

ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫНЫҢ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Ш.ЕСЕНОВ АТЫНДАҒЫ КАСПИЙ МЕМЛЕКЕТТІК ТЕХНОЛОГИЯЛАР
ЖӘНЕ ИНЖИНИРИНГ УНИВЕРСИТЕТІ

ТЕҢІЗ ТЕХНОЛОГИЯЛАР ИНСТИТУТЫ

«КӨЛІК ЖӘНЕ ТАСЫМАЛДАУДЫ ҰЙЫМДАСТЫРУ» КАФЕДРАСЫ

СУЙЕУОВА Н.Б., ЕСБОЛАЙ Г.И.

**«ИНЖЕНЕРЛІК МЕХАНИКА-І»
ПӘНІ БОЙЫНША ТӘЖІРИБЕЛІК ЖҰМЫСТАРДЫ ОРЫНДАУҒА
АРНАЛҒАН
ӘДІСТЕМЕЛІК НҰСҚАУЛАР МЕН БАҚЫЛАУ ТАПСЫРМАЛАРЫ
5В072900 – «ҚҰРЫЛЫС» МАМАНДЫҚТАРЫНЫҢ СТУДЕНТТЕРІНЕ
АРНАЛҒАН**

АҚТАУ-2011 Ж.

ӘОЖ 122.12.4.

ҚҰРАСТЫРУШЫЛАР: Сүйеуова Н.Б., Есболай Г.И. «Инженерлік механика-І» пәні бойынша тәжірибелік жұмыстарды орындауға арналған әдістемелік нұсқаулар мен бақылау тапсырмалары. 5В072900- «Құрылыс» мамандықтарының студенттеріне арналған. – КМТЖИУ, 2011, 43 бет.

Пікір жазғандар: т.ғ.д., профессор Сугиров Ж.У.,
т.ғ.к., доцент Айсаев С.У.

Бұл оқу-әдістемелік нұсқауда студенттерге көмек ретінде «Инженерлік механика-І» пәні бойынша негізгі теориялық ұғымдар мен анықтамаларға қысқаша түсініктемелер келтірілген. Пән мазмұнына байланысты типтік бақылау тапсырмалары және оларды шешу жолдары үлгі түрінде берілген.

Ш.Есенов атындағы Каспий мемлекеттік технологиялар және инжиниринг Университетінің Оқу-әдістемелік кеңесінің шешімі бойынша басылады.

© Ш.Есенов атындағы Каспий мемлекеттік технологиялар және инжиниринг Университеті, 2011

Алғы сөз

Инженерлік механика қазіргі уақытта теориялық механика, материалдар кедергісі және құрылыстық механика пәндерін қосатын комплексті пән болып табылады.

Инженерлік механика-I «Теориялық механика» және «Материалдар кедергісі» пәндерінің бөлімдерінен тұратын базалық пәндер циклінің құрамына кіреді, бұл пәнді игеру «5B072900-Құрылыс» бағытында дайындалатын құрылыс бакалаврының академиялық дәрежесін және квалификациясын анықтайды.

I-бөлім- «Теориялық механика» бөлімінде статиканың негізгі заңдылықтары қарастырылады.

II-бөлім- «Материалдар кедергісі» бөлімінде статикалық анықталған жүйелерді созылу және сығылу кезінде беріктікке, қаттылыққа есептеу, геометриялық сипаттамалар, ығысу, түзу сырықтардың иілуі, конструкция элементтерінің орнықтылығы қарастырылады.

«Инженерлік механика-I» пәнін оқыту мақсаты - студенттерге күштер және күштер әсерінде тұрған материалдық денелердің тепе-теңдік шарттары туралы теориялық білім беру, сыртқы күштер әсерінде тұрған серпімді денелердің деформациясын зерттеу және конструкция элементтерін беріктікке, қаттылыққа және орнықтылыққа есептеу.

«Инженерлік механика-I» пәні бойынша дәрістік, практикалық және тәжірибелік сабақтардың өтуі, студенттердің өздік және семестрлік жұмыстарының орындалулары қарастырылады.

Пәнді оқыту міндеті ғимараттар мен конструкция элементтерін жобалаудағы практикалық есептерді шешу үшін теориялық білімді қолдану. Пәнді оқып бітірген кездегі студенттердің міндеттері:

- статиканың негізгі түсініктерін, заңдарын, әдістерін;
- құрылыс элементтерін беріктікке, қаттылыққа есептеудің негізгі әдістері мен принциптерін, сонымен бірге инженерлік конструкцияларды тиімді жобалауды;
- абсолютті қатты денелер үшін алынған тепе-теңдік шарттарын және статиканың негізгі аксиомаларын біле отырып, оларды аз деформацияланатын, сонымен бірге кез-келген өзгеретін денелерге қолдануды;
- конструкция элементтерін беріктікке, қаттылыққа және орнықтылыққа деформацияның қарапайым түрлері үшін (статикалық анықталған жүйелердегі созылу-сығылу, ығысу, иілу) есептеулерін орындауды, оның ішінде осы заманғы бағдарламаларды пайдалануды істей білуі керек.
- беріктіктің үш есептеуін үш түрін орындау: тексеру, есептелген жүктемені анықтау, жобалаудың қазіргі заманғы әдістерін пайдалануға дағдыланулары қажет.

ПӘННІҢ МАЗМҰНЫ

Кіріспе

Инженерлік механика-I курсы екі бөлімнен тұратын комплексті пән болып табылады: теориялық механика және материалдар кедергісі.

Бірінші «Теориялық механика» бөлімінде теориялық механиканың аналитикалық және графикалық әдістері, статиканың негізгі жағдайлары қарастырылады. Механикалық әсерлесу өлшемі ретінде күш қарастырылады. Күш моменті күш әсерінен дененің айналу өлшемі ретінде қарастырылады. Статика аксиомалары статиканың негізі болып табылады. Берілген күштер жүйесіне эквивалентті тең әсер етуші күш енгізіледі. Тіректердің байланыс реакциялары, жазық күштер жүйесінің тепе-теңдік теңдеулері негізінде анықталады.

Материалдар кедергісі курсына құрылыс конструкциялары элементтерінің беріктікке, қаттылыққа және орнықтылыққа есептеудің аналитикалық және жобалау әдістері берілген.

I-бөлім. ТЕОРИЯЛЫҚ МЕХАНИКА

1. Теориялық механиканың негізгі ұғымдары

Механикаға кіріспе. Статиканың ұғымдары. Бізді жан – жағымызды әртүрлі дене қоршап тұрады, оны біз материя деп атаймыз.

Материя деп біздің сана сезімімізден тәуелсіз және түйсігіміз арқылы немесе арнайы приборлармен, эксперименттермен қабылданатын нәрсенің бәрі аталады.

Механикалық қозғалыс дегеніміз – материялық дененің уақыт бойынша өзара орын өзгертуі немесе осы дененің бөлшектерінің орнының өзгеруі – деформация. Дененің қозғалуы үш нәрсеге байланысты:

1. кеңістікке;
2. уақытқа;
3. қозғалып жүрген денеге.

Материялық дене деп – кеңістіктің белгілі бір көлемін толтыратын заттар санын айтамыз.

Материялық бөлшек дегеніміз – ойша бөлінген дененің ең кіші бөлшегі.

Механикалық әсер деп – дененің бір тарапынан берілетін әсерді айтамыз. Демек, екі дене қозғалысын өзгертеді. Денелердің екінші бір денеге өзара әсерін зерттейтін ғылым – механика деп аталады. Массасы бар нүктені материялық нүкте дейміз.

Абсолют қатты дене дегеніміз – кез – келген екі нүкте аралығы механикалық әсер кезінде өзгеріссіз қалатын дене.

Теориялық механика дегеніміз – механикалық жүйенің қозғалыс заңдарын және осы қозғалыстың ортақ қасиеттерін қарастыратын механика бөлімі.

Теориялық механика деп – вакуумдағы жарық жылдамдығынан аз

жылдамдықпен қозғалатын денелердің қозғалысын зерттейтін Ньютонның классикалық механикасын айтады.

Кинематика деп – денелердің күш әсерін ескермей қозғалысын қарайтын бөлімін айтады.

Кинетика деп – денелердің күштің әсерінен қозғалысын немесе тыныштық күйін зерттейтін теориялық механика бөлімін айтады.

Статика деп – тыныштық күйдегі дененің механикалық әсер күштерін зерттейтін бөлім.

Динамика дегеніміз – дененің механикалық әсер күштерінен қозғалысын зерттейтін бөлім.

Инерциялық санақ жүйесі (инерционная система счета) – қозғалмайтын денеге бекітілген декарттық (X, Y, Z) осьтер жүйесі.

Күш дегеніміз – бір материялық дененің екіншісіне көрсететін механикалық әсердің өлшемі. Күш – векторлық шама. Ол Ньютонмен (Н) өлшенеді. Күш түсу нүктесімен, бағытымен және шамасымен анықталады.

Механикалық жүйенің тепе – теңдік күйі деп – алынған санақ жүйесіне қарағанда түсірілген күштің әсерінен барлық нүктелері тыныштық күйде қалған жағдайды айтамыз.

2. Тепе-теңдік шарттары.

Жазықтықта немесе кеңістікте қатты денеге әсер ететін күштер системасын құраушы күштер бір нүктеде жинақталмаған болса онда оларды жазықтықта немесе кеңістікте кез-келген бағыттағы күштер системасы деп атайды. Бұл күштер системалары бір нүктеге келтірілгенде бір күшке және бір қос күшке эквивалентті болады.

Пуансо теоремасы.

Бұл теорема былай жазылады: Кеңістіктегі кез-келген бағыттағы күштер системасын бір нүктеге келтіргенде ол жалғыз күшке – бас векторға және жалғыз қос күшке – бас моментке келтіріледі. О нүктесіне жинақталған күштердің векторлық қосындысын: $\vec{R}_0 = \sum_{k=1}^n \vec{F}_k$ - бас вектор деп, ал қос күштердің

моменттерінің векторлық қосындысын: $\vec{M}_0 = \sum_{k=1}^n \vec{m}_k = \sum_{k=1}^n \vec{m}_0(\vec{F}_k) = \sum_{k=1}^n \vec{r}_k \times \vec{F}_k$ - бас момент деп атайды.

Егер күштер кеңістікте орналасқан болса онда M_0 – мен R_0 -де кеңістікте орналасады. Күштер жазықтықта орналасқан жағдайда R_0 сол жазықтықта ал M_0 оған перпендикуляр бағытта орналасады.

Егер күштер системасын құрайтын болса онда бас вектор мен бас момент мына формулалармен анықталады:

$$R_x = \sum_{k=1}^n F_{kx}, \quad R_y = \sum_{k=1}^n F_{ky}, \quad R_0 = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$M_0 = M_z = \sum_{k=1}^n m_{oz}(\bar{F}_k) \quad (1.1)$$

Өйткені күштерді өзіне параллель тасымалдағанда олар OXY жазықтығында қалады ал қосымша қос күштердің моменттері осы жазықтықта перпендикуляр бағытталады.

Вариньон теоремасы.

Кеңістіктегі немесе жазықтықтағы кез-келген бағыттағы күштер системасы бір нүктеге келтірілгенде тең әсер етуші күшке эквивалентті болса Вариньон теоремасы орындалады.

Теорема: Тең әсер етуші күштің кез-келген нүктеге қатысты моменті сол нүктеге қатысты алынған құраулы күштердің моменттерінің векторлық қосындысына тең.

Бұл теорема кез келген оське қатысты алынған моменттерге де орындалады.

Теорема осьтерге қатысты алынған моменттер үшін мына түрде жазылады:

- тең әсер етуші күшінің кез-келген осіне қатысты алынған құраулы күштердің моменттерінің алгебралық қосындысына тең.

Кез-келген бағыттағы күштер системасының тепе-теңдік шарты.

Кез-келген бағыттағы күштер системасы тепе-теңдікте болуы үшін системаның бас векторы және бас моменті нөлге тең болуы қажет, яғни

$$\bar{R}_0 = \sum_{k=1}^n \bar{F}_k = 0, \quad \bar{M}_0 = \sum_{k=1}^n m_0(\bar{F}_k) = 0 \quad (1.2)$$

Егер системаның бас векторы мен бас моменті нөлге тең болса, онда күштер системасы нөлге эквивалентті болғаны;

Егер күштер системасының бас векторы мен бас моменті бірдей нөлге тең болмаса, онда система қос күшке келтіріледі.

3. Кеңістіктегі тепе-теңдік.

Бір нүктеге жинақталған күштер жүйесінің тепе-теңдік шарты. Қатты дене тепе-теңдік күйде болсын. 2-ші аксиома бойынша дене бұл күйінде қалуы үшін жаңадан түсірілген күштер тек теңгерілген күштер болуы шарт. Теңгерілген күштер жүйесінің тең әсер етуші нөлге тең болады, сондықтан бір нүктеге жинақталған күштер системасы тепе-теңдікте болу шарты былай жазылады. $R=0$

Бір нүктеге жинақталған күштер системасы тепе-теңдікте болу үшін күштер көпбұрышы тұйық болуы қажет. Бұл тепе –теңдік шартты геометриялық шарт деп атайды. Егер бұл шарт орындалса, онда күштер көпбұрышының тұйықтаушы қабырғасы \bar{R} нөлге тең болады, сондықтан соңғы бағытталған күшінің соңғы нүктесі бірінші күштің түсіп тұрған нүктесіне дәл орналасып жатады.

$R=0$ теңдеуді координаттық осьтерге проекциялап, бір нүктеге жинақталған күштер жүйесінің аналитикалық тепе-теңдік шартын орындауға болады.

Кеңістіктегі бір нүктеге жинақталған күштер жүйесінің аналитикалық тепе-теңдік шарты мына өрнектермен беріледі.

$$\sum_{k=1}^n \bar{F}_{kx} = 0, \quad \sum_{k=1}^n \bar{F}_{ky} = 0, \quad \sum_{k=1}^n \bar{F}_{kz} = 0 \quad (1.3)$$

Кеңістіктегі бір нүктеге жинақталған күштер жүйесі тепе-теңдікте болуы үшін тік бұрышты координаттық жүйенің әр осіне түсірілген барлық күштердің проекцияларының қосындысы нөлге тең болуы қажет.

Егер бір нүктеде жинақталған күштер системасы ОХҮ жазықтығында орналасқан болса, онда шарт былай жазылады:

$$\sum_{k=1}^n \bar{F}_{kx} = 0, \quad \sum_{k=1}^n \bar{F}_{ky} = 0 \quad (1.4)$$

Сонымен шартты былай қорытындылауға болады: жазықтықта бір нүктеге жинақталған күштер системасы тепе-теңдікте болуы үшін тік бұрышты координаттық жүйенің әрбір осіне түсіріліген барлық күштердің проекцияларының қосындысы нөлге тең болуы қажет.

Күштің оське проекциясы деп – күш модулімен осьтің оң бағытындағы арасындағы бұрышының косинусының көбейтіндісіне тең скалярлық шама.

Жазықтықта орналасқан денелер системасының тепе-теңдігі:

Бір-бірімен топса арқылы немесе басқа түрлі байланыстармен жалғастырылған денелерді денелер системасы деп атайды.

Денелерді өзара жалғастырып тұрған байланыстарды ішкі байланыстар деп атайды. Ал оларды жылжымайтын тіреуіштерге жалғастыратын байланыстарды сыртқы байланыстар деп атайды.

Сыртқы байланыстардан босатылған соң денелер системасы не механизмге, не конструкцияға айналады. Денелер системасы тепе-теңдікте болғанда системаны құрап тұрған әр денеде тепе-теңдікте болады, сондықтан сол денелердің әрқайсысының тепе-теңдігін бөлек қарастырады.

4. Байланыстар аксиомасы, реакция күштері.

Статиканың аксиомалары.

1-ші аксиома. (екі күштің тепе–теңдік шарты)

Еркін денеге түсірілген екі күш тепе – теңдік күйде болуы үшін модульдері тең болуы және түсу нүктелерін қосатын түзу бойымен қарама – қарсы бағытталуы қажет.

2 –ші аксиома. (теңгерілген күштерді қосу немесе алу)

Қатты дененің берілген жағдайын өзгертпей – ақ оған әсер етуші күштер , теңгерілген күштерді қосуға немесе алуға болады.

3-ші аксиома. (күштер параллелограммының заңы)

Дененің бір нүктеге түскен екі параллель емес күштердің тең әсер етуші күші сол нүктеге түсіріледі. Модулі осы күштерден құрылған параллелограмм диагоналына тең. F_1 және F_2 күштерден құрастырылған параллелограмм диагоналіне тең R векторы осы екі күштің векторлық қосындысы деп аталады.

Үш күштер теоремасы.

Егер дене бір жазықтықта жатқан параллель емес үш күштің әсерінен тепе – теңдік қалыпта тұрса, онда бұл күштердің әсер ету сызығы бір нүктеде қиылысады.

4-ші аксиома. (әсер және кері әсер туралы заң)

Әсер әр уақытта тең және кері бағытталған кері әсер туғызады.

5-ші аксиома. (қатаю принципі)

Егер деформацияланатын дене күштің әсерінен тепе – теңдік күйде тұрса, онда ол қатайған күйін сақтайды.

6-шы аксиома. Байланыстар. Байланыстар реакциялары.

Кез келген күштер системасы түсіп тұрған қатты денені ерікті дене ретінде қарастыру үшін денені ойша байланыстардан босатып әсерлерін олардың реакцияларымен есепке алуға болады.

Еркін қатты дене деп – қозғалысы шектелген қатты денені айтады.

Еркін емес дене деп – дене кейбір бағыттарда қозғалыс жасай алмайтын болса.

Байланыс деп – дене қозғалысын шектеп тұрған денені айтады.

Қарсы әсер күш дегеніміз – реакция.

Байланыс реакциясы деп – байланыс тарапынан денеге әсер ететін күштерді айтады.

Байланыстың негізгі түрлері мен реакциялары.

1. Жылтыр бет.

Берілген есеп шартында үйкеліс күштерін есепке алмауға болатын болса, онда дене сүйеніп тұрған бетті жылтыр бет ретінде қарастыруға болады. Мұндай байланыстар бетке жүргізілген жанама бойымен қарсы әсер етпейді, сондықтан олардың реакциялары тек қана жанасу нүктесінен жүргізілген ортақ нормаль бойымен бағытталады.

2. Жылжымалы топса.

Топсаның жылжымалы екенін топсаның төменгі жағындағы екі доңғалақ белгілейді. Жылжымалы топса дененің тіреуіш жазықтықта қозғалуына кедергі етпейді, сондықтан оның реакциясы тек тіреуіш жазықтығына перпендикуляр бағытта жүргізіледі.

3. Жылжымайтын топса.

Жылжымайтын топса денеге тек A нүктесіне қатысты айналуына кедергі етпейді. Сондықтан жылжымайтын топсаның реакциясы күштердің әсер ету жазықтығында жатады. Бұл реакцияның түсіп тұрған нүктесі, жатқан жазықтығы белгілі болғанымен бағыты белгісіз. Бірақ ол қалай бағытталса да оны жазықтықта белгілі екі өзара перпендикуляр бағытқа жіктеуге болады. Әдетте жылжымайтын топсаның реакциясын тіреуіш жазықтыққа

перпендикуляр және оның бетіне параллель бағыттарға жіктейді.

4. Қатаң бекітпе.

Қатаң бекітпе дененің барлық қозғалуларын тежейді. Жазықтықта кез келген бағыттағы күштер системасы денені A нүктесіне қатысты айналдыруы және A нүктесімен бірге жылжытуы мүмкін. Сондықтан денені қатаң бекітіп тұрған байланыс M_A моментімен дененің айналуына, ал X_A, Y_A реакцияларымен дененің жылжуына қарсы әсер етеді.

5. Жіп, арқан, шынжыр, салмақсыз стержень.

а) Стержень. Егер қарастырып жатқан мәселеде басқа салмақтарға қарағанда стерженнің салмағын елемеуге болатындай тым аз болса, онда стерженді салмақсыз стержень деп атайды. Мұндай байланыстар тек өздерінің бойымен бағытталған бағытта денеге кедергі болады. Сондықтан олардың реакциясы байланыстардың бойымен бағытталады. Салмақсыз стержень түзу немесе қисық түрде орындалады. Олардың ұшы екі топсамен бекітіледі. Салмақсыз стержень денені жылжымайтын тірекпен жалғастырады. Бұл байланыс денеге түсіп тұрған күштерге байланысты не созылуға, не сығылуға қарсы жұмыс істейді. Сондықтан олардың реакциялары, яғни S_A мен S_B әр стерженнің ұшындағы топсалардан өтеді.

б) Жіптің, арқанның, шынжырдың, тростың реакциялары денеден байланыс ілінген нүктеге қарай бағытталады, өйткені кері бағытта бұл байланыстар дененің қозғалысын шектемейді.

6. Подшипник.

Қатты дененің айналу осінің тіректерін подшипниктер деп атайды. Олар оське перпендикуляр бағытта дененің жылжуын шектейді. Подшипниктің реакциясы айналу осіне перпендикуляр жазықтықта денеге қарсы әсер етеді. Бірақ бұл реакцияның бағыты белгісіз болғандықтан оның орнына X, Y осьтеріне түсірілген проекциялары X_A, Y_A қолданылады. Подшипник айналу осі бойымен дененің қозғалуын шектейді.

7. Подпятник

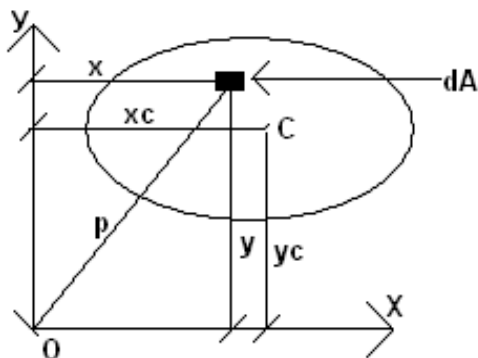
Подпятник айналу осі бойымен дененің ілгерілмелі жылжуын шектейді. Подпятниктің реакциясы кеңістікте кез келген бағытта болуы мүмкін. Сондықтан оның орнына X, Y, Z осьтеріне X_A, Y_A, Z_A проекциялары қолданылады.

8. Сфералық топса.

Сфералық топса қатты денеге бекітілген жалғыз нүкте арқылы айналуына мүмкіншілік береді, бекітілген нүкте әдетте сфералық топсаның центрінен сәйкес алынады. Сфералық топсаның реакциясы R_A осы нүктеден өтеді. R_A - орнына X, Y, Z осьтеріне түсірілген проекциялары, яғни X_A, Y_A, Z_A қолданылады.

II-бөлім. МАТЕРИАЛДАР КЕДЕРГІСІ

5. Геометриялық сипаттамалар



Материалдар кедергісінде беріктік, қатандық және орнықтылық мәселелерін қарастырғанда бізге білік қималарының ауданынан басқа да сипаттамалары қажет болады. Олар қиманың күрделі геометриялық сипаттамалары деп аталады.

Статикалық моменттері. Ауырлық ортасының координаталары.

Фигураның ауданының осьтерге қатысты статикалық моменттері:

$$S_x = \int y dA, \quad S_y = \int x dA \quad (2.1)$$

мұндағы x, y - dA - элементар ауданының X, Y осіне дейін арақашықтығы, интеграл аудан A бойынша алынады (1-сурет). Бұл шаманың өлшем бірлігі, көбінесе см^3 . Бұл шама оң, теріс таңбалы және нөлге тең болуы мүмкін.

Бұл шамаға мынандай теңдеу жазуға болады:

$$(2.2) \quad \text{1-сурет} \quad S_x = \int y dA = A \cdot y_c, \quad S_y = \int x dA = A \cdot x_c$$

мұндағы A - фигураның толық ауданы, x_c, y_c - фигураның ауырлық ортасының X, Y осіндегі координаталары.

Осы формуладан ауырлық ортасының координаталары анықталады:

$$(2.3) \quad x_c = \frac{S_y}{A}; \quad y_c = \frac{S_x}{A}$$

Осы формулалардан мынандай ереже алынады:

Егер X және Y осьтері фигураның ауырлық орталықтарынан өтсе, онда ол осы осьтерге қатысты статикалық моменттер нөлге тең. Бұл осьтерді орталық осьтер деп атайды.

Қиманың белгілі бір оське қарағандағы статикалық моменттері сол фигураны құрайтын қарапайым фигуралардың статикалық моменттерінің қосындысына тең (егер фигура бөлектерге жіктелсе).

Қиманың остік, полярлық және ортадан тепкіш инерция моменттері.

Берілген қиманың кез келген X, Y осьтеріне қатысты остік инерция моменттері деп төмендегі интегралдармен анықталатын геометриялық сипаттамаларын айтады (1-сурет)

$$(2.4) \quad J_x = \int y^2 dA, \quad J_y = \int x^2 dA$$

мұндағы x, y - dA - элементар аудан мен X, Y остерінен арақашықтықтары.

Берілген қиманың полюс деп аталатын кез келген нүктеге қатысты полярлық инерция моменті деп төмендегі интегралмен анықталатын геометриялық сипаттаманы айтады:

$$J_p = \int \rho^2 dA \quad (2.5)$$

мұндағы ρ - dA элементар ауданнан O полюсінің арақашықтығы. (1-сурет). Бұл шамалар формулаларынан көрініп тұрғандай тек оң таңбалы болады.

Берілген қиманың кез келген өзара перпендикуляр X, Y осьтерге қатысты центрден тепкіш инерция моменті:

$$J_{xy} = \int xy dA \quad (2.6)$$

Центрден тепкіш инерция моментінің таңбасы оң, теріс, кей жағдайларда нөлге тең болуы мүмкін. Инерция моменттерінің өлшем бірлігі - $см^3$.

Бұл шаманың мынандай қасиеттері бар:

1. Егер өзара перпендикуляр осьтер немесе олардың біреуі фигураның симметрия осьтері болса, онда ондай осьтерге қатысты центрден тепкіш инерция моменттері нөлге тең.

2. Бір біріне перпендикуляр осьтерге қатысты осьтік инерция моменттері осы осьтер қиылысатын нүктеге қатысты полярлық инерция моментіне тең:

$$J_p = J_x + J_y \quad (2.7)$$

Параллель осьтерге қатысты инерция моменттерінің арасынағы тәуелділік.

X_0 және X_1 осьтері параллель және X_0 центрлік ось болсын. Оған қатысты инерция моменті $-J_{x0}$ белгілі болсын. Координата: $Y_1 = a + y$. Сонда:

$$J_{x1} = \int (a+y)^2 dA = a^2 \int dA + 2a \int y dA + \int y^2 dA = J_{x0} + a^2 A \quad (2.8)$$

мұндағы $a^2 \int dA = a^2 A$,

$2a \int y dA = 0$, себебі, орталық оське қатысты статикалық моменті,
 $\int y^2 dA = J_{x0}$.

Жалпы жағдайда күрделі фигуралардың инерция моменттері оларды құрайтын қарапайым фигуралардың инерция моменттерінің қосындысына тең

Бұрылған осьтерге қатысты инерция моменттерінің арасынағы тәуелділік.

X, Y -ке қатысты инерция моменттері белгілі. X, Y осьтеріне қарағанда a бұрышына бұрылған X_1, Y_1 осьтеріне қатысты инерция моменттерінің арасындағы тәуелділік:

$$J_{x1} = J_x \cos^2 a + J_y \sin^2 a - 2 J_{xy} \sin a \cos a \quad (2.9)$$

$$J_{y1} = J_x \sin^2 a + J_y \cos^2 a + 2 J_{xy} \sin a \cos a \quad (2.10)$$

$$J_{x1y1} = (J_x \sin 2a) / 2 - (J_y \sin 2a) / 2 + J_{xy} \cos 2a \quad (2.11)$$

Инерцияның бас осьтері және бас моменттері.

Инерция моменттерінің мәндері тек a бұрышына тәуелді екенін байқаймыз. Яғни, инерция моменттерінің экстремальды мәндеріне сәйкес келетін a бұрышын табуға болады.

$$\operatorname{tg} 2a_0 = \frac{2J_{y_0z_0}}{J_{z_0} - J_{e_0}} \quad (2.12)$$

Алынған формула бойынша a_0 – бұрышының екі мәні бар: бірі a_0 , 2-сі – $a_0 + 90^\circ$, демек инерция моменттерінің экстремальды мәні тек қана өзара перпендикуляр екі оське қатысты болады екен. Бұл осьтерді бас осьтер, ал оларға қатысты осьтік инерция моменттерін бас инерция моменттері деп айтылады. Осы бас осьтерге қатысты центрден тепкіш инерция моменттері нөлге тең.

Енді a -ның a_0 мәнін қойып бас инерция моменттерін анықтаймыз:

$$J_{max, min} = \frac{1}{2} (J_{x1} + J_{y1}) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(J_x - J_y)^2 + 4J_{xy}^2} \quad (2.13)$$

6. Материалдар кедергісінің негізгі гипотезалары.

Материалдар кедергісі курсыңда конструкция элементтерінің беріктігін, қатандығын және төзімділігін есептеу үшін конструкцияның қимасындағы пайда болатын кернеулер мен деформацияларды есептеп шығаруымыз керек, оны оңай және ыңғайлы түрде шешу үшін төмендегідей негізгі гипотезалар (болжамдар) қолданылады:

Кез келген дене есептелгенде үздіксіз тұтас орта және оның материалдары біртекті, серпімді, изотропты деп санаймыз.

Қарастыратын дененің кез келген жерінен бөлініп алынған кішкене элементтің қасиеті сол дененің де қасиеті болып табылады.

Гук заңы: Белгілі бір жағдайда материалдар толық серпімділік қасиетіне ие болады және осы материалдар үшін күш пен деформация бір-біріне тура байланысты болады.

Күш әсерінің тәуелсіздігі туралы (суперпозициясы) принципі: денеге әсер ететін күштер жүйесінің әсерінің нәтижесі жеке күштердің әсерлерінің нәтижелерінің қосындысына тең.

Бернулли немесе жазық қималар болжамы: егер дененің көлденең қималары деформацияға дейін жазық және параллель болса, онда деформациядан кейін де жазық және параллель күйінде қалады.

Сен-Венан принципі: конструкция элементіне түскен сыртқы күштен жеткілікті қашықтықта пайда болатын кернеу сол сыртқы күштің түсірілу әдісіне байланысты емес.

Сыртқы күштер және олардың түрлері.

Барлық сыртқы күштерді негізгі сипаттамаларына қарай бірнеше түрге ажыратуға болады.

1. Күш түскен жердің ауданына байланысты екіге бөлінеді: қадалған және таратылған (тармақталған). Күш өлшемімен салыстырғанда өте шағын бетке түсетін күш - қадалған күш деп аталады. Таратылған күштер деп жайылап иемесе сол ауданның көпшілік бөлігіне тарап әсер ететін күштерді айтамыз. Олар көлемдік және беттік болып екіге бөлінеді.

2. Күш шамасын уақытқа қатысты өзгеруіне байланысты да негізгі екі түрге бөлуге болады: тұрақты күш және айнымалы күш. Тұрақты күш деп мөлшері мен бағыты өзгермейтін күшті атады. Егер денеге түскен күштердің шамасы немесе бағыты уақытқа байланысты өзгеріп отырса, ондай күшті ді айнымалы күштер деп атаймыз.

Айнымалы күштер өздерінің шамасы мен бағытының өзгеруіне байланысты циклдері тұрақты және тұрақсыз болып бөлінеді. Циклді тұрақты айнымалы күштерге: пульсирлік симметриялық және ассиметриялық циклмен өзгертін күштер жатады.

3. Күштерді әсер ету уақытына байланысты: тұрақты күш және уақытша әсер ететін күш деп бөлуге болады. Әсер ету уақыты тіптен аз болған жағдайда ондай күшті соққы күші ретінде қарастырады.

4. Әсер ету жылдамдығына қарай күш статикалық және динамикалық күштер деп бөлінеді.

Ішкі күштер. Қима әдісі.

Сыртқы күш әсерінен дене деформацияланады, сондықтан дененің ішкі бөлшектерінің арасында өзара әсерлер - ішкі күштер пайда болады. Оларды қима әдісімен анықтаймыз.

Ол үшін мынадай операциялар орындалады:

1. Берілген денені ойша жазықтықпен бөлікке бөлеміз;
2. Бір бөлігін алып тастаймыз, екіншісін қалдырамыз;
3. Алынып тасталған бөліктің әсерін қалдырылған бөлік үшін ішкі күштермен алмастырамыз;
4. Қалдырылған бөлікке арнап тепе-теңдік теңдеуін құрамыз, сол теңдеулерден белгісіз ішкі күштерді анықтаймыз.

Кернеу және оның түрлері

Ішкі күштер дененің бір бөлігінен екінші бөлігіне көлденең қима арқылы үздіксіз таралады. Ішкі күштер жиынтығы ΔP –ның өте кішкентай ΔA ауданына қатынасы ауданның орта кернеуі деп аталады.

$$p_{op} = \lim \frac{\Delta P}{\Delta A} \quad (2.14)$$

Аудан ΔA нөлге жуықтағанда, бұл қатынас нүктенің толық кернеуін, яғни бірлік аудандағы ішкі күштің қарқындылығын сипаттайды. Толық кернеуді екі құраушыға жіктейміз: көлденең қимаға перпендикуляр σ –тік кернеу және оған параллель τ -жанама кернеу.

Деформация және оның түрлері

Сыртқы күш әсерінен дененің сыртқы пішіні мен өлшемдерінің өзгерісі деформация деп аталады. Сыртқы күштердің брустарға әсер етуіне байланысты, әртүрлі деформация пайда болады. Олардың қарапайым негізгі төрт түрі болады: созылу – сығылу; ығысу; бұралу; иілу

Күрделі деформация түрлері екі немесе бірнеше қарапайым деформациялар-дың бір мезгілде қатар пайда болуынан шығады.

7. Статикалық анықталған жүйелердегі созылу мен сығылу

Созылу-сығылу кезінде тік біліктің осімен бағытталған сыртқы күш әсер етеді, сондықтан көлденең қимада сыртқы күшке қарсы ішкі күш - бойлық күш (N) пайда болады, оны қима әдісімен анықтаймыз.

Оның шартты таңбалары: созатын күшті оң (+), сығатын күшті теріс (-) таңбамен аламыз. Бойлық күштің білік ұзындығындағы өзгеру графигі тұрғызылады, оны бойлық күш эпюрасы деп атайды.

Созылу–сығылу кезінде көлденең қимада тік кернеу пайда болады, ол былайша анықталады:

$$\sigma = \frac{N}{A} \quad (2.15)$$

мұндағы N -бойлық күш, A -көлденең қима ауданы.

(2.15) формуласынан тік кернеудің мәндері анықталып, білік ұзындығындағы кернеудің өзгеру графигін - эпюрасын тұрғызамыз.

Созылу-сығылу кезіндегі деформациялар. Гук заңы.

Созылу-сығылу кезіндегі Гук заңы:

$$\sigma = E \varepsilon \quad (2.16)$$

мұндағы $\varepsilon = \Delta l / l$ -салыстырмалы деформация, E - серпімділіктің 1-ші тұрақтысы немесе Юнг модулы.

Созылу-сығылу кезінде бойлық (ұзындық) өзгеріс пен көлденең қима деформациясы біріне кері байланысты, ол байланыс мына түрде жазылады:

$$\varepsilon = -\mu \varepsilon' \quad (2.17)$$

мұндағы ε -салыстырмалы ұзындық деформациясы, ε' -салыстырмалы көлденең қима деформациясы, μ -Пуассон тұрақтысы, материалдың серпімділігіне байланысты тұрақты шама.

σ және ε өрнектерін Гук заңына қойып түрлендіреміз. Одан- Δl -ді табамыз:

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} \quad (2.18)$$

Бұл формула абсолютті ұзару үшін Гук заңы деп аталады. Бойлық күш сияқты, абсолютті ұзару мәндерінің білік ұзындығындағы өзгеру графигін - деформация эпюраларын тұрғызамыз.

Созылу-сығылу кезіндегі күш жұмысы және деформацияның потенциалдық энергиясы.

Деформация серпімді болғанда істелетін жұмыс:

$$A = \frac{P\Delta l}{2} = \frac{P^2 l}{2EA} \quad (2.19)$$

Бұл деформацияда потенциалдық энергия энергияның сақталу заңы бойынша:

$$A = \Pi = \frac{N^2 l}{2EA} \quad (2.20)$$

Меншікті потенциалдық энергия:

$$u = \frac{\dot{l}}{V} = \frac{\sigma^2}{2E} \quad (2.21)$$

Созылу-сығылу кезіндегі беріктік шарты және беріктік есептері.

Созылу-сығылу кезіндегі беріктіктің шарты:

$$\sigma_{max} = \frac{N}{A} \leq [\sigma] \quad (2.22)$$

мұндағы $[\sigma]$ – мүмкін тік кернеу.

Осы шарттан шығатын беріктіктің 3 есебін қарастырамыз:

1. Тексеру есебі: (2.22) шартын қолданып, беріктігін тексереміз. Ол үшін формуладан $\sigma_{max} = \frac{N}{A}$ анықтап, оны $[\sigma]$ -пен салыстырмыз.

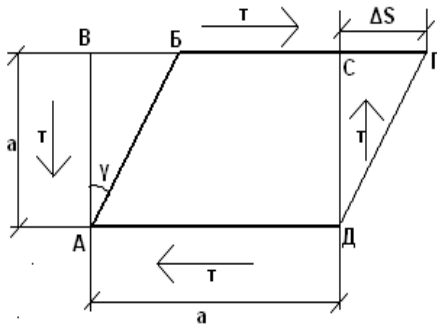
2. Жобалау есебі: беріктіктің шартынан брустың көлденең қима ауданын және өлшемдерін таңдай аламыз:

$$A \geq \frac{N}{[\sigma]} \quad (2.23)$$

3. Біліктің күш көтеру қабілетін анықтау: беріктіктің шартынан жүк көтеру қабілетін теңсіздік арқылы табамыз:

$$N \leq A[\sigma] \quad (2.24)$$

8. Ығысу



Егер стерженнің көлденең қималарында ішкі күштерден тек қана көлденең күш пайда болса, деформацияның ондай түрін ығысу деп айтады. Бұл кезде қимада тек жанама кернеулер әсер етеді.

Деформацияға дейін тік бұрышты төртбұрыштық ABCD ығысу деформациясынан кейін ABGD (AD жағын бекітілген деп есептейміз). $CG = \Delta S$ шамасын абсолюттік ығысу

дейді (2-сурет). Ал $\Delta S/a = \text{tg} \gamma$ шамасын ығысу кезіндегі салыстырмалы ығысу дейді. Деформация өте аз болғандықтан былайша жуықтаса болады $\text{tg} \gamma \approx \gamma$. Осы бұрышты ығысу бұрышы деп айтады.

Ығысу кезінде сыртқы күштің белгілі бір мәніне дейін кернеулер мен деформация арасында Гук заңы орындалады:

$$\gamma = \frac{\tau}{G} \quad \text{немесе} \quad \tau = \gamma G \quad (2.25)$$

мұндағы G – тұрақты шама, ығысу модулі немесе серпімділік модулінің 2-ші түрі. Ол материалдың ығысуға қарсыласу қабілетін сипаттайды.

Ығысу бұрышы γ - білсек абсолюттік ығысуды таба аламыз:

$$\Delta S = \gamma a = \frac{Qa}{GA} \quad (2.26)$$

2-сурет.

мұндағы Q - BC жағы бойынша әсер етуші күш,
A- сол жақтың ауданы.

Ығысу деформациясының потенциалдық энергия.

Ығысу кезіндегі потенциалдық энергия:

$$\Pi = \frac{Q^2 a}{2GA} \quad (2.27)$$

Меншікті потенциалдық энергия:

$$U = \frac{\dot{I}}{V} = \frac{Q^2 a}{2GA} = \frac{\tau^2}{2G} \quad (2.28)$$

Басқаша ол энергияны бас кернеулердің жұмысы ретінде есептеп тапсақ болады. Таза ығысу жазық кернеулі күй болғандықтан $\sigma_2 = 0$:

$$U = \frac{1}{2E} (\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - 2\mu \sigma_1 \sigma_3) \quad (2.29)$$

Ығысу кезінде бас кернеулер тең $\sigma_1 = \tau$, $\sigma_3 = -\tau$, сондықтан

$$U = \frac{\tau^2(1+\mu)}{2E} \quad (2.30)$$

Бұдан:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (2.31)$$

Ығысуға практикалық есептеулер.

Ығысуға есептеудің мысалдары заклепкалы, болтты, пісіріп қосуларды есептеу болып табылады. Бұл қосуларда қиылуы денелерді қосушы элементтің (болттың) көлденең қимасы бойынша қиылуы негізінде болады (3-сурет).

Заклепкалы қосулардағы қиюшы күштер:

$$Q = \frac{P}{n} \quad (2.32)$$

мұндағы Q – қиюшы күш, P – қосуға әсер етуші сыртқы күш, n – заклепка саны.

Заклепкалардың қиылатын жазықтықтарында тек жанама кернеулер әсер етеді. Бұл жанама кернеулер былайша анықталады:

$$\tau = \frac{P}{nA} \quad (2.33)$$

мұндағы $A = (\pi d^2)/4$ – заклепка қимасының ауданы.

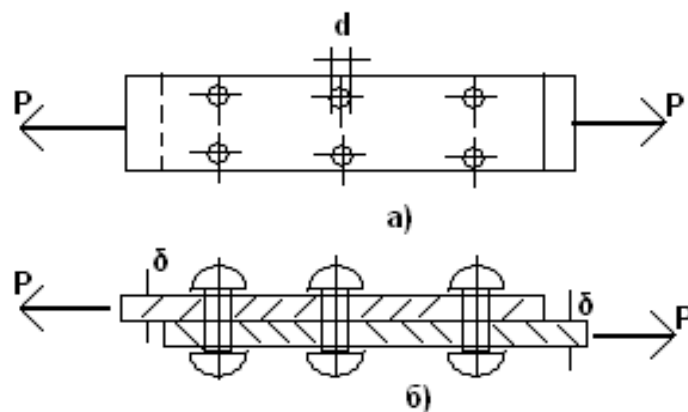
(2.33) формуласын қолданып жазамыз:

$$\tau = \frac{Q}{A} \quad (2.34)$$

Сонда заклепкалардың қиылуға беріктік шарты:

$$\tau_{\max} = \frac{P}{nA} = \frac{Q}{A} \leq [\tau_{\text{кию}}] \quad (2.35)$$

мұндағы $[\tau_{\text{кию}}]$ – мүмкін жанама кернеу.



3-сурет.

Жанама кернеулер ығысу кезінде тек қиылу аудандары ВС және АД –да, жанама кернеулердің жұптар заңы бойынша олар АВ және СД аудандарыда да әсер етеді. Ал болттың көлбеу қималарында жанама кернеу де, тік кернеу де әсер етеді. Максимал тік кернеулер бас аудандарда әсер етеді. Бас аудандар қию бағытына $\psi_0 = 45^0$ -пен бағытталған.

Бас кернеулер:

$$\sigma_{\min}^{\max} = \pm \tau \quad (2.36)$$

Қиылуға есептеумен қатар, заклепкалы қосуларды жаншылуға есептейді. Яғни, қосылатын жұқа темірлерінің және заклепканың жанасу аудандарында жаншылу кернеулерін тексереді. Бір заклепканың жаншылу ауданы - $A_{ж} = d\delta$.

Жаншылуға беріктік шарты:

$$\sigma_{ж\ max} = \frac{P}{n' A_{е}} = \frac{Q}{A_{е}} \leq [\sigma_{ж}] \quad (2.37)$$

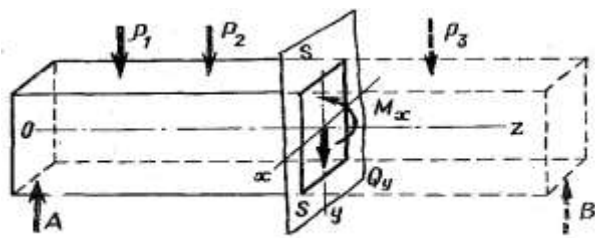
мұндағы n' - заклепка саны, $[\sigma_{ж}]$ – жаншылуға мүмкін кернеу.

9. Иілу

Көп жағдайларда брус көлденең күштің әсеріне ұшырайды. Оның әсер ету жазықтығы арқалықтың күш әсерінен иілетін осі арқылы өтеді. Деформацияның бұл түрі иілу деп аталады. Иілген арқалықты қарастырайық: иілу деформациясы кезінде бір талшықтар созылуға, басқалары сығылуға ұшырайды. Бұл жағдайда төменгі талшықтар ұзарады, ал жоғарғы талшықтар қысқарады. Июші мен көлденең күштер төменгі таңбалар ережесін қабылдаймыз: егер қиманың сол жағына түсірілген сыртқы күштер төменнен жоғары қарай, ал оң жағында жоғарыдан төмен қарай бағытталса, ол қимадағы көлденең күш оң таңбалы болады. Кері ағдайда көлденең күш теріс таңбалы.

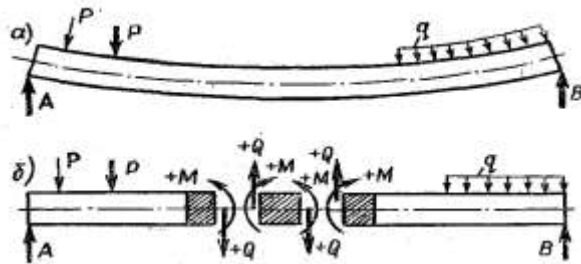
Егер қиманы сол жағына түсірілген сыртқы күштердің қосынды моменттері сағат тілімен бағыттас, ал оң жағында сағат тіліне қарсы болса (егер төменгі талшықтарды созса) қимадағы июші момент оң таңбалы деп саналады.

Кері жағдайда июші момент теріс таңбалы. Момент эпюрының оң



ординатасын осьтен жоғары қарай, яғни сызылған талшыққа салады.

Күш әсерінен иілу кезінде арқалық осіне перпендикуляр жазықтықта жатқан күш жұбы түсірілгенде байқалады. Күштерді түсіру брусты бекіту тәсілдеріне байланысты иілу әр түрлі болуы мүмкін.



Егер июші момент қимаға әсер ететін жалғыз ғана күш әсері болса, онда иілу *таза иілу* деп аталады. Бұл жағдай иілу кезінде арқалықтардың кернеулері мен деформацияларын зерттеуді таза иілуден бастайды. Егер көлденең

қимада июші моментпен қатар көлденең күштер пайда болса, онда көлденең иілу ұғымы ендіріледі.

Иілу кезіндегі ішкі күштер M, Q және q арасындағы дифференциалдық тәуелділіктер. Кез келген көлденең қималарда ішкі әсерлерді анықтау үшін қима әдісін пайдаланамыз. 4-суретте S-S жазықтықпен қиылған арқалық көрсетілген. Оң бөліктің сол бөлікке ететін әсері Q_y көлденең күшпен және M_x июші моментпен ауыстырылып үзік сызықпен бейнеленген. Тік күш нөлге тең болады, оны дәлелдеу оңай. Ол үшін барлық күштерді арқалықтың қиылған сол бөлігіне әсер ететін, Oz осіне проекциялық жеткілікті. Сонда барлық сыртқы күштер нөлге тең, ішкі күштердің бас векторы бас векторы арқалық осін тік бұрышпен қиюы қажет. Июші момент, көлденең күш және q сыртқы күштердің қарқындылығы өзара белгілі тәуелділікте болады.

Белгілі заңмен таралушы күш әсер ететін арқалықтан (4,а-сурет) ұзындығы dx элементті аламыз. Элементтің екі тепе-теңдік теңдеуін құрамыз:

$$\begin{aligned} \sum m_o &= M_x - (M + dM_x) + Q dx - 1/2 dQ_y dx = 0; \\ \sum Y &= q dx + Q - (Q + dQ) = 0 \end{aligned}$$

Қарапайым түрлендіруден кейін жоғарыдағы теңдеулерден:

$$\frac{dM_x}{dx} = Q \quad (2.38)$$

4-сурет.

Июші моменттің x бойынша алынған бірінші туындысы қимадағы көлденең күшке, ал екінші туынды қимадағы таралған күштердің қарқындылығына тең немесе көлденең күштің x абсцисса бойынша алынған бірінші туынды сол қимадағы таралған күштің қарқындылығына тең.

$$\frac{d^2 M_x}{dx^2} = q \text{ немесе } \frac{dQ}{dx} = q \quad (2.39)$$

Моменттер мен көлденең күштердің эпюрлерін салудың дұрыстығын (2.38) және (2.39) тәуелдіктерімен тексереді.

Июші моменттер мен көлденең күштердің эпюрлерін салу ережелері.

Арқалықтардың иілуін есептеу үшін ең үлкен M_x июші моменттің шамасын және ол пайда болатын қиманың қалпын білу қажет. Сонымен бірге ең үлкен көлденең күшті де білген жөн. Осыған байланысты M_x пен Q_y -тің арқалық ұзындығына өзгерту заңдылығын-моменттер мен көлденең күштердің эпюрлерін салады. Аталған эпюрлер бойынша моменттер мен көлденең күштердің қай тұста максимал мәндері болатындығын оңай анықтауға болады. Кез келген көлденең қималарда M_x пен Q_y анықтау үшін қима әдісін пайдаланамыз.

Тікелей қималар әдісі мен q , Q_y мен M_x арасындағы дифференциалдық тәуелділіктен (2.30-2.31) туындайтын көлденең күштер мен июші моменттердің эпюрлерін салу ережелері:

1) учаскеде таралған күш болмаса, көлденең күш тұрақты, ал июші момент сызықтық заңдылықпен өзгереді.

2) учаскеде бірдей таралған күш болса, көлденең күш сызықтық заңдылықпен, ал июші момент квадраттық парабола заңдылығымен өзгереді. Бұл жағдайда парабола таралған күшке дөңес жағымен бағытталады.

3) учаскеде сызықтық заңдылықпен өзгереді таралған күш болса (күш эпюрі – үшбұрыш), көлденең күш квадраттық парабола заңдылығымен өзгереді.

4) көлденең күш нөлге тең болатын қимада, июші момент экстремаль мәнге (максимал не минимал) ие болады.

5) қимаға элемент осіне перпендикуляр сыртқы қадалған күш түсірілсе, Q эпюрі күш шамасына сәйкес өседі, ал M эпюрі сынуды тудырады (эпюрлердің аралас учаскелерінде баяу жанасу болмайды);

6) қимаға сыртқы қадалған момент түсірілсе, M эпюрі сол момент шамасына өседі, ал Q эпюрінде бұл байқалмайды;

7) арқалықтың ұштарындағы қималарда көлденең күш пен июші момент сол қимаға түсірілген сыртқы қадалған (активті не реактивті) сәйкес тең;

8) таралған күш басталатын не аяқталайын қималарда (қимаға қадалған күш түсірілмеуі керек), июші моменттердің эпюрінде сыну болмайды (бұл нүкте де парабола мен түзудің ортақ жанамасы болады).

10. Орнықтылық.

Құрылымдардың немесе оның элементтерінің орнықтылығын қарастырайық. Инженерлік объектілерге күштерден басқа, белгілі тепе-теңдік күйінен не қозғалысынан шығаруға тырысатын қосымша әсер (ұйытқу) етеді.

Егер аз ұйытқу жүйенің есептелген (ұйытқусыз) күйінен шамалы ауытқуын тудырса, онда жүйе орнықты болады. Керісінше аз ұйытқу жүйенің есептелген күйінен үлкен ауытқуын тудырса, онда бұл жүйе орнықсыз болады.

Осыған ұқсас құбылыстарды сығылған стерженьнің тепе-теңдігін зерттеу кезінде де байқауға болады. Қайсыбір критикалық (кризистік) мәнінен $P < P_{кр}$

күші сығу күші кезінде сығылған стерженьге аз ұйытқу әсер етпейді. Аз қосымша әсерлер стерженьді тік сызықты күйінен шамалы ғана ауытқытады. Ал $P > P_{кр}$ кезінде сығылған стерженьнің түзу сызықты формасы орнықты емес. Өте аз кездейсоқ әсерлер үлкен ауытқуды тудырады. Ұйытқу әсері тоқталғаннан кейін стержень көлденең әсерден иілген қалпында қалады. Мұндай күйді бойлық иілу деп атайды.

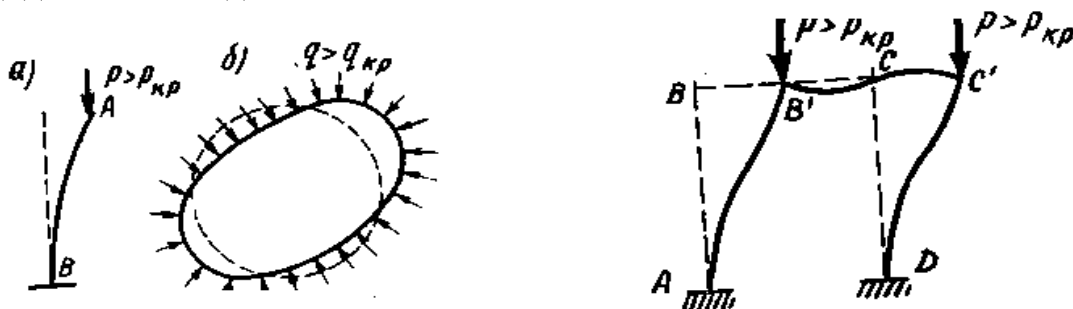
Бойлық иілудің пайда болуы қауіпті, өйткені сығылу күшінің шамалы өсуі кезінде майысу кенет артады. Майысу мен күштер өзара сызықты емес тәуелділікпен байланысты. Майысудың кенет артуы кернеулердің тез өсуін арттырып, олар өз кезегінде деформацияны жылдамдатады да стерженьнің қирауына әкеп соғады. Жіңішке (иілгіш) стерженьдер материал үшін қауіпті деп саналмайтын шағын сығу кернеулері кезінде орнықтылығын жоғалтады. Сонымен, бойлық иілу қауіпті болатындықтан, оны болдырмау қажет. Сығылған стерженьдердің көлденең қимасын таза сығылу кезіндегі беріктік шартынан емес, сығу кернеулері кризистік кернеулерден кіші болу шартынан тағайындау керек:

$$\sigma < \sigma_{кр} = P_{кр} / A.$$

Әр түрлі серпімді жүйелердің орнықтылығын жоғалту жағдайлары қарастырайық (5-сурет). Күш кризистік мәнінен асқанда сығылған стержень майысады. Сығу күші сығылуды және июші моменттерді тудырады. Гидростатикалық қысым осерінен барлық қима центрлік сығылуға ұшырайды. Бірақ қысымның қайсібір мәнінде $P > P_{кр}$ мәнінде сақина дөңгелек пішінді орнықтылығын жоғалтады да, иіліп, эллипске айналады.

Түйіндеріне күш түсірілген рама көрсетілген (5-сурет). Бұл күштер тіреулерде центрлік сығылуды тудырады. Күштер кризистік мәнінен асысымен рама лезде иіліп, оның түйіндері бүйірге жылжиды. Раманың бастапқы тепе-теңдігінің орнықтылығы жоғалады. Енді орнықтылықтың жоғалуының басқа жағдайы қарастырылған. Алдымен, арқалық вертикаль жазықтықта иіледі. Күш кризистік мәнінен асқанда, иілудің жазық формасы орнықсыз болып, горизонталь жазықтықта қосымша иілу және бұралу пайда болады.

Егер жүйеге бір емес, бірнеше күш немесе күрделі күш түсірілсе, онда бір параметр таңдалып барлық күштер жүйесі осы параметрге пропорционал өзгереді деп есептеледі.



5-сурет.

Критикалық күшті Эйлер формуласымен анықтау.

Серпімді жүйелердің тепе-теңдік орнықтылығын зерттеу үшін бірнеше әдістер қолданылады, инженерлік практикада кездесетін есептер Эйлер әдісімен шешіледі.

Эйлер әдісі серпімді жүйенің мүмкін болатын тепе-теңдік формасын тармақтап талдауға негізделеді. Оны центрлік сығылған идеал тік стержень үшін қарастырайық. Аз сығу күшінде стерженьнід тік сызықты формасы ориықты болады. Қайсыбір кризистік мәнінен асатын үлкен күштер кезінде ол орнықсыз, ал қисық сызықты формасы орнықты болады.

Сонымен $P > P_{кр}$ кезінде теориялық тұрғыда тепе-теңдіктің екі түрі болуы мүмкін. Тепе-теңдік формасының тармақталуы басталатын сығу күшінің ең аз мәні *кризистік күш* деп аталады. Демек, кризистік күш кезінде бастапқы түзу сызықты формамен бірге аралас, барынша жақын қисайған түрі болуы мүмкін. Эйлердің анықтауы бойынша кризистік күш деп бағананың ең аз қисаюына қажет күшті айтамыз.

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad \text{немесе} \quad P_{кр} = \frac{\pi^2 EI_{\min}}{(\mu l)^2} \quad (2.40)$$

мұндағы μl -бағананың келтірілген ұзындығы. μ - келтіру коэффициенті, ол стержендердің бекітулеріне байланысты коэффициент.

Бұл формуланы 1744 жылы Леонард Эйлер тұжырымдаған, сондықтан оны Эйлер формуласы деп атайды. Анықталған кризистік күш *Эйлер күші* деп аталады.

Талғаусыз тепе-теңдік күйдегі тік кернеу:

$$\bar{\sigma} = \frac{P_{кр}}{A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \quad (2.41)$$

мұндағы $\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}}$ - стержень майысқақтығы.

Майысқақтық шамасы аз және орташа стерженьдер үшін Ясинский формуласы қолданылады:

$$\bar{\sigma}_{кр} = a - b \lambda \quad (2.42)$$

Орнықтылықта мүмкіндік кернеуі: $\bar{\sigma} = \varphi [\sigma]$ сығылудағы мүмкін кернеуден φ - кеміту коэффициенті арқылы анықталады. λ, φ - шамаларының сандық мәндері материалға сәйкес арнайы кестеде беріледі.

Бақылау тапсырмалары

Тапсырма мағынасы, нұсқаларды таңдау, жұмыстың орындалу реті және есептеулерге жалпы түсініктемелер.

Студенттер курс бойынша 5 бақылау тапсырмасын орындайды (2 есеп-теориялық механика, 3 есеп - материалдар кедергісі бойынша):

Әр есепте 10 сурет және есеп текстісіне қосымша шарттар жазылған кесте

беріледі. Кестенің бірінші бағанасында 0-ден 9-ға дейін шарт номерлері берілген.

Әр тапсырма беттері номерленген бөлек дәптерде орындалады, мұқабасында пән аты, жұмыс номері, студенттің фамилиясымен инициалы, оқу шифры, мамандығы және институты көрсетіледі. Дәптердің бірінші бетінде жұмыс номері, шешілетін есептердің номерлері және бақылау тапсырмаларының шығарылған жылдары жазылады.

Есептің шығарылуы үшін есеп номері көрсетіледі де сызба жасалады. Есептің шарты, берілгені және нені табу керек екені жазылады. Сызба шарттың берілгендерін ескере отырып жасалынады. Барлық бұрыштар, күштер, денелер саны, олардың сызбада орналасуы шартқа сәйкес келуі керек. Сызба көрнекті, ұқыпты орындалуы тиіс, ал өлшемдері оған түсірілген барлық күштерді, жылдамдық және үдеу векторларын анық көрсетуі тиіс, бұл векторлар мен координат осьтерін, сондай-ақ табылған шама өлшемдері міндетті түрде сызбада көрсетіледі. Есептің шығарылу жолына қысқаша түсініктемелер беріп отыру қажет (формулалар, теоремалар, т. б.) және есептелу жолдары ықтиятты түсіндіріліп отырылуы тиіс. Әр бетте ескертпелер үшін жолдар қалдырылады.

Есепті шешуге қолданылатын әдістемелік нұсқаулар әр есеп үшін оның тексті жазылған болғасын, «нұсқаулар» деген айдармен беріледі, содан соң ұқсас есептің шығарылу мысалы беріледі. Мысалдың мақсаты – есептің шығарылу жолын ғана көрсету. Сондықтан кей жағдайларда есеп қысқаша, қарапайымдау беріліп, арасындағы есептеулер берілмейді. Бірақ тапсырманы дайындаған барлық шешу жолдары, формулалар мен есептеулер кезегімен жазылып, түсініктемелер беріліп отырады және соңында есептің жауабы жазылуы тиіс.

1-есеп

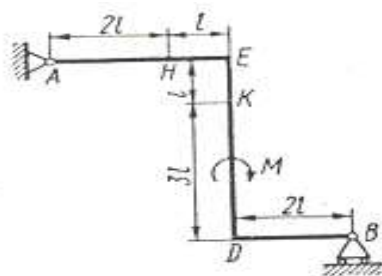
Қатаң рама (6-сурет, 1-кесте) А нүктесінде топсамен, ал В нүктесінде ВВ, салмақсыз стерженьге немесе жылжымалы топсамен бекітілген.

Рамаға моменті $M=100\text{Н}\cdot\text{м}$ тең қос күш және мәндері, бағыттары, түсу нүктелері кестеде берілген екі күш әсер етеді. (Мысалы, 1-шартта рамаға К нүктесіне $F_1=10\text{Н}$ күші 30° бұрыш жасай түседі, және Н нүктесіне $F_4=40\text{Н}$ күші 60° жасай түседі).

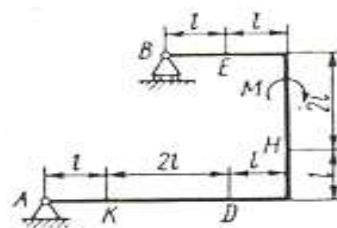
Берілген жүктердің әсерінен пайда болатын А және В нүктелеріндегі байланыстар реакцияларын табыңдар. Есептеу кезінде $l = 0,5$ м деп алу керек.

Нұсқаулар: Есепте жазық күштер жүйесі әсер етіп тұрған дененің тепе-теңдігі қарастырылады. Тепе-теңдік теңдеулерін құрған кезде мына жағдайды есекерген жөн: моменттің теңдеуін реакция күштері көп қиылысатын нүктеге қатысты құрсақ қарапайымдау болады (берілген есепте А нүктесі). F күшінің иінін оңай табу үшін, оны F^I және F^{II} деген құраушыларға жіктеген ыңғайлы. F^I және F^{II} құраушыларын әдетте координат осьтеріне параллель етіп алып, Вариньон теоремасын қолданамыз: сонда $m_0(F) = m_0(F^I) + m_0(F^{II})$.

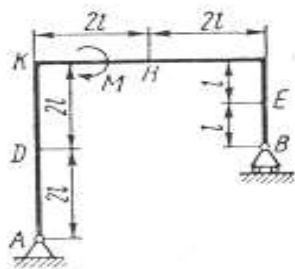
Күш	\vec{F}_1		\vec{F}_2		\vec{F}_3		\vec{F}_4	
	$F_1=10\text{ Н}$	α_1	$F_2=20\text{ Н}$	α_2	$F_3=30\text{ Н}$	α_3	$F_4=40\text{ Н}$	α_4
Шарт реттік саны	Түсу нүктесі	α_1°	Түсу нүктесі	α_2°	Түсу нүктесі	α_3°	Түсу нүктесі	α_4°
0	-	-	D	60	E	45	-	-
1	K	30	-	-	-	-	H	60
2	-	-	H	45	K	30	-	-
3	D	60	-	-	-	-	E	30
4	-	-	K	30	E	60	-	-
5	H	60	-	-	D	30	-	-
6	-	-	E	30	-	-	K	45
7	D	45	-	-	H	60	-	-
8	-	-	H	60	-	-	D	30
9	E	30	-	-	-	-	K	60



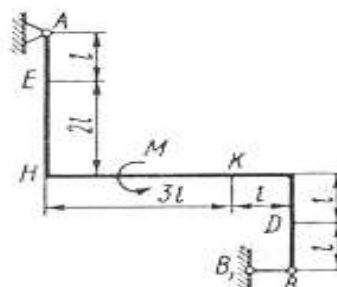
I



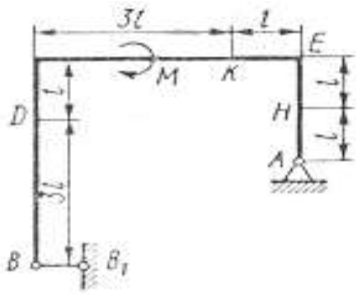
II



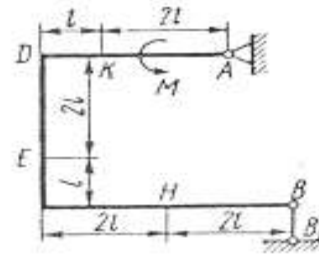
III



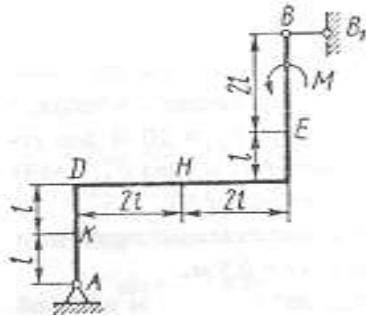
IV



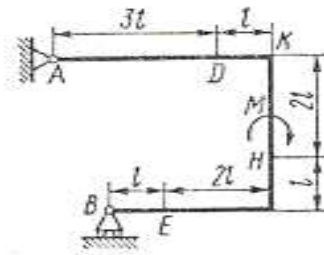
V



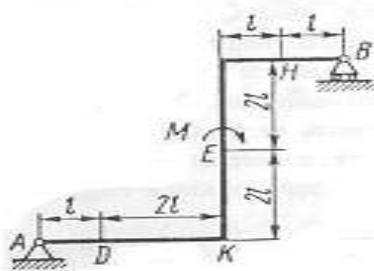
VI



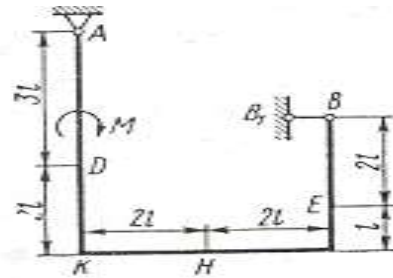
VII



VIII



IX



X

6-сурет.

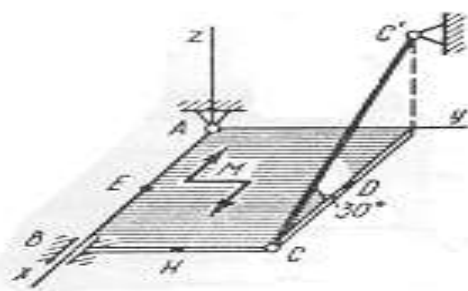
2-есеп

Қабырғаларының өлшемдері $AB=3l$, $BC=2l$ және салмағы $P = 5 \text{ кН}$ біртекті тік бұрышты плита А нүктесінде сфералық шарнирмен, ал В нүктесінде цилиндрлік шарнирмен (подшипникпен) бекітілген және оны CC_1 , салмақсыз стержені тепе-теңдікте ұстап тұр (7-сурет, 2-кесте). Есептеулер кезінде $l = 0,8 \text{ м}$ деп аламыз. Плитаға оның жазықтығында жататын $M = 6 \text{ кН}\cdot\text{м}$ моментті қос күш және екі күш әсер етеді. Бұл күштердің мәндері, бағыттары, түсу нүктелері 2- кестеде көрсетілген; бұл жерде F_1 және F_4 күштері xy жазықтығына параллель жазықтықтарда жатады, F_2 күші – xz жазықтығына параллель жазықтықта, F_3 күші – yz жазықтығына параллель жазықтықта жатады. Күштердің түсу нүктелері (D, E, H) плитаның қабырғаларының ортасында орналасады.

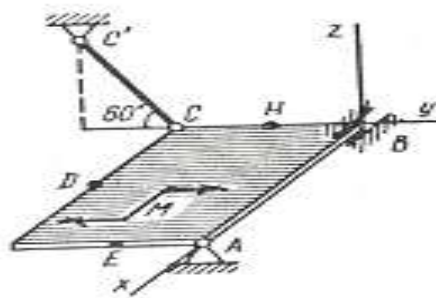
А, В және С нүктелеріндегі байланыстардың реакцияларын анықтау керек.

Күш	$F_1=4 \text{ кН}$		$F_2=6 \text{ кН}$		$F_3=8 \text{ кН}$		$F_4=10 \text{ кН}$	
	Түсу нүктесі	α_1°	Түсу нүктесі	α_2°	Түсу нүктесі	α_3°	Түсу нүктесі	α_4°
0	D	60	-	-	E	0	-	-
1	H	90	D	30	-	-	-	-
2	-	-	E	60	-	-	D	90
3	-	-	-	-	E	30	H	0
4	E	0	-	-	H	60	-	-
5	-	-	D	60	H	0	-	-
6	-	-	H	30	-	-	D	90
7	E	30	H	90	-	-	-	-
8	-	-	-	-	D	0	E	60
9	-	-	E	90	D	30	-	-

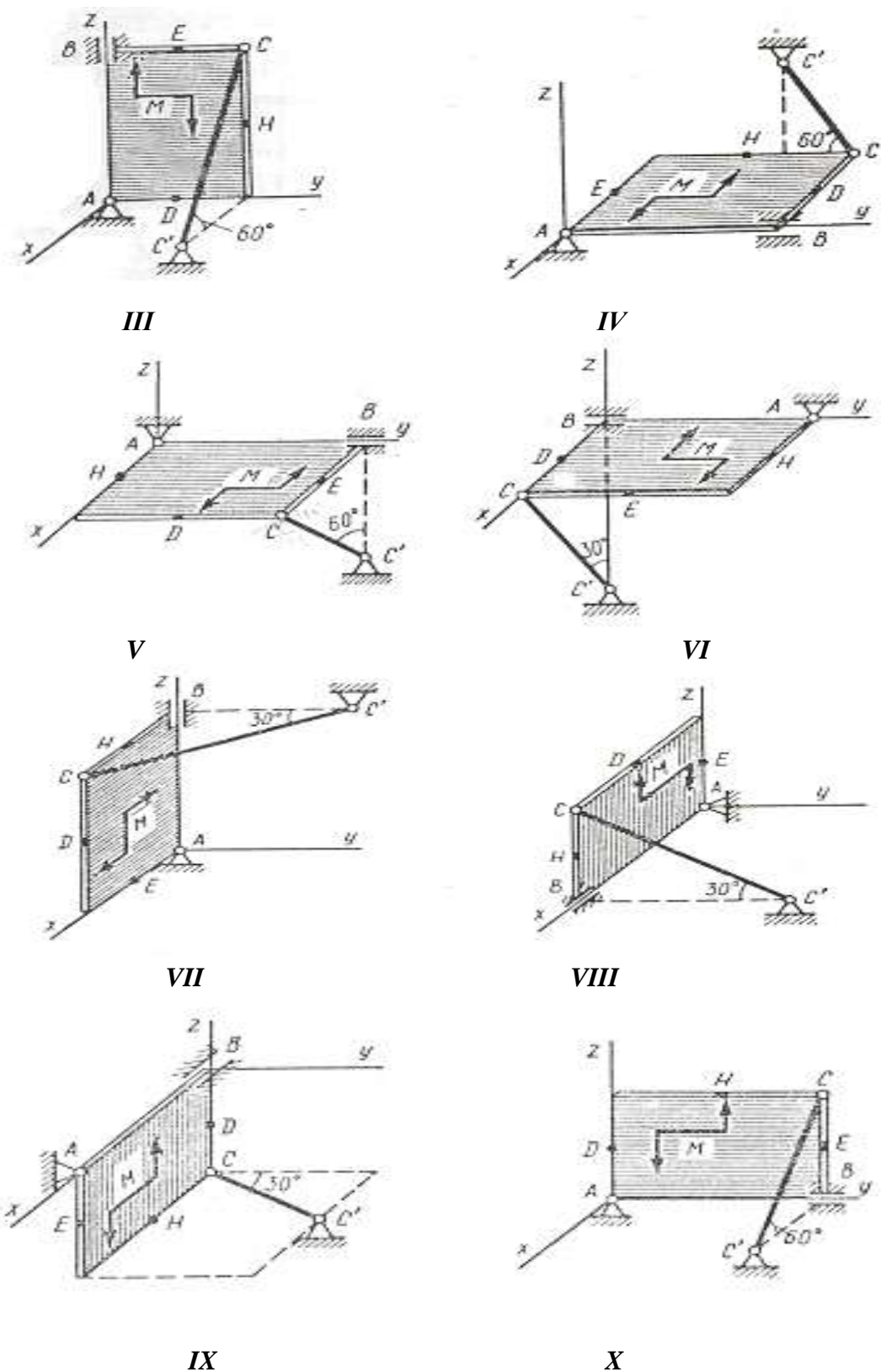
Нұсқаулар: 2 есебі кеңістік күштер жүйесі әсер етіп тұрған дененің тепе-теңдігіне берілген. Оны шешу кезінде сфералық шарнирдің (подпятниктің) реакциясы үш құраушыдан, ал цилиндрлік шарнирдің (подшипниктің) реакциясы екі құраушыдан тұратынын және бұл құраушылар шарнирдің осіне перпендикуляр жазықтықта жататынын ескеру керек. Әдетте F күшінің моментін есептегенде де оны координат осьтеріне параллель екі құраушыға жіктесек, Вариньон теоремасы бойынша мынадай өрнек аламыз: $m_x(F) = m_x(F^I) + m_x(F^{II})$ және т.с.с.



I



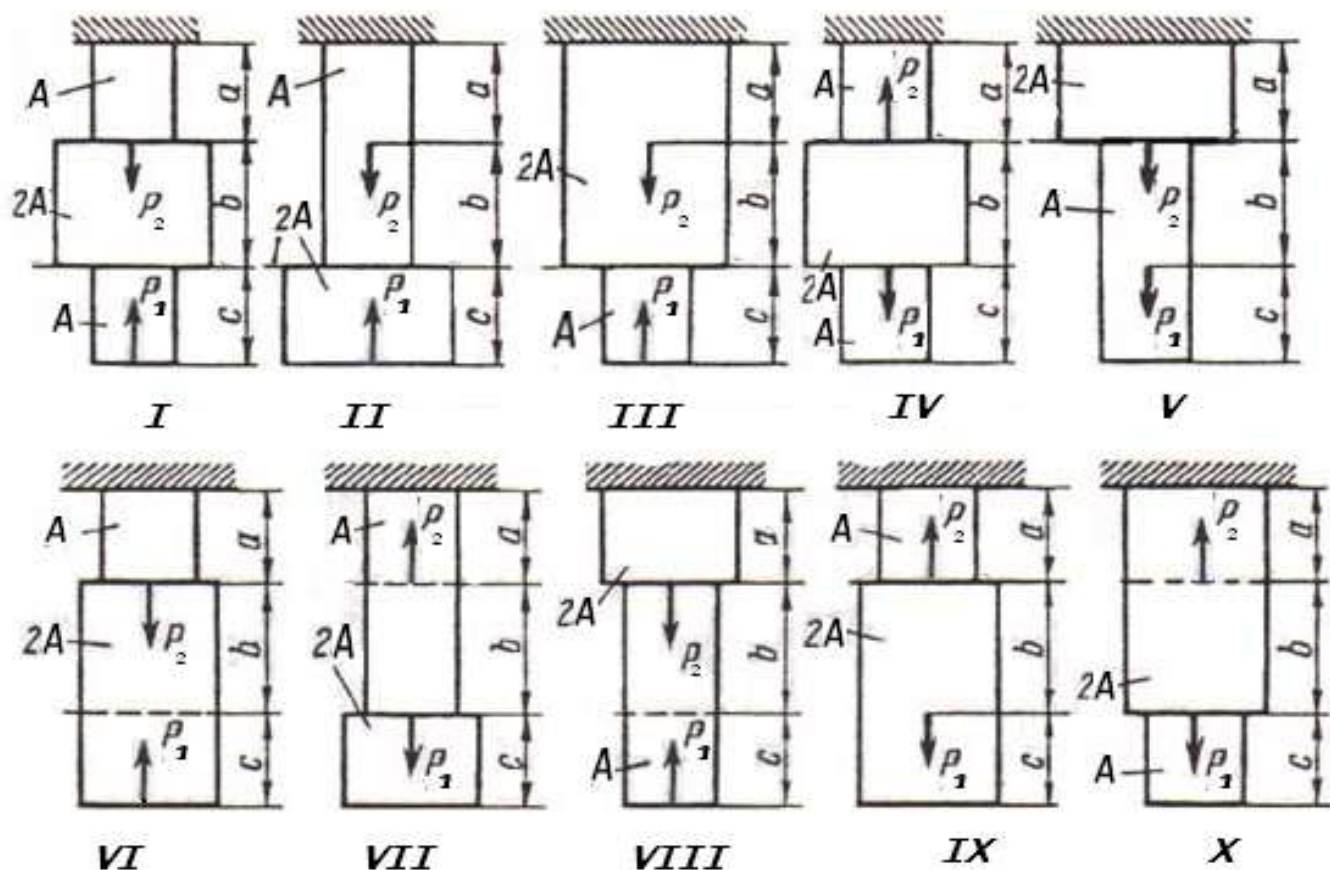
II



7-сурет.

3-есеп

Болаттан ($E=2 \cdot 10^5$ мПа) жасалған сатылы білік (8-сурет, 3-кесте) берілген. Оған бойлық өсінің бойымен сыртқы күштер әсер етеді. Білік үшін бойлық күш, тік кернеу және бойлық орынауыстыру эпюраларын тұрғызу керек.



8-сурет.

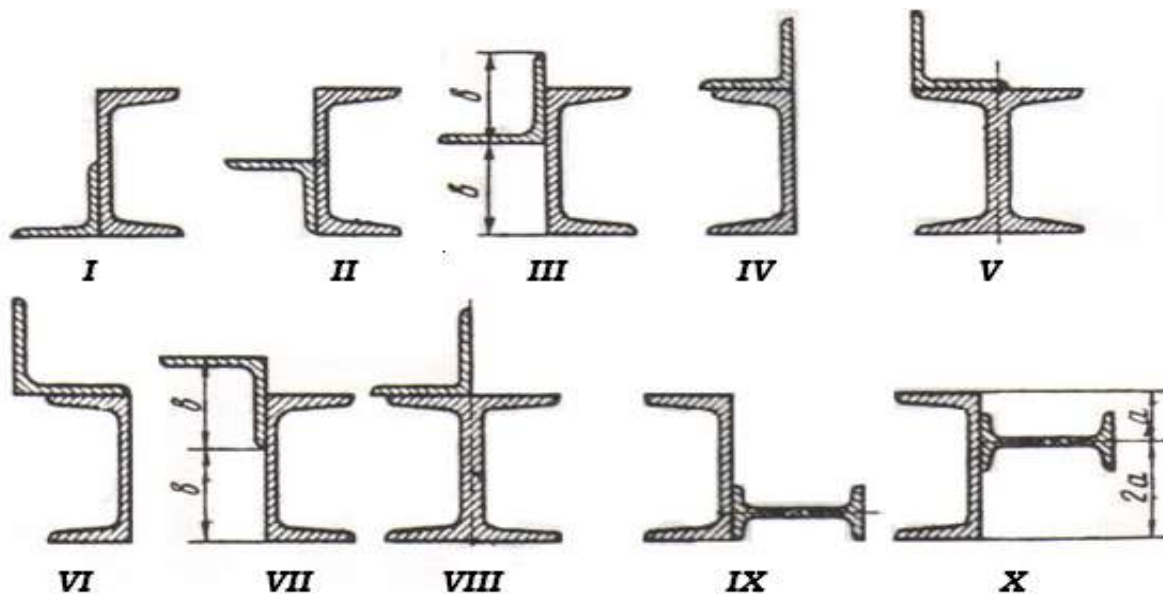
3-кесте

Шарт реттік саны	A, см ²	a	b	c	P ₁ , Н	P ₂ , Н
		m				
0	11	2,1	2,1	1,1	1100	2000
1	12	2,2	2,2	1,2	1200	1900
2	13	2,3	2,3	1,3	1300	1800
3	14	2,4	2,4	1,4	1400	1700
4	15	2,5	2,5	1,5	1500	1100
5	16	2,6	2,6	1,6	1600	1100
6	17	2,7	2,7	1,7	1700	1200
7	18	2,8	2,8	1,8	1800	1300
8	19	2,9	2,9	1,9	1900	1400
9	20	3,0	3,0	2,0	2000	1500

4-есеп

Швеллер мен теңбүйірлі бұрыштық, немесе қоставр мен теңбүйірлі бұрыштық, немесе швеллер мен қоставрдан құрастырылған берілген көлденең қималар үшін табу керек (9-сурет, 4- кесте):

- 1) қиманың ауырлық ортасын;
- 2) ауырлық ортасы арқылы өтетін (x_c, y_c) остерге байланысты остік және центрден тепкіш инерция моменттері;
- 3) бас орта остердің бағыты мен бас орта остерге байланысты инерция моменттері;
- 4) қиманы 1 : 2 масштабымен сызып, өлшемдерін көрсету.



9-сурет.

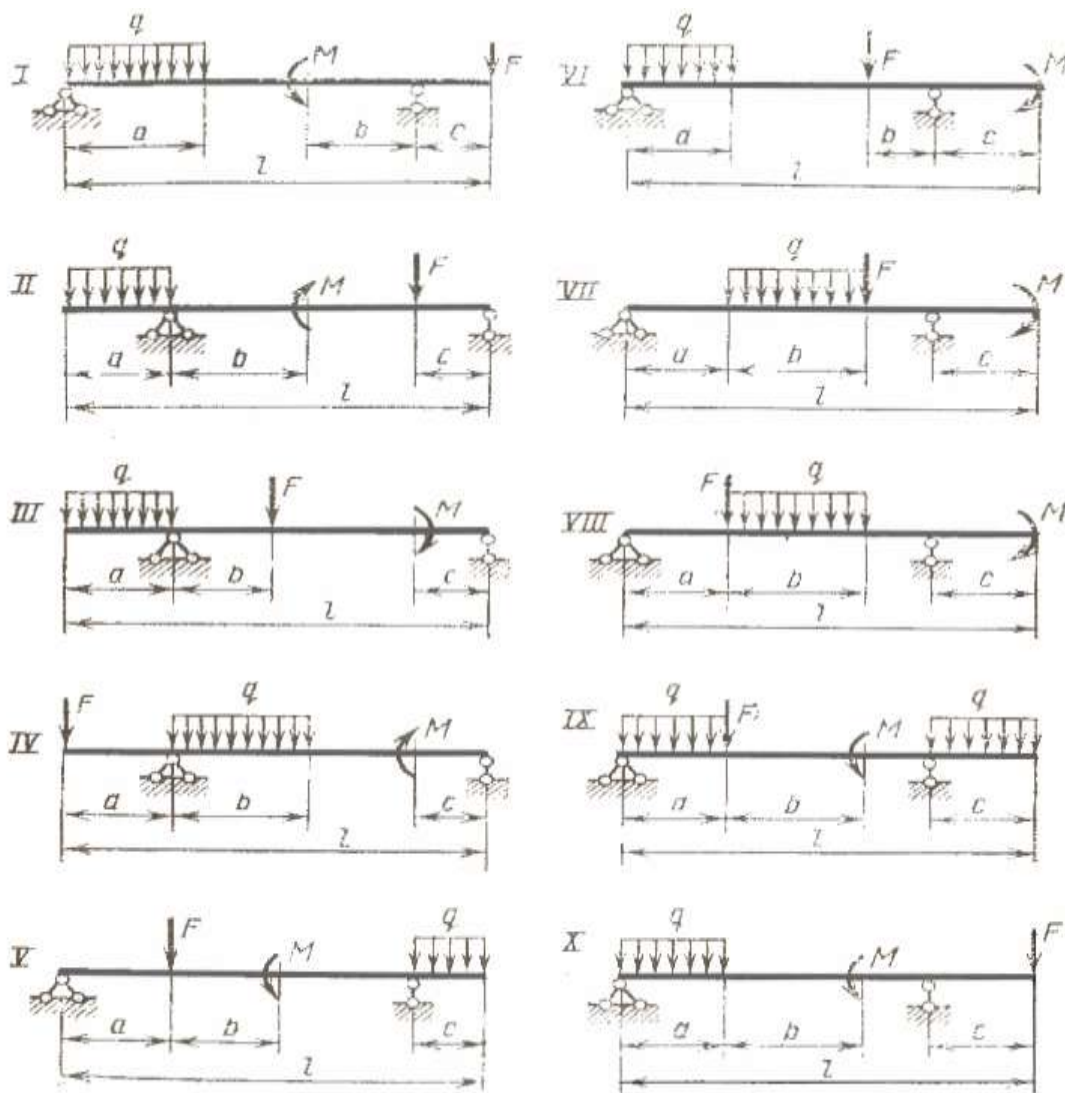
4-кесте

Шарт реттік саны	Швеллер	Тең бүйірлі бұрыштық	Қоставр
0	14	80x80x8	12
1	16	80x80x6	14
2	18	90x90x8	16
3	20	90x90x7	18
4	22	90x90x6	20a
5	24	100x100x8	20
6	27	100x100x10	22a
7	30	100x100x12	22
8	33	125x125x10	24a
9	36	125x125x12	24

5-есеп

Берілген арқалықтың (10-сурет, 5-кесте) әр бөлігі үшін Q және M өрнектерін жазып, олардың эпюрасын тұрғызу, одан M_{\max} -мәнін анықтау және $[\sigma] = 160$ МПа болса, арнаулы кестеден қоставрлы болат арқалықтың нөмірін таңдау керек.

Шарт реттік саны	Арақашықтықтар, м				М, кН*м	Р, кН	q, кН/м
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>l</i>			
0	2,1	3,9	2,1	10	10	11	11
1	2,2	3,8	2,2	10	11	20	12
2	2,3	3,7	2,3	11	3	13	13
3	2,4	3,6	2,4	11	4	14	14
4	2,5	3,5	2,5	12	5	15	15
5	2,6	3,6	2,1	12	6	16	16
6	2,7	3,7	1,2	13	7	17	17
7	2,8	3,8	1,3	13	8	18	18
8	2,9	3,9	1,4	14	9	19	19
9	3,0	4,0	1,5	14	10	20	11



10-сурет.

Бақылау тапсырмаларын шығару үлгілері:

Студент барлық есепті қарастырғанда сурет номерін шифр санының соңғысынан алдындағы санға сәйкес, ал кестедегі шарт номері соңғы санына сәйкес алынады. Мысалы, егер шифр 56 санына аяқталатын болса, онда V-сурет, 6-шартты кестеден алады.

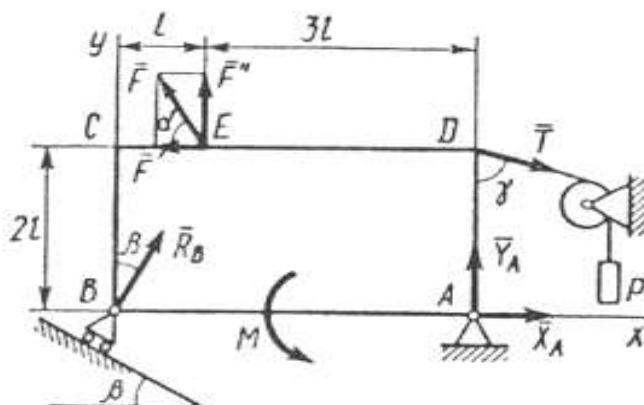
1-мысал:

ABCD қатаң пластинасы (11-сурет) А нүктесінде жылжымайтын топсамен, ал В нүктесінде жылжымалы топсамен бекітілген. Барлық әсер ететін күштер мен өлшемдері суретте көрсетілген.

Берілгені: $F=25 \text{ кН}$, $\alpha=60^\circ$, $P=18 \text{ кН}$, $\gamma=75^\circ$, $M=50 \text{ кН}\cdot\text{м}$, $\beta=30^\circ$, $l=0,5\text{м}$. Әсер етіп тұрған жүктердің нәтижесінде А және В нүктелерінде пайда болатын реакцияларды анықтау керек.

Шешуі: 1. Пластинаның тепе-теңдігін қарастырамыз. ху координат осьтерін жүргіземіз және пластинаға әсер етуші күштерді белгілейміз: F күшін, M моментті қос күшті, тастың тартылу күшін T (модулі бойынша $T=P$) және

байланыстар реакцияларын X_A, Y_A, R_B , (А тірегіндегі жылжымайтын топсаның реакциясын екі құраушыға жіктейміз, В тірегінде жылжымалы топсаның реакциясы тіреуіш жазықтыққа перпендикуляр бағытталады).



11-сурет.

2. Алынған жазық күштер жүйесі үшін үш тепе-теңдік теңдеулерін құрамыз. F күшінің А нүктесіне қатысты моментін есептеу кезінде Вариньон теоремасын қолданамыз, демек F күшін F^I, F^II құраушыларға жіктейміз. ($F^I = F \cos \alpha$, $F^II = F \sin \alpha$) және $m_A(F) = m_A(F^I) + m_A(F^II)$ екенін ескереміз.

Нәтижесінде мынадай теңдеулер аламыз.

$$\begin{aligned} \Sigma F_{kx} = 0, X_A + R_B \sin \beta - F \cos \alpha + T \sin \gamma &= 0, \\ \Sigma F_{ky} = 0, Y_A + R_B \cos \beta + F \sin \alpha - T \cos \gamma &= 0, \\ \Sigma m_A(\bar{F}_k) = 0, M - R_B \cos \beta \cdot 4l + F \cos \alpha \cdot 2l - F \sin \alpha \cdot 3l - T \sin \gamma \cdot 2l &= 0. \end{aligned}$$

Құрылған теңдеулерге берілген шамалардың орындарына сан мәндерін қойып, және осы теңдеулерді шешіп, ізделініп отырған реакцияларды табамыз. Жауабы: $X_A = -8,5 \text{ kH}$, $Y_A = 23,3 \text{ kH}$, $R_B = 7,3 \text{ kH}$. Таңбалар X_A, Y_A күштері суреттегі көрініске қарама-қарсы бағытталадынын көрсетеді.

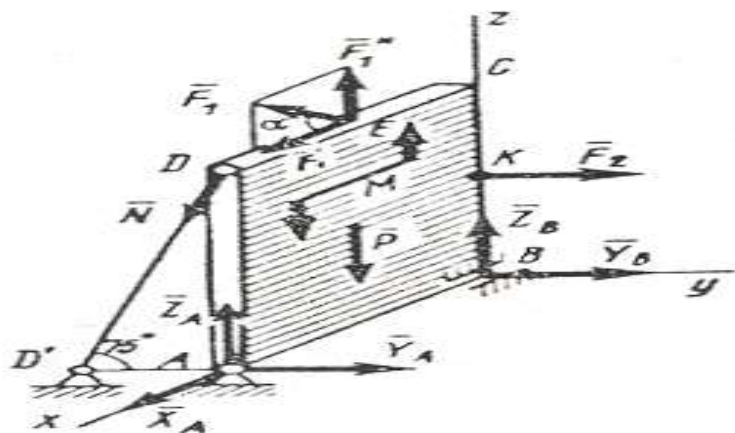
2-мысал.

Салмағы P -ға тең тікбұрышты тік орналасқан плита А нүктесінде сфералық топсамен (12-сурет), В нүктесінде цилиндрлік топсамен және DD^1 салмақсыз шыбықпен бекітілген. DD^1 уз жазықтығына параллель жазықтықта жатады. Плитаға F_1 күші (xz жазықтығында жататын), F_2 күші (y осіне параллель) және M моментті қос күш (плита жазықтығында жататын) әсер етеді.

Берілгені: $P = 5 \text{ kH}$, $M = 3 \text{ kH}\cdot\text{м}$, $F_1 = 6 \text{ kH}$, $F_2 = 7,5 \text{ kH}$, $\alpha = 30^\circ$, $AB = 1 \text{ м}$, $BC = 2 \text{ м}$, $CE = 0,5AB$. $BK = 0,5BC$. А, В тіректерінің және DD^1 шыбығының реакцияларын табу керек.

Шешуі: 1. Плитаның тепе-теңдігін қарастырамыз. Оған берілген күштер P, F_1, F_2 және M моментті қос күш, сонымен қатар байланыстар реакциялары әсер етеді. Сфералық топсаның реакциясын X_A, Y_A, Z_A үш құраушыға,

цилиндрлік топсаның реакциясын Y_B , Z_B екі құраушыға (подшипник осіне перпендикуляр жазықтықта) жіктейміз, шыбықтың реакциясын N (шыбық созылып тұр деп есептеп) шыбықтың бойымен бағыттаймыз.



12-сурет.

2. Алты белгісіз реакцияларды табу үшін плитаға әсер ететін кеңістік күштер жүйесінің алты тепе-теңдік теңдеуін құрамыз.

$$\Sigma F_{kx} = 0, X_A + F_1 \cos \alpha = 0,$$

$$\Sigma F_{ky} = 0, Y_A + Y_B + F_2 - N \cos 75^\circ = 0,$$

$$\Sigma F_{kz} = 0, Z_A + Z_B - P - N \sin 75^\circ + F_1 \sin \alpha = 0,$$

$$\Sigma m_x(\bar{F}_k) = 0, -F_2 BK + N \cos 75^\circ BC = 0,$$

$$\Sigma m_y(\bar{F}_k) = 0, P \frac{AB}{2} + F_1 \cos \alpha \cdot BC - F_1 \sin \alpha \frac{AB}{2} - Z_A AB + N \sin 75^\circ AB + M = 0,$$

$$\Sigma m_z(\bar{F}_k) = 0, Y_A \cdot AB - N \cos 75^\circ \cdot AB = 0.$$

\bar{F}_1 күшінің y осіне қатысты моменттің анықтау үшін оны x және y осьтеріне параллель екі құраушыға жіктейміз де, Вариньон теоремасын қолданамыз ($F_1^I = F_1 \cos \alpha$, $F_1^{II} = F_1 \sin \alpha$) (нұсқауларды қараңыз). \bar{N} реакциясының моментін де дәл осылайша анықтауға болады.

Құрылған теңдеулерге берілген шамалардың сан мәндерін қойып, содан соң теңдеулерді шешіп, ізделінді реакциялардың сан мәндерін анықтаймыз.

Жауабы: $X_A = -5,2 \text{ kH}$, $Y_A = 3,8 \text{ kH}$, $Z_A = 28,4 \text{ kH}$, $Y_B = -7,5 \text{ kH}$, $Z_B = -12,4 \text{ kH}$, $N = 14,5 \text{ kH}$. Таңбалар \bar{X}_A , \bar{Y}_B және \bar{Z}_B 11- суретте көрсетілген бағытынан қарама-қарсы бағытталады.

3-мысал.

Болаттан ($E = 2 \cdot 10^5 \text{ мПа}$) жасалған сатылы біліктің бойлық өсінің бойымен сыртқы күштер әсер етеді (13,а - сурет). Білік үшін бойлық күш, тік кернеудің, салыстырмалы деформациясының және орынауыстыру эпюрлерін тұрғызу керек.

Берілгені: $F_1 = 20\text{kH}$, $F_2 = 60\text{kH}$, $F_3 = 120\text{kH}$, $a = 0,2\text{м}$, $b = 0,4\text{м}$, $c = 0,8\text{м}$,
 $\dot{A}_a = 15\dot{\text{н}}^2$, $\dot{A}_b = 10\dot{\text{н}}^2$, $\dot{A}_c = 5\dot{\text{н}}^2$.

Шешуі: Бойлық күштің N эпюрін тұрғызу үшін, қима әдісімен біліктің бос ұшынан бастап бөліктерге сәйкес ішкі күштердің шамасын анықтаймыз:

I-бөлік: AB аралығы ($0 \leq x_1 \leq 0,8\text{м}$): $N_c = -F_1 = -20\text{kH}$;

II-бөлік: BC аралығы ($0,8\text{м} \leq x_2 \leq 1,2\text{м}$): $N_b = -F_1 + F_2 = 40\text{kH}$;

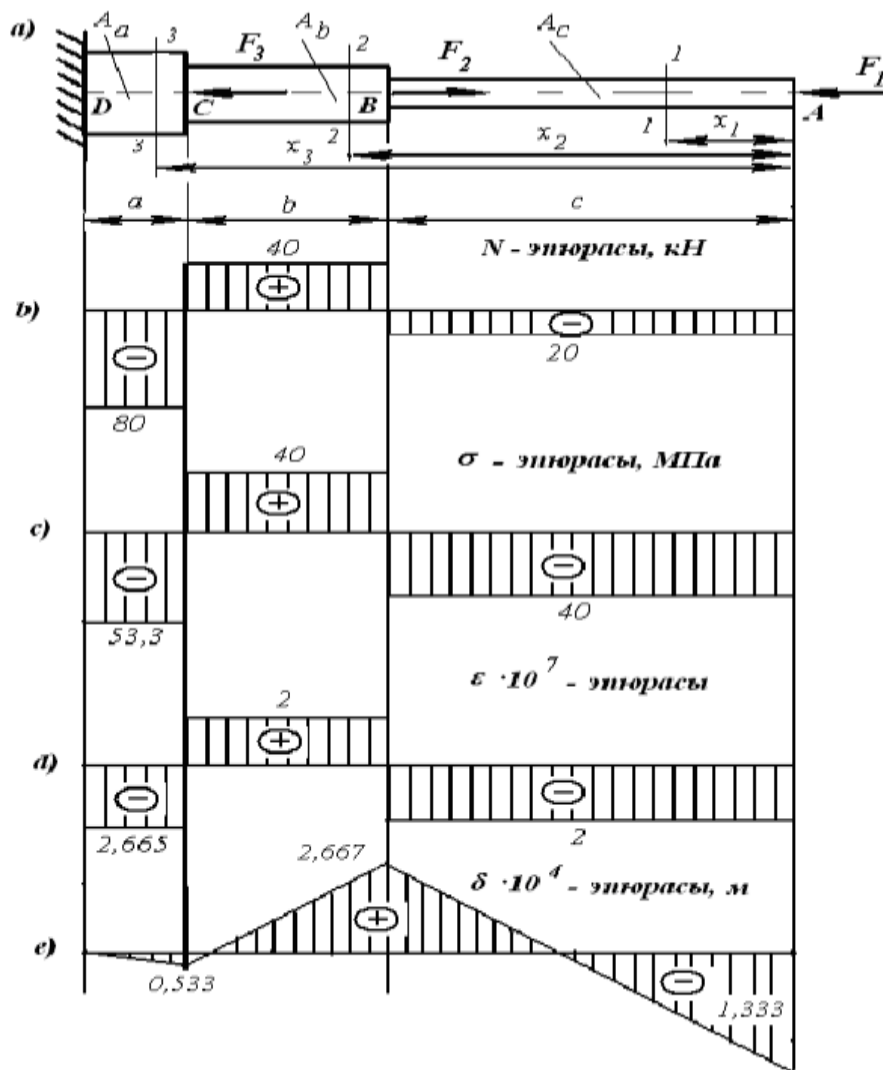
III-бөлік: CD аралығы ($1,2\text{м} \leq x_3 \leq 1,4\text{м}$): $N_a = -F_1 + F_2 - F_3 = -80\text{kH}$.

Енді тік кернеулердің шамаларын $\sigma = \frac{N}{A}$ формуласымен анықтаймыз:

I: $\sigma_c = \frac{N_c}{A_c} = -\frac{20 \cdot 10^3}{5 \cdot 10^{-4}} = -40 \cdot 10^6 \text{Па} = -40\text{МПа}$;

II: $\sigma_b = \frac{N_b}{A_b} = \frac{40 \cdot 10^3}{10 \cdot 10^{-4}} = 40 \cdot 10^6 \text{Па} = 40\text{МПа}$;

III: $\sigma_a = \frac{N_a}{A_a} = -\frac{80 \cdot 10^3}{15 \cdot 10^{-4}} = -53,3 \cdot 10^6 \text{Па} = -53,3\text{МПа}$.



13-сурет.

Осылайша салыстырмалы деформациялардың шамаларын табамыз:

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma_c}{E} = -\frac{40 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11}} = -2 \cdot 10^{-7};$$

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_b}{E_b} = \frac{40 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11}} = 2 \cdot 10^{-7};$$

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E} = -\frac{53,3 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{11}} = -2,665 \cdot 10^{-7},$$

Біліктің абсолют бойлық деформациялардың шамалары:

$$\Delta l_c = \frac{N_c \cdot c}{EA_c} = -\frac{20 \cdot 10^3 \cdot 0,8}{2 \cdot 10^{11} \cdot 5 \cdot 10^{-4}} = -1,6 \cdot 10^{-4} \text{ м};$$

$$\Delta l_b = \frac{N_b \cdot b}{EA_b} = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 0,4}{2 \cdot 10^{11} \cdot 10 \cdot 10^{-4}} = 0,8 \cdot 10^{-4};$$

$$\Delta l_a = \frac{N_a \cdot a}{EA_a} = -\frac{80 \cdot 10^3 \cdot 0,2}{2 \cdot 10^{11} \cdot 15 \cdot 10^{-4}} = -0,533 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Білік қималарының орын алмастыру эпюрі де осы тәсілмен тұрғызылады. Ол үшін сипаттамалы көлденең қималардың орын ауыстыру шамаларын анықтаймыз:

$$\delta_{\bar{N}-D} = \Delta l_a = -0,533 \cdot 10^{-4} \text{ м};$$

$$\delta_{\bar{A}-D} = \delta_{\bar{N}-D} + \Delta l_b = 0,8 \cdot 10^{-4} - 0,053 \cdot 10^{-4} = 0,267 \cdot 10^{-4} \text{ м};$$

$$\delta_{\bar{\lambda}-D} = \delta_{\bar{A}-D} + \Delta l_c = 0,747 \cdot 10^{-4} - 1,6 \cdot 10^{-4} = -0,853 \cdot 10^{-4} \text{ м}.$$

Жауабы: Анықталған бойлық күштердің, тік кернеулердің және салыстырмалы деформациялардың білік қималарының орын ауыстыру шамалары бойынша сәйкес эпюрлерін тұрғызамыз (13, b, c, d, e - суреттер).

4-мысал.

Швеллер мен теңбүйірлі бұрыштықтан құрастырылған көлденең қима берілген (14-сурет).

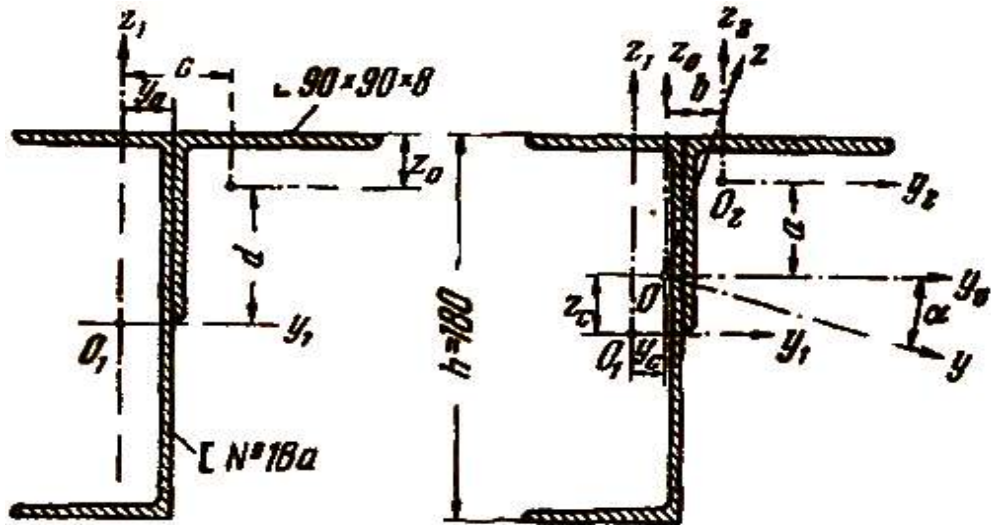
Берілгені: Швеллер №18, теңбүйірлі бұрыштық 90x90x8.

Шешуі: Сортаменттен (ГОСТ 8239-72) швеллер мен теңбүйірлі бұрыштықтың есептеуге қажетті өлшемдерін аламыз. Швеллер №18: $A_1=22,2 \text{ см}^2$, $J_{y1}=1190 \text{ см}^4$, $J_{z1}=105 \text{ см}^4$, $y_0=2,13 \text{ см}$. Теңбүйірлі бұрыштық 90x90x8: $A_1=13,9 \text{ см}^2$, $J_{y1}=106 \text{ см}^4$, $J_{\max}=168 \text{ см}^4$, $J_{\min}=43,8 \text{ см}^4$, $z_0=2,51 \text{ см}$. Көмекші осьтер ретінде y_1 және z_1 аламыз.

1) Күрделі қиманың ауырлық ортасының координаталары:

$$y_c = \frac{S_y}{A} = \frac{64,5}{36,1} = 1,8 \text{ см}; \quad z_c = \frac{S_x}{A} = \frac{90}{36,1} = 2,5 \text{ см}$$

мұндағы $A=A_1+A_2=36,1\text{см}^2$, S_z, S_y - статикалық моменттер.



14-сурет.

2) ауырлық ортасы арқылы өтетін (y_c, z_c) остерге байланысты остік және центрден тепкіш инерция моменттерін табамыз:

3)

$$\begin{aligned} J_{zc} &= \sum (J_{z0} + a^2 A) = 1655 \text{ см}^4 \\ J_{yc} &= \sum (J_{y0} + b^2 A) = 395 \text{ см}^4 \\ J_{zyc} &= \sum (J_{z0y0} + abA) = 320 \text{ см}^4 \end{aligned}$$

мұндағы a, b – параллель остердің арасындағы арақашықтық (суретте көрсетілген).

4) бас орта остердің бағыты:

5)

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2J_{yz}}{J_z - J_y} = \frac{2 \cdot 320}{395 - 1655} = -0,509 \text{ яғни } 2\alpha = -27^\circ; \alpha = -13^\circ 30'$$

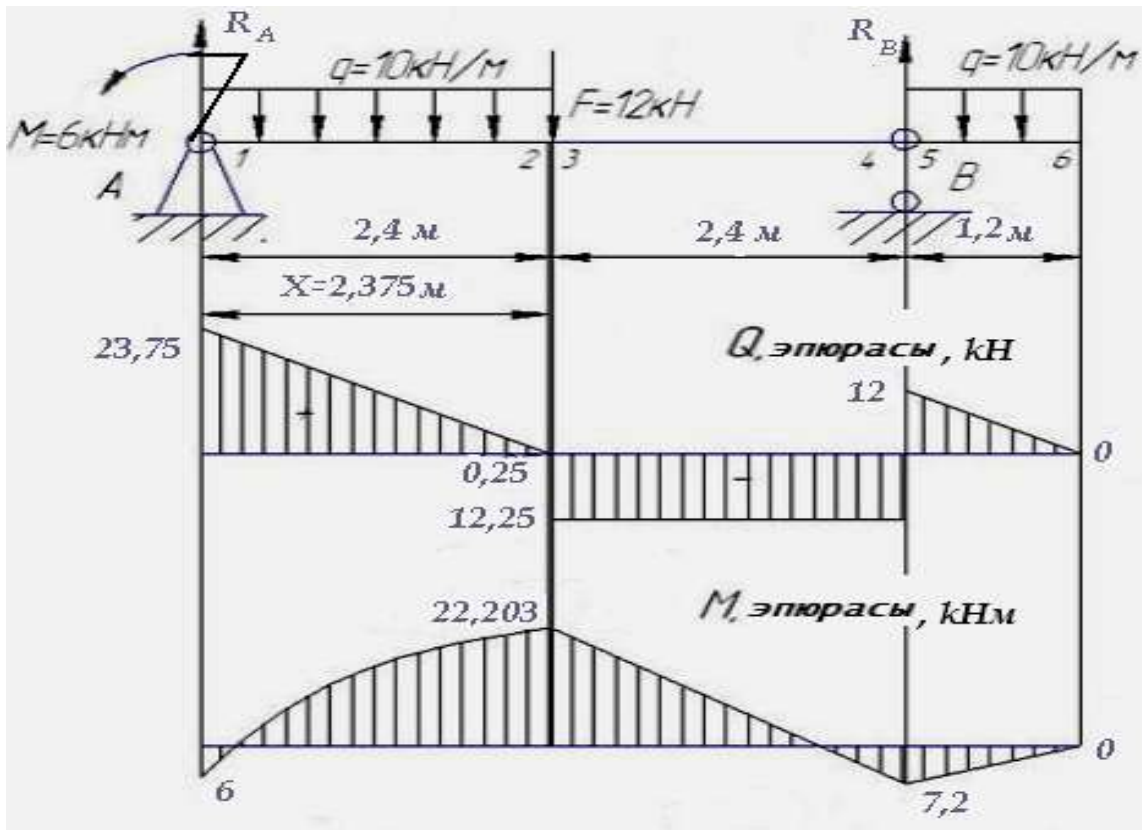
бас инерция моменттері:

$$\begin{aligned} J_{max} &= \frac{1}{2} (J_z + J_y) + \frac{1}{2} \sqrt{(J_z - J_y)^2 + 4J_{zy}^2} = 1732 \text{ см}^4 \\ J_{min} &= \frac{1}{2} (J_z + J_y) - \frac{1}{2} \sqrt{(J_z - J_y)^2 + 4J_{zy}^2} = 317 \text{ см}^4 \end{aligned}$$

5-мысал.

Берілген арқалықтың (15-сурет) әр бөлігі үшін Q және M өрнектерін жазып, олардың эпюрасын тұрғызу, одан M_{max} -мәнін анықтау және $[\sigma] = 160$ МПа болса, арнаулы кестеден қоставрлы болат арқалықтың нөмірін таңдау керек.

Берілгені: $a=2,4\text{м}$; $b=2,4\text{м}$; $c=1,2\text{м}$; $M=6\text{кНм}$; $F=12\text{кН}$; $q=10\text{кН/м}$.



15-сурет

Шешуі: Тіреу реакцияларын анықтау үшін А и В нүктелеріне қатысты моменттер теңдеуін құрастырамыз:

$$\begin{aligned} \sum m(F_A) = 0, & \quad q \cdot 2,4 \cdot 1,2 + q \cdot 1,2 \cdot 5,4 + F \cdot 2,4 - M - R_B \cdot 4,8 = 0 \\ \sum m(F)_A = 0, & \quad q \cdot 2,4 \cdot 3,6 + q \cdot 1,2 \cdot 0,6 + F \cdot 2,4 + M - R_A \cdot 4,8 = 0 \end{aligned}$$

Одан: $R_A = 23,75 \text{ kH}$, $R_B = 24,75 \text{ kH}$

Тексеру: $\sum F_{kx} = 0, R_A - F_1 + R_B - q \cdot 2,4 - q \cdot 1,2 = 0$

Қима әдісімен арқалықтың бөліктеріне сәйкес көлденең күштің және июші моменттің өрнектерін жазамыз.

$$\begin{aligned} \text{I-бөлік: } (0 \leq x_1 \leq 2,4 \text{ i}): & \quad Q_I = R_A - qx_1, \\ & \quad M_I = R_A x_1 - qx_1 \frac{x_1}{2} - M \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{II-бөлік: } (0 \leq \delta_2 \leq 2,4 \text{ i}): & \quad Q_{II} = R_A - q \cdot 2,4 - F, \\ & \quad M_{II} = R_A (2,4 + x_2) - q \cdot 2,4 (1,2 + x_2) - M - F x_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{III-бөлік: } (0 \leq \delta_3 \leq 1,2 \text{ i}): & \quad Q_{III} = qx_3 \\ \text{(оң жағынан):} & \quad M_{III} = -qx_3 \frac{x_3}{2} \end{aligned}$$

Осы өрнектерді пайдаланып, әр бөліктің шеткі нүктелеріндегі көлденең

күштің және июші моменттің шамаларын анықтаймыз. Табылған мәндер бойынша көлденең күштің және июші моменттің эпюрасын тұрғызамыз (15-сурет). Июші момент эпюрасынан қауіпті қиманы, яғни $M_{max}=22,203\text{kNm}$ анықтаймыз.

Беріктік шарты бойынша қиманың кедергі моменті:

$$W_x \geq \frac{M_{max}}{[\sigma]} = \frac{22,203 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 139 \text{ см}^3$$

Сортамент бойынша (ГОСТ 8239-72) $W_x = 143 \text{ см}^3$ болатын № 18-қоставрды таңдаймыз.

Ұсынылатын әдебиеттер тізімі:

1. Ө.А. Жолдасбеков, М.Н. Сағитов, К. Мустахишев. Теориялық механика. Алматы, 1982ж.
2. М. Шыныбаев. Теориялық механика. Алматы, 1994ж.
3. А.А. Яблонский, В.М. Никифорова. Курс теоретической механики. часть I, Москва, 1977г.
4. Г.И. Есболай, Г.Г.Байсарова, А.И.Избасар. Теориялық механика. (статика, кинематика) әдістемелік нұсқаулар және бақылау жұмыстары. Ақтау, 2005ж.
5. З.М. Рахымбекова. Материалдар кедергісі. Алматы, Рауан. 1999 ж.
6. М.Ф. Үркімбаев, С. Жүнісбеков. Материалдар кедергісі теорияларының негіздері. Алматы, Білім. 1994ж.
7. А.В. Дарков, Г.С. Шпиро. Сопротивление материалов.- М., «Высшая школа», 1989г.
8. Н.Б.Сүйеуова., Қ.А.Сатаева. Материалдар кедергісі. Бақылау тапсырмалары мен әдістемелік нұсқаулар. Ақтау, 2007ж.

МАЗМҰНЫ

Алғы сөз	4
Пәннің мазмұны	5
Кіріспе.....	5
I-бөлім. Теориялық механика	5
1. Теориялық механиканың негізгі ұғымдары	5
2. Тепе-теңдік шарттары	6
3. Кеңістіктегі тепе-теңдік.....	7
4. Байланыстар аксиомасы, реакция күштері.....	8
II-бөлім. Материалдар кедергісі.....	10
5. Геометриялық сипаттамалар	10
6. Материалдар кедергісінің негізгі гипотезалары.....	12
7. Статикалық анықталған жүйелердегі созылу мен сығылу	14
8. Ығысу.....	16
9. Иілу.....	18
10. Орнықтылық.....	20
Бақылау тапсырмалары	22
Ұсынылатын әдебиеттер тізімі.....	37

Пішімі 60x84 1/12
Көлемі 43 бет 3,6 шартты баспа табағы
Таралымы 20 дана.
Ш.Есенов атындағы КМТЖИУ
Редакциялық - баспа бөлімінде басылды.
Ақтау қаласы, 32 ш/а.