g = 10 м/с^2$ деп алыңыздар.

Жауабы: $h = 330 м$.

88. Он алты қабат үйдің шатырынан бір тамшы су үзіліп түсті. Түсу уақыты $t = 4 сек$. Осы бір тамшы су бірінші, екінші, үшінші және төртінші секундтар ішінде қандай қабаттардың тұсынан өтеді?

Жауабы: 16; $15-13$; $12-8$; $7-1$.

89. Тік жардан тас құлап түсті. Ол тас жатқан жерде тұрған адам $t = 6{,}0 сек$ өткеннен кейін оның жерге барып түскен дыбысын естіді. Жардың h биіктігін анықтаңыздар? Еркін түсу үдеуін $g = 10 м/с^2$, дыбыстың жылдамдығын $\vartheta = 330 м/с$ деп алыңыздар.

Жауабы: $h = 1{,}5 \cdot 10^2 м$

90. Допты жерден жоғары тік лақтырғанда оның бастапқы жылдамдығы $\vartheta_0 = 20 м/с$ болды. $t_1 = 1{,}0 сек$-тан кейін ол қандай h_1 биіктікте болады? Ол қанша t' уақыт бойы жоғары көтерілді? Ең жоғарғы көтерілетін $h_{\max}$ биіктігі қандай? Доп қанша t'' уақыттан кейін және қандай ақырғы ϑ'' жылдамдықпен жерге түседі? Еркін түсу үдеуін $g = 10 м/с^2$ деп алыңыздар.

Жауабы: $h_1 = 15 м$, $t' = 2{,}0 сек$, $h_{\max} = 20 м$, $t'' = 4 сек$, $\vartheta'' = 20 м/с$.

91. Жоғары лақтырылған доптың: 1) t_1 көтерілу уақытын, 2) h_1 көтерілу биіктігін екі есе арттыру үшін, оның бастапқы ϑ_0 жылдамдығын неше есе арттыру керек?

Жауабы: $\vartheta_0' = 2\vartheta_0$, $\vartheta_0'' = \sqrt{2}\vartheta_0$.

92. Жоғары атқылаған фонтан суының биіктігі $2{,}5 м$-ден кем және $5{,}0 м$-ден жоғары болмауға тиіс. Бұл үшін атқылаған судың бастапқы ϑ_0 жылдамдығы қандай болу керек?

Жауабы: $7{,}0 м/с \le \vartheta_0 \le 9{,}9 м/с$.

93. Жоғары лақтырылған дененің бастапқы жылдамдығы $\vartheta = 30 м/с$. Қанша t секундтан кейін ол $h = 25м$ биіктікте болады? Екі түрлі жауаптың мағынасын түсіндіріңіздер?

Жауабы: $t' = 1{,}0 сек$, $t'' = 5{,}1 сек$.

94. Доп жерден жоғары қарай $h' = 5{,}0м$ биіктікке лақтырылған. Жерге түскеннен кейін, ол $h'' = 3{,}2м$ биіктікке қайта секірді. Доптың: 1) алғашқы лақтырған кездегі ϑ' бастапқы жылдамдығын; 2) жерге соғылған кездегі ϑ'' жылдамдығын; 3) жерден қайта секірген кездегі ϑ''' бастапқы жылдамдығын табыңыздар? Еркін түсу үдеуін $g = 10 м/с^2$ деп алыңыздар.

Жауабы: $\vartheta' = 10 м/с$, $\vartheta'' = 10 м/с$, $\vartheta''' = 8 м/с$.

95. Аэростат бастапқы жылдамдықсыз $a = 2{,}0 м/с^2$ үдеумен жер бетінен көтеріледі. Аэростат көтеріле бастағаннан $t_1 = 5{,}0 сек$ өткен соң одан жүк тасталды, жүктің аэростатқа қарағандағы бастапқы жылдамдығы нольге тең. Тасталғаннан кейін қанша t_2 уақыт өткенде жүк жерге түседі? Еркін түсу үдеуін $g = 10 м/с^2$ деп алыңыздар.

Жауабы: $t_2 = 3{,}4 сек$.

96. Доп жоғарыға тік лақтырылады. Ол h биіктігінде Δt уақыт интервалында екі рет болады. Доптың бастапқы ϑ_0 жылдамдығы қандай?

97. Дене $h = 490м$ биіктен еркін түседі. Дененің соңғы секундтағы орын ауыстыруын анықтаңыз.

Жауабы: $93м$.

98. Тік жоғары лақтырылған доп $t = 3с$-тан кейін жерге түседі. Доп қандай ϑ жылдамдықпен лақтырылған және қандай h биіктікке көтеріледі?

Жауабы: $\vartheta = 14{,}7 м/с$, $h = 11м$.

99. Материялық нүкте $\vec{a} = 2t\vec{i} + 4t\vec{j} + 3\vec{k}$ үдеумен қозғалады. Егер бастапқы уақыт кезеңінде, яғни $t = 0$ болғанда, оның жылдамдығы $\vec{\vartheta}_0 = 3\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ болса, онда уақыт $t = 2с$ болғанда бөлшектің жылдамдық ϑ модулі неге тең болады?

Жауабы: $12{,}4 м/с$.

100. Көлбеулік бұрышы $\alpha = 30^0$ көлбеу жазықтықта дене орналасқан. Осы көлбеу жазықтыққа горизонталь бағытта кандай минималдық $a_{\min}$ үдеу бергенде, ондағы жатқан дене жерге еркін түседі?

Жауабы: $a = 17 м/с^2$.

101. Дене $\vartheta_0 = 14{,}7 м/с$ жылдамдықпен горизонтқа $\alpha = 30^0$ бұрыш жасай лақтырылған. Дененің қозғалғаннан кейінгі $t = 1{,}25с$ уақыттан соңғы a_n

нормаль және a_t тангенсиаль үдеулерін табу керек? Ауаның кедергісі есепке алынбайды.

Жауабы: $a_n = 9{,}15 м/с^2$, $a_t = 3{,}52 м/с^2$.

102. Денені горизонтқа қандай α бұрышпен лақтыру керек, егер де оның көтерілу H биіктігі ұшу L алыстығына тең болу үшін?

Жауабы: $tg\alpha = 4$, $\alpha = arctg 4 = 1{,}3 рад$

103. XY жазықтығында материялық нүктенің жылдамдығы $\vartheta = Ai - 2Btj$ (мұндағы A және B - оң тұрақтылар) заңдылығымен өзгереді. Мыналарды: а) жылдамдықтың уақытқа тәуелділігін; ә) үдеуі және оның модулін, б) нүктенің радиус-векторы және оның уакытқа тәуелділігін табыңдар?

Жауабы: а) $\vartheta h\sqrt{A^2 + 4B^2t^2}$, ә) $a = -2Bj$, б) $r = Ati - Bt^2 j$.

104. Мұнарадан бір мезгілде модульдары бірдей бастапқы ϑ_0 жылдамдықпен біріншісі вертикаль жоғары, екіншісі тік төмен екі дене лақтырылды. Уақыт өтуімен денелердің ара қашықтығы қалай өзгереді. Бірінші дененің көтерілуіне кеткен t уақыт мезетінде, олардың L ара қашықтығы неге тең?

Жауабы: $L(t) = 2\vartheta_0 t$, $L = \dfrac{2\vartheta_0^2}{g}$.

105. Бір мезгілде A денесі бастапқы ϑ_0' жылдамдықпен вертикаль жоғары лақтырылған, h биіктіктен бастапқы жылдамдығы ϑ_0'' нөлге тең B денесі төмен түседі. A және B денелердің ара қашықтығының t уақытқа байланысын табу керек. B денесі жерге түскен уақыт мезетінде бұл ара қашықтық неге тең?

Жауабы: $L(t) = h - \vartheta_0 t$, $L = h - \vartheta_0\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$.

106. Биікгігі H мұнарадан горизонталь бағытта ϑ жылдамдықпен тас лақтырылған. Мыналарды: а) тастың траекториясының $y(x)$ теңдеуін; ә) жерге түсу жылдамдығы түсу нүктесінде горизонтқа қандай α бұрыш жасайтынын; б) тастың жерге мұнараның табанынан алғандағы қандай L қашықтыққа түскендігін табу керек?

Жауабы: а) $y(x) = \dfrac{g}{2\vartheta_0^2}x^2$, ә) $\vartheta = \sqrt{\vartheta_0^2 + 2gh}$, $\varphi = arctg\sqrt{\dfrac{2gh}{\vartheta_0}}$, б) $L = \vartheta_0\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$.

107. Горизонталь бағытпен лақтырылған дененің бастапқы жылдамдығы $\vartheta_0 = 10 м/с$. Тастың бастапқы қозғалысынан $t = 2с$-тан кейін, ауаның кедергісін есепке алмай мыналарды: а) жылдамдық векторы және оның вертикаль жазықтық пен арасындағы φ бұрышы; ә) a_n нормаль және

a_t тангенциаль үдеулерді; б) осы уақытқа сәйкес траекторияның r қисықтық радиусын табу керек?

Жауабы: а) $\varphi = 27^0$, ә) $a_n = 4{,}45 м/с^2$, $a_t == 8{,}73 м/с^2$, б) $r = 109 \cdot 10^3 м$

108. Снаряд зеңбіректен горизонтқа $\alpha = 45^0$ бұрышпен бастапқы жылдамдығы $\vartheta_0 = 500 м/с$-пен атылды. $t = 20с$ уақыттан кейін мыналарды: а) снарядтың ϑ жылдамдығын; ә) $\vec{\vartheta}$ жылдамдық векторының X өсімен арасындағы α бұрышы; б) a_n нормаль және a_t тангенциаль үдеулерін; в) траекторияның қисықтық r радиусын табу керек? Ауаның кедергісі есепке алынбайды.

Жауабы: а) $\vartheta = 384 м/с$, ә) $\alpha = 24^0$, б) $a_n = 8{,}95 м/с^2$, $a_t = 3{,}99 м/с^2$, в) $r = 12{,}8 \cdot 10^3 м$.

109. Егер материялық нүктенің радиус-векторы координатаның бас нүктесімен салыстырғанда $\vec{r} = 2t\vec{i} + 8t^2\vec{j}$ заңымен өзгеретін болса, онда сол нүктенің траекториясы қандай болады?

Жауабы: $y = 2x^2$.

110. Нүктенің радиус-векторы $\vec{r} = 3t\vec{i} + 0.5t^2\vec{j}$ өрнегімен анықталады. Нүктенің, уақыт $t = 5с$-қа тең болған кезіндегі, ϑ жылдамдық модулі мен a үдеуін анықтаңыз.

Жауабы: $5{,}8 м/с$, $1 м/с^2$.

111. Ара қашықтығы $l = 30м$ болатын тік орнатылған екі қатты қағазды пистолет оғы тесіп өтеді. Екінші қағаздағы тесік, бірінші қағаздағыдан $h = 10см$ төмен орналасқан болып шыққан. Егер оқ бірінші қағазға горизонталь бағытпен ұшып келіп тиген болса, онда оқтың жылдамдығы қандай болғаны? Ауа кедергісі есепке алынбасын.

112. Денені $\vartheta = 9{,}8 м/с$ жылдамдықпен горизонталь лақтырғанда, оның ұшу S қашықтығы сол денені лақтырып тұрған орынның Жерден h биіктігіне тең. Сонда бұл h биіктік неге тең және дене горизонтқа қандай α бұрыш жасай түседі?

113. Гидромонтирдің стволынан су сорғысының ағыны $\vartheta = 50 м/с$ жылдамдықпен горизонтқа $\alpha = 35^0$ бұрыш жасай ұшып шығады. Сорғының көтерілу h биіктігін және ұшу L қашықтығын анықтаңыз.

Жауабы: $h = 41{,}3 м$, $S = 240 м$.

114. Дененің жерден кетерілу h биіктігі мен ұшу L қашықтығы бірдей болу үшін, оны горизонтқа қандай α бұрышпен лақтырған дұрыс?

Жауабы: $\alpha = 1{,}3 рад$.

115. Дене $h_1 = 6м$ биіктіктен еркін түседі. Ол $h_2 = 4м$ биіктікте горизонтқа $\alpha = 30^0$ бұрыш жасай орналасқан кішкене ауданшаға серпімді соқтығады. Дененің толық қозғалыс t уақытын және оның ұшу L қашықтығын анықтаңыз.

Жауабы: $t = 10{,}1с$, $S = 5{,}6м$.

116. Бір нүктеден бір мезгілде екі денені бірдей ϑ_0 жылдамдықпен горизонтқа әр түрлі α_1 және α_2 бұрышпен лактырады. Егер $\vartheta_0 = 10м/с$, ал $\alpha_1 = 30^0$ және $\alpha_2 = 60^0$ болса, онда қозғалыс басталғаннан кейін $t = 2с$ өткенде, екі дененің ара L қашықтығы қандай болады?

Жауабы: $S = 11{,}3м$.

117. Денені $\vartheta_0 = 20м/с$ бастапқы жылдамдықпен горизонтқа $\alpha = 45^0$ жасай лақтырғанда, оның жылдамдық векторы қандай h биіктікте горизонтпен $\beta = 30^0$ бұрыш жасайды? Ауаның кедергісі есепке алынбасын.

118. Дене $\vartheta_0 = 20м/с$ жылдамдықпен горизонтқа $\alpha = 30^0$ бұрыш жасай лақтырылған. Ауаның кедергісін есепке алмай, дененің ϑ жылдамдығын және қозғалыс басталғаннан кейінгі $t = 1{,}5с$ өткен кездегі нормаль a_n және тангенциалдық a_t үдеулерін анықтаңыз. Осы уақыт ішінде дене қандай L қашықтыққа орын ауыстырады және қандай h биктікке көтеріледі?

Жауабы: $h = 1{,}2м$.

119. Материялық нүкте XY жазықтығында қозғалыс жасайды. Оның теңдеулері $x = 3\sin\omega t$, $y = 3\cos\omega t$. Нүктенің траекториясының теңдеуін жазыңыз. Мына шамаларды $t = 0$ және $s = 0$ деп есептеп, жүрілген S жолдың t уақыттан тәуелділігін табыңыз.

Жауабы: шеңбер $x^2 + y^2 = 9$, $S = \omega t$.

120. Материялық нүкте XY жазықтығында қозғалады. Егер нүктенің қозғалысы $x = 3\sin\omega t$, $y = 2\cos\omega t$ теңдеулермен берілсе, онда оның траекториясын анықтаңыз.

Жауабы: Эллипс $\frac{x^2 9}{} + \frac{y^2}{4} = 1$.

121. Жердің өз өсінен тәуліктік айналуына байланысты жер бетінің экваторында, $\varphi = 45^0$ ендігінде және полюсінде орналасқан нүктелердің центрге тартқыш a_n удеуін анықтаңыз.

Жауабы: $a_{ц1} = 3{,}4 \cdot 10^{-2}\, м/с$, $a_{ц2} = 2{,}4 \cdot 10^{-2}\, м/с$, $a_{ц3} = 0$.

122. Шкивтің диаметрі $d = 20см$, ол $t = 3мин$-та $n = 300$ айналым жасайды. Шкивтің шеңберінің нүктесінің айналу T периодын, сызықтық ϑ жылдамдығын және бұрыштық ω жылдамдығын табыңыз.

Жауабы: $T=0,6с$, $\omega=10,5рад/с$, $\vartheta=1,05м/с$.

123. Егер ұшақ Хабаровскіден жергілікті уақыт 6 сағат болғанда ұшып шығып, Москваға москва уақыты бойынша 6 сағатта ұшып келсе, онда ұшақтың орташа жылдамдығы қандай? Москва мен Хабаровск 50° ендікте орналасқан деп есептеңіз.

Жауабы: $\vartheta=295м/с$.

124. Дөңгелек бір қалыпты үдемелі айналып, айналыс басталғаннан кейін $N=10$ айналым жасағанда оның бұрыштық жылдамдығы $\omega=20рад/с$-қа жетеді. Дөңгелектің бұрыштық ε үдеуін табыңыздар.

125. Маховик айналыс басталғаннан $t=1мин$ өткен соң жиілігі $\nu=720\,айн/мин$-қа сәйкес жылдамдық алады. Осы минуттағы маховиктің бұрыштық ε үдеуін және айналыс n санын анықтаңыз. Қозғалысты бір қалыпты үдемелі деп есептеңдер.

Жауабы: $\varepsilon=1,26рад/с^2$, $n=360айн$.

126. Маховик $N=20$ толық айналым жасаған уақыт ішінде, оның айналу жиілігі $\nu_0=1аин/с$-тан $\nu=5аин/с$-қа дейін өседі. Маховик қандай бұрыштық ε үдеумен айналады?

Жауабы: $\varepsilon=3,8рад/с^2$.

127. Оқ ствол каналында қозғалғанда бір толық айналым жасайды. Егер оқтың ұшып шыққан кездегі жылдамдығы $\vartheta=860м/с$ болса, ал стволдың ұзындығы $l=1м$ болса, онда оқтың айналуының орташа бұрыштық ω жылдамдығы мен бұрыштық ε үдеуі неге тең болады?

Жауабы: $\overline{\omega}=2,7\cdot10^3с^{-1}$, $\overline{\varepsilon}=2,3\cdot10^6с^{-2}$

128. Қозғалмайтын z өсінің айналасында $\varphi=at-bt^2$ заңымен айналатын қатты дененің бұрыштық ω жылдамдығы мен бұрыштық үдеуін анықтаңыз. Мұндағы $a=20с^{-1}$, $b=1с^{-2}$. Дененің қозғалысының сипаты қандай? Бұрыштық жылдамдық пен бұрыштық үдеуінің уақытқа тәуелділігінің графигін сызыңыз.

Жауабы: $\omega=0$, $\varepsilon=-2с^{-2}$.

129. Дене батыстан шығысқа қарай φ ендігінде жатқан параллельмен үдей қозғалады. Дененің Жермен салыстырғандағы жылдамдығын, Жердің тәуліктік айналуын ескеріп, айналу басталғаннан кейін t уақыт өткеннен соң, дененің a_t тангенциал және a_n нормаль үдеулерін анықтаңыз?

130. Дөңгелек шеңберінде жатқан нүктенің сызықтық ϑ_1 жылдамдығы дөңгелектің өсіне $r=5см$ жақын жатқан нүктенің сызықтық ϑ_2 жылдамдығынан 2,5 есе артық болады деп алып, айналып тұрған дөңгелектің R радиусын табыңыздар?

Жауабы: $R = 8{,}3 \cdot 10^{-2}\, м$.

131. Диаметрі $d = 20 см$ шкив $e = 3 мин$-та $N =$ 300 айналым жасайды. Шкивтің айналу T периодын, бұрыштық ω және ϑ сызықтық жылдамдықтарын табыңдар?

Жауабы: $T = 0{,}6 сек$, $\omega = 10{,}5 рад/с$, $\vartheta = 1{,}05 м/с$.

132. Білік алғашқы $t = 10 с$-та $N = 50$ айналым жасайды. Білік бірқалыпты үдемелі айналады. Оның бұрыштық ε үдеуін және соңғы бұрыштық ω жылдамдығын табыңдар?

Жауабы: $\omega = 62{,}8 рад/с$, $\varepsilon = 6{,}28 рад/с^2$.

ҚОСЫМШАЛАР

1-кесте. Негізгі физикалық тұрақтылар

Физикалық шамалар	**Сан мәндері**
Тартылыс тұрақтысы G	$6{,}67\cdot10^{-11}$ м^3/кг·сек^2
1 киломольдегі молекулалардың саны (Авогадро саны) N_A	$6{,}025\cdot10^{26}$ кмоль$^{-1}$
Қалыпты жағдайдағы нақты газдың 1 кмолінің көлемі V_0	22,4 м^3
Универсал газ тұрақтысы R	$8{,}31\cdot10^3$ Дж/кмоль·град
Больцман тұрақтысы k	$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/·град
Фарадей саны F	$9{,}65\cdot10^7$ к/кг·экв
Стефан-Больцман тұрақтысы σ	$5{,}67\cdot10^{-8}$ Вт/м^2 ·град^4
Планк тұрақтысы h	$6{,}625\cdot10^{-34}$ Дж·сек
Электронның заряды e	$1{,}602\cdot10^{-19}$ к
Электронның тыныштық массасы m_e	$9{,}11\cdot10^{-31}$ кг
Протонның тыныштық массасы m_p	$1{,}672\cdot10^{-27}$ кг
Нейтронның тыныштық массасы m_n	$1{,}675\cdot10^{-27}$ кг
Вакуумдағы жарықтың таралу жылдамдығы c	$3\cdot10^8$ м/сек

2-кесте. Ондық еселік пен бірлік үлестерді түрлендіретін жалғаулар

Еселік			Үлестік		
жалғау	белгіленуі	көбейткіш	жалғау	белгіленуі	көбейткіш
экса	Э	10^{18}	атто	а	10^{-18}
пета	П	10^{15}	фемто	ф	10^{-15}
тера	Т	10^{12}	пико	п	10^{-12}
гига	Г	10^9	нано	н	10^{-9}
мега	М	10^6	микро	мк	10^{-6}
кило	к	10^3	милли	м	10^{-3}
гекто	г	10^2	санти	с	10^{-2}
дека	да	10^1	деци	д	10^{-1}

3-кесте. Кейбір сұйықтардың қасиеттері

Сұйықтар	Тығыздығы, кг/м^3	20 ^{0}С-ғы меншікті жылу сыйымдылығы		20 ^{0}С-ғы беттік керілу коэффиценті, н/м
		Дж/кг. град	кал/г.град	
Бензол	880	1720	0,41	0,03
Су	1000	4190	1	0,073
Глицерин	1200	2430	0,58	0,064
Кастрол майы	900	1800	0,43	0,035
Керосин	800	2140	0,051	0,03
Сынап	13600	138	0,0033	0,5
Спирт	790	2510	0,6	0,02

4-кесте. Кейбір қатты заттардың қасиеттері

Заттар	Тығыздығы, кг/м^3	Балқу температурасы, ^{0}С	Меншікті жылу сыйымдылығы, Дж/кг. град	Меншікті балқу жылу, Дж/кг	Ұзындықтың жылулық ұлғаю коэффициенті, град $^{-1}$
Алюминий	2600	659	890	$3,22*10^5$	$2,3*10^{-5}$
Темір	7900	1530	500	$2,72*10^5$	$1,2*10^{-5}$
Жез (латунь)	8400	900	386	-	$1,9*10^{-5}$
Мұз	900	0	2100	$3,35*10^5$	-
Мыс	8600	1100	395	$1,76*10^5$	$1,6*10^{-5}$
Қалайы	7200	232	230	$5,86*10^5$	$2,7*10^{-5}$
Платина	21400	1770	117	$1,13*10^5$	$0,89*10^{-5}$
Тығын	200	-	2050	-	-
Қорғасын	11300	327	126	$2,26*10^4$	$2,97*10^{-5}$
Күміс	10500	960	234	$8,8*10^4$	$1,9*10^{-5}$
Болат	7700	1300	460	-	$1,06*10^{-5}$
Мырыш	7000	420	391	$1,17*10^5$	$2,9*10^{-5}$

ПАЙДАЛАНЫЛҒАН ӘДЕБИЕТТЕР:

1. Волькенштейн В.С.Сборник задач по общему курсу физики. - М.: Наука, 1985. – 464 с.
2. Иродов И.Е. Задачи по общей физике: Учеб. пос. – изд. 8-е. - СПб.: Лань, 2004. – 416 с.
3. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. – М.: Высшая школа, 1988. -527 с.
4. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – изд. 3-е, испр. и доп. - СПб.: Книжный мир, 2005. – 328 с.
5. Слободецкий Н.Ш., Асламазов Л. Задачи по физике. – изд. 2-е. М.: Бюро Квантум, 2001. – 160 с.
6. Баканика Л.П. и др.Сборник задач по физике. - М.: Наука, 1970. - 416с.
7. Гольдфарб Н.И. Сборник вопросов и задач по физике. - М.: Высшая школа, 1983. – 351 с.
8. Савельев И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике. - М.: Наука, 1982. – 272 с.
9. Стрелков С.П. и др. Сборник задачи по общему курсу физики. Механика. - М.: Наука, 1977. – 288 с.
10. Овчинкина В.А. Сборник задач по общему курсу физики. Часть 1. Механика, термодинамика. - М., 1998. – 416 с.
11. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики для вузов. – изд. 3-е. - М.: ОНИКС 21 век, 2005. – 384 с.
12. Балаш В.А. Задачи по физике и методы их решения. - М.: Просвещение, 1983. – 432 с.
13. Самойленко П.И. Практические занятия по физике: Учеб. пособие. - М.: Высшая школа, 2005. – 270 с.

МАЗМҰНЫ

Пішімі 60х84 1/12
Көлемі 95 бет 8 шартты баспа табағы
Таралымы 20 дана.
Ш.Есенов атындағы КМТжИУ
Редакциялық - баспа бөлімінде басылды.
Ақтау қаласы, 32 ш/а.