ӘОК 510.6 (045)

МАТЕМАТИКАНЫҢ ҚАЛЫПТАСУ ПРОБЛЕМАЛАРЫНА БАЙЛАНЫСТЫ ЛОГИКАНЫҢ ДАМУЫ

Өрбісінова Б.Т.

В статье говорится о развитие логики в связи с проблемой обоснования математики.

This article is written about closely connection between mathematics and logic.

Адамдар өздерінің өмір тәжірибесінде қоршаған орта туралы бір-бірімен пікір алмасады және көрген білгендерін басқаларға айтып, хабарлап отырады. Пікір алысу немесе пікірталас кезінде күнделікті тұрмыстық немесе ғылыми мәселе болсын бәрібір, адам өзінің ойын, көзқарасын басқаларға сенімді түрде жеткізуге тырысады. Дәлелді негіздер келтіре отырып, өз ойының дұрыстығын немесе басқалармен келіспейтін болса, оған қарсы дау айтып, дұрыс еместігін көрсетіп жатады. Басқаша айтқанда, бір- бірімен пікір алмасу кезінде адамдар өздерінің ұғымдарының, түсініктерінің дұрыстығын дәлелдеп отырады.

Ұлы ғалым әл - Фараби дәлелдеуді логиканың негізі деп атап көрсетеді.

Әр түрлі ғылымдардағы дәлелдеулер түрліше жүргізіледі. Сондай-ақ әрбір ғылымдағы негіздейтін ойдың мазмұны да түрліше. Осы түрліше дәлелдеулердің барлығына ортақ және бірдей, оның нақтылы мазмұнына тәуелсіз ережелерін логика анықтап береді. Дәлелдеу ережелері логиканың төмендегідей негізгі заңдарына сүйенеді:

1) теңбе-теңдік заңы (әрбір ой өзінің тұрақты мағынасын сақтау керек);

2) қарама-қайшылық заңы (қарама-қарсы екі ой бір мезгілде ақиқат болуы мүмкін емес);

3) үшіншінің болмау заңы (қарама-қарсы екі пікірдің бірі міндетті түрде ақиқат болады);

4)жеткілікті негіздеу заңы (ақиқат пікір басқа бұрын дәлелденген ақиқат пікір арқылы негізделуі керек). [1]

Формальды логика қорытынды шығару туралы ғылым, яғни оның басты бағыты - бұрыннан белгілі және тексерілген білімдер негізінде, ешқандай тәжірибеге сүйенбестен тек ойлау заңдары мен ережелеріне сүйеніп жаңа білімдер алу. Формальды логика мен математикалық дәлелдеу арасында ұқсастық бар. Математикалық дәлелдеу де – бастапқы аксиома, анықтама, бұрын дәлелденген теорема және дәлелденетін теореманың шарттарынан қорытындыға келетін логикалық салдарлар тізбегі болып табылады.

Яғни, математика - «дәлелді» ғылым. Оның тұжырымдарының ақиқаттығы бақылаулар немесе тәжірибелер жасау арқылы емес, алдын-ала қабылданған ұйғарымдардан (аксиомалардан) логикалық қорытындылар жасау жолымен анықталады. Өзі зерттейтін объектіге тәжірибе жасау басқа табиғаттану ғылымдарына тән қасиет болса, математика өзінің заңдары мен тұжырымдарын тек қана логиканың, әсіресе, математикалық логиканың заңдарына сүйеніп шығарды. Логика заңдарына сүйеніп әртүрлі пішіндер мен материалдық ортаның сандық қатынастарының белгілі бір әдістерін қалыптастырды.

Жалпы математикада «логикалық қорытынды», «логикалық зерттеу», «логикалық салдар» т.с.с **логика** терминімен байланысқан сөздер жиі кездеседі. Мұның өзі мәселе логика облысында қарастырылып жатқандығын көрсетеді.

Ерте заманнан-ақ математикаға дәстүрлі логика, одан соң математикалық логика жалғасып, логика мен математиканың арасында тығыз байланыс орнаған еді.

Немістің ұлы математигі Г.В.Лейбниц математика теориясын қатыстырып, алғаш рет логика заңдылықтарын тұжырымдаған болатын.Ол шындыққа, ақиқатқа жетудің құралы ретінде логика мен математиканы қатар ұсынды. Ал математикалық логика бастамаларының пайда болуы ағылшын математигі Джорж Буль еңбектерімен байланыстырылады. Ол өзінің тамаша еңбектерінде сандарға орындалатын математикалық амалдардың заңдары мен ережелерін логикаға аударып, сандар алгебрасы сияқты логиканың бір тарауын (кластарды есептеу) құрды. Кластар логикасына негігі амалдар ретінде қосу («+»), көбейту («х») және азайтуды («-») енгізді. Кластарды есептеуде қосу амалы кластардың бірігуіне, ал көбейту кластардың қиылысуына сәйкес келеді. Ал азайтуды қосуға кері амал ретінде қарастырды.Айтылымдар логикасында бұл амалдар дизъюнкция (қосу) және конъюнкциямен (көбейту) пара-пар.

Жалпы, математика абстрактілі ұғымдарды зерттейтіндіктен абстракциялау әдісі ерекше орын алады.Математикадағы абстракциялау жүйесі теорияның таза логикалық дамуы нәтижесінде пайда болады да, кейін оны сынап тексеруді қажет етпейді.Абстракциялау нәтижесінде математиканың «сан» және «шама» сияқты негізгі ұғымдары пайда болды.

Кез-келген математикалық объект белгілі бір қасиетке ие. Берілген объектіні толық анықтау үшін оның маңызды қасиеттерін білу керек. Тек сонда ғана берілген объект туралы ұғым бар деп есептеледі. Өзара байланысты маңызды қасиеттердің жиыны – сол объект жөніндегі ұғымның **мағынасы** деп аталады.

Математикалық объект туралы сөз болғанда бір терминмен анықталатын объектілердің жиыны қарастырылады. Мысалы, төртбұрыш туралы айтқанда төртбұрыш болатын барлық геометриялық фигуралар айтылады. Барлық төртбұрыштар жиынтығы төртбұрыш ұғымының **көлемін** анықтайды. Жалпы айтқанда, **ұғымның көлемі** – бір терминмен анықталатын барлық объектілер жиынтығы. Сонымен, кез-келген ұғым оның көлемі мен мағынасы арқылы сипатталады. Ұғымның көлемі мен мағынасының арасында мынадай байланыс бар: ұғымның көлемі неғұрлым «үлкен» болса, оның мағынасы соғұрлым «аз» болады және керісінше. Мысалы, «тік бұрышты үшбұрыш » ұғымының көлемі «үшбұрыш» ұғымының көлемінен «аз». Себебі, бірінші ұғымның көлеміне барлық үшбұрыштар кірмейді. Бірақ мағынасы екіншісінің мағынасынан «үлкен», себебі тікбұрышты үшбұрышта басқа үшбұрыштардың барлық қасиеттері орындалуымен қатар өзіне ғана тән қасиеттері де бар. [2]

Г.Фреге өзінің «Ұғымдарды есептеу» деген еңбегінде **жиын** мен **санды ұғымның көлемі** деп түсіндіреді. Егер екі ұғымның көлемін анықтайтын жиындарды өзара бірмәнді сәйкестікпен қоюға болатын болса, онда екі ұғым **теңсанды** деп есептеледі. Мысалы, «үшбұрыштың төбелері» және «үшбұрыштың қабырғалары» деген ұғымдар теңсанды, өйткені олардың әрқайсысында ұғымдардың көлемін анықтайтын сан 3. Бұл жерде эквивалент жиындардың барлық қасиеттері жиынның өзінен абстрацияланады да, абстрактілі натурал сан күйінде көрініс табады.

Сонымен, саны бірдей элементтерден тұратын, бір класқа біріктірілген жиындардың сәйкестендірілуі осы кластың сандық мәнін өрнектейтін абстрактілі натурал сан ұғымына алып келеді.

Барлық ұғымдардың көлемі бар деп, сол көлем арқылы санға алғашқы рет анықтама берген неміс математигі әрі логик Готтлоб Фреге болды. (анықтаманың өзі- ұғымның мағынасын ашатын логикалық амал)

Фреге санды логикалық түрде анықтап, бірнеше логикалық ережелерді нақтылап берді. Ол ережелердің көмегімен жаңа ұғымдар мен теоремаларды дәлелдеуге болатын еді. Осылайша Фреге арифметиканы логиканың бір бөлігі етіп көрсетті. Фрегеден кейін математиканы логикамен байланыстыруға жұмыстанған ағылшын философы, логик Бертран Рассел болды. Ол Фреге еңбектеріндегі кейбір кемшіліктерді байқап, түзетулер жасады.

Пеано енгізген арифметикалық аксиомаларды (натурал сандардың аксиомаларын) Рассел логикалық жолдармен дәлелдеп көрсетті. Оның анықталмайтын үш ұғымына («ноль», «сан», «келесі») логикалық анықтама берді. Барлық натурал сандарды логикалық терминдермен беруге болады - деді ол, яғни арифметиканы логикамен байланыстырды. Математика арифметикамен, олай болса логикамен тығыз байланысты. Логика математикалық, ал математика логикалық пәнге айналды, - деп жазды Рассел. Олардың арасын айыру мүмкін емес. Олар бала мен ересек адам сияқты; логика – математиканың жастық шағы, ал математика – логиканың жетілген, есейген кезі. Бір жағында логика, бір жағында математика тұратындай шекара жүргізу мүмкін емес, - дейді Рассел. [3]

Орыс математигі, астроном және логик П.С.Порецкий алгебрадағы теңдеулерді шешу әдістері сияқты логикалық есептеу әдістерін ойлап тапты.

Алгебрадағы бір айнымалысы бар теңдеу, бір айнымалысы бар теңсіздік, екі айнымалысы бар теңдеу немесе теңсіздік, теңдеулер жүйесі немесе теңсіздіктер жүйесі сияқты ұғымдардың жалпы түрі логикада предикат (немесе пікірлік форма) деп аталады.

Мысалы: { $3x+8y=13$

$4x+3y=19$ теңдеулер жүйесі пікірлік формада

$(3x+8y=)\wedge(4x+3y=19)$ түрінде жазылады.

Мұндай бір немесе бірнеше айнымалыдан тұратын теңдеудің немесе теңсіздіктер жүйесінің шешімін табу дегеніміз - предикаттық формулалардың ақиқаттық жиынын табу деген сөз.

Теңдеулер және теңсіздіктер жүйесінің шешімдер жиынын табудың логикалық схемасы логикалық салдар ($\rightarrow$ белгісі) және логикалы теңбе- тең ($\leftrightarrow$ белгісі) деген ұғымдардан тұрады. Осы ұғымдарға анықтама берейік.

Егер $P(x_1,x_2,...x_n)$ ақиқат мән қабылдағанда $Q(x_1,x_2,...x_n)$ предикаты да ақиқат мән қабылдаса, онда $Q(x_1,x_2,...x_n)$ предикаты $P(x_1,x_2,...x_n)$ предикатының логикалық салдары деп аталады Басқаша айтқанда, $P(x_1,x_2,...x_n) \rightarrow Q(x_1,x_2,...x_n)$ логикалық жазуы $P(x_1,x_2,...x_n)$ предикатының ақиқат болатын жағдайларының барлығында $Q(x_1,x_2,...x_n)$ предикаты да ақиқат болады дегенді білдіреді.

Егер P және Q предикаттарының ақиқаттық жиындары бір –бірімен дәл келсе, онда олар логикалы теңбе- тең деп аталады. Логикалы теңбе – теңдік былайша жазылады: $P(x_1,x_2,...x_n) \leftrightarrow Q(x_1,x_2,...x_n)$.

Теңдеулер тақырыбына есептер шығарғанда қателіктер жібермеу үшін бұл анықтамалардың маңызы зор. [4]

Теңдеулер және теңсіздіктер жүйесінің шешімдер жиынын табудың графиктік тәсілінде (аналитикалық геометрияда) де пікірлік форманың атқаратын ролі зор. Пікірлік формалардың конъюнкциясында олардың графиктерінің қиылысуы, дизъюнкциясында графиктердің бірігуі, ал пікірлік формалардың терістеуінде графиктерінің толықтауышы сәйкес келеді.

Математикадағы жаңа білімдерді алу мен оларды игеру барысының әрбір қадамы сайын ой қорытулар жасау мен логикалық қорытынды шығарып отыруға тура келеді. Яғни, студенттердің ғылыми жолмен ойлауының негізгі ережелерін қалыптастыруда математиканың ерекше маңызы бар. Математика ой қорытудың ережелеріне сүйене отырып, берілген немесе бұрыннан белгілі пайымдардан салдарлар алуға үйретеді, дәлелдеудің логикалық тәсілдерін оқытады, есептердің математикалық, дәлірек айтқанда логикалық-математикалық модельдерін құру жұмыстары да жүргізіледі. Теоремаларды дәлелдеу кезінде логикалық ойлау заңдарын, қорытынды шығару ережелерін дұрыс қолдана білуге үйретеді. Сондықтан да математика логика мәселелеріне үлкен мән береді. Өздерінің даму жолында математиканың логикаға,керісінше логиканың математикаға ықпалды екенін айтуға болады.

Әдебиеттер:

1. Ә.Тұрғанбаев. Логика. Алматы «Білім» 2000.
2. Б.С.Жаңбырбаев, В.П.Добрица. Математикалық логиканың бастамалары. Оқу құралы – Алматы: Абай атындағы АлМУ, 2001.
3. А.Д. Гетманова. Логика. Для педагогических учебных заведений. – М. «Книжный дом », 1998.
4. П.С.Новиков. Элементы математической логики. М., 1973.
5. М.И.Каченовский., Ю.М.Колягин. Алгебра и начала анализа. М., Часть 1. 1977.
6. Л.А.Калужнин. Элементы теории множеств и математической логики.М. «Просвещение», 1978.