

**ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫНЫҢ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ  
Ш. ЕСЕНОВ АТЫНДАҒЫ КАСПИЙ МЕМЛЕКЕТТІК ТЕХНОЛОГИЯЛАР ЖӘНЕ  
ИНЖИНИРИНГ УНИВЕРСИТЕТІ РМҚК**

**ӨРБІСІНОВА Б. Т., НЫҒМЕТОВА Г. Н.**

**МАТЕМАТИКАЛЫҚ ЛОГИКА ПӘНІНЕН  
СТУДЕНТТЕРДІҢ ӨЗІНДІК ЖҰМЫСТАРДЫ  
ОРЫНДАУ ҮЛГІЛЕРІ  
Оқу - әдістемелік нұсқау**

Ақтау - 2010

ӨӘЖ 510.6 (075)

Құрастырған: Өрбісінова Б.Т., Нығметова Г. Н. Математикалық логика пәнінен студенттердің өзіндік жұмыстарды орындау үлгілері. Оқу-әдістемелік нұсқау. Ақтау; КГУТиИ, 2010, - 32 бет.

Пікір жазған:

доцент, ф-м.ғ.к Құлжағарова Б.Т.

Аталған әдістемелік нұсқау университеттің математика, информатика мамандықтары бойынша қазіргі қолданылып жүрген оқу жоспарындағы дәрістер негізінде жазылған. Математикалық логика және дискретті математиканың негізгі бөлімдері бойынша қысқаша мағлұматтар беріліп, нақты мысалдар келтірілген.

Студенттердің өз бетімен орындайтын жұмыстары үшін бұл әдістемелік құралдың пайдасы зор.

Ұсынылып отырған әдістемелік құрал баспа тарапынан қойылатын талаптарға сәйкес жазылған.

Ш. Есенов атындағы Каспий мемлекеттік технологиялар және инжиниринг университетінің Оқу - әдістемелік кеңесінің шешімі бойынша баспаға ұсынылған.

© Ш.Есенов атындағы КМТЖИУ, 2010 ж.

## **Кіріспе**

Математикалық логика пәнінен студенттердің өзіндік жұмыстарды орындау үлгілері атты әдістемелік құралы математика және информатика мамандықтарының студенттері үшін арналып жазылған.

Бұл оқу құралында математикалық логика пәнінен есеп шығаруға арналған нұсқаулар берілген, студенттердің өз бетімен орындайтын тапсырмалары мен оны шешудің үлгілері көрсетілген.

Математикалық логика пәнінің тақырыптары бойынша қысқаша мағлұматтар беріліп, нақты мысалдар келтірілген.

## I. Жиындар теориясының элементтері

**Анықтама.**  $A$  және  $B$  екі жиынның *бірігуі* деп ең кемінде осы екі жиынның біреуіне ғана тиісті элементтердің жиынын айтамыз. Екі жиынның бірігуі былай белгіленеді:  $A \cup B$

*Мысал.*  $A = \{2, 5, 7, 9\}$ ,  $B = \{2, 4, 7\}$  болсын. Сонда  $A \cup B = \{2, 4, 5, 7, 9\}$

Жиындардың қиылысуын немесе жиындардың бірігуін көрнекі түрде көрсету үшін Эйлер дөңгелектерін пайдаланады.

Берілген жиындардың бірігуін Эйлер дөңгелегі арқылы бейнелесек, ол сызбадағы штрихталған облысты береді.



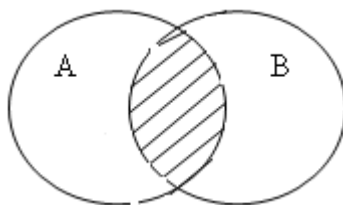
$A \cup B$

**Анықтама.** Екі жиынның ортақ элементтерінен тұратын жиын ол жиындардың *қиылысуы* деп аталады.  $A$  мен  $B$  жиындарының қиылысуы былай белгіленеді:

$$C = A \cap B$$

*Мысал.*  $A = \{2, 5, 7, 9\}$ ,  $B = \{2, 4, 7\}$ . Сонда  $A \cap B = \{2, 7\}$

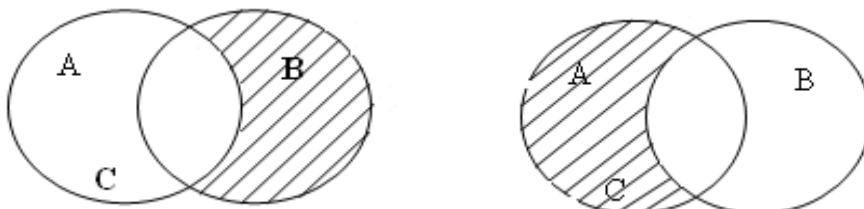
Берілген жиындардың қиылысуын Эйлер дөңгелегі арқылы бейнелесек, ол сызбадағы штрихталған облысты береді.



$A \cap B$

**Анықтама.**  $A$  мен  $B$  жиындарының *айырмасы* деп  $A$  жиынының  $B$  жиынына тиісті емес элементтерінен құралған жиынды айтады. Бұл екі жиынның айырмасын былай белгілейді:  $A \setminus B$

Егер,  $A = \{2, 5, 7, 9\}$ ,  $B = \{2, 4, 7\}$  болса,  $A \setminus B = \{5, 9\}$ .



**Анықтама.**  $A$  және  $B$  жиындарының *декарттық көбейтіндісі* деп бірінші компоненті  $A$  жиынынан, екінші компоненті  $B$  жиынынан алынған барлық реттелген қостардың жиынын айтады.  $A$  және  $B$  жиындарының декарттық көбейтіндісі былай белгіленеді:  $A \times B$ .

Анықтама бойынша,  $A \times B = \{(x, y) | x \in A \wedge y \in B\}$ .

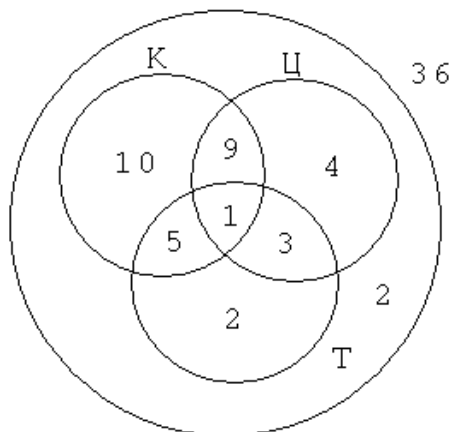
Мысал.  $A=\{2,5,7,9\}$ ,  $B=\{2,4,7\}$ .

$A \times B = \{(2,2), (2,4), (2,7), (5,2), (5,4), (5,7), (7,2), (7,4), (7,7), (9,2), (9,4), (9,7)\}$

$B \times A = \{(2,2), (2,5), (2,7), (2,9), (4,2), (4,5), (4,7), (4,9), (7,2), (7,5), (7,7), (7,9)\}$ .

Мысал. Топтағы 36 студент аптаның белгілі бір күнінде театрға, циркке, киноға баруға шешім қабылдады. Киноға – 25, циркке – 17, театрға – 11 адам баратын болды. Оның ішінде киноға да, циркке де баратындар саны – 9, цирк пен театрға баратындар – 5, кино мен театрға баратындар саны – 5. Студенттердің нешеуі киноға да, театрға да, циркке де баратын болды?

Шешуі: Есептің берілгендерін Эйлер дөңгелегіне орналастыратын болсақ, жауабын оңай табуға болады.



Жауабы: 1.

### Өз бетімен орындауға берілетін тапсырмалар:

1. Жиындардың қиылысуын, бірігуін, айырмасын және декарттық көбейтіндісін табыңыз.

а)  $A=\{1, 2, 3\}$ ,  $B=\{3, 5\}$ .

б)  $A=\{2, 3, 4\}$ ,  $B=\{4, 5\}$ .

в)  $A=\{3, 5, 6\}$ ,  $B=\{2, 4, 5\}$ ,  $C=\{7, 8\}$ .

г)  $A=\{2, 4, 6\}$ ,  $B=\{3, 5, 7\}$ ,  $C=\{6, 8\}$ .

д)  $A=R$ ,  $B=[2,6]$ .

е)  $A=[3,7]$ ,  $B=R$ .

2.  $N$  – натурал сандар жиыны,  $Z$  – бүтін сандар жиыны,  $Q$  – рациональ сандар жиыны,  $R$  – нақты сандар жиыны,  $K$  – жазықтықтың нүктелер жиыны берілген. Жиындар өз ара қалай байланысқан?

3.  $A=\{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$ ,  $B=\{4, 3, 2, 1, 0, -1, -2\}$ ,  $C=\{-4, -3, \dots, 3, 4\}$  болсын.

$A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \cup C$ ,  $A \cap C$ ,  $B \cap C$  жиындарын табу керек.

4. Төмендегі жазу қалай оқылады?

а)  $M=\{x/x \in Q \wedge 2x=3\}$ .

б)  $A=\{x/x \in N \wedge x-3 < 5\}$ .

в)  $B=\{x/x \in N \wedge x/3\}$ .

5.  $F_1$  – барлық параллелограмдар жиыны,  $F_2$  – тіктөртбұрыштар жиыны,  $F_3$  – ромбылар жиыны,  $F_4$  – квадраттар жиын,  $F_5$  – трапециялар жиыны. Табу керек:

а)  $F_2 \cap F_3$ .

б)  $F_2 \cup F_3 \cup F_4 \cup F_1$ .

в)  $F_4 \cap F_5$ .

6.  $A = \{1, 3, 7, 8, 9\}$ ,  $B = \{5, 6, 8, 9\}$  жиындары берілген.

Табу керек:  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \setminus B$ .

7. А жиыны – 5-тен 10-ға дейінгі бүтін сандардан, В жиыны 3-тен 15-ке дейінгі натурал сандардан құрылған.  $A \setminus B$  және  $B \setminus A$  жиындарының элементтерін атаңыздар.

8. Жиындардың декарттық көбейтіндісін координаттық жазықтықта бейнелеңіз.

а)  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{3, 5\}$ .

б)  $A = \{2, 3, 4\}$ ,  $B = [4, 6]$ .

в)  $A = [3, 7]$ ,  $B = [2, 5]$ .

г)  $A = \mathbb{R}$ ,  $B = [2, 6]$ .

д)  $A = \mathbb{R}$ ,  $B = \mathbb{R}$ .

9.  $A \times B$  және  $B \times A$  көбейтіндісін табыңыз.

а)  $A = \{2, 3\}$ ,  $B = \{7, 8\}$ .

б)  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{3, 5\}$ .

в)  $A = \{3, 2, 1\}$  т/к  $A^2 = ?$

10.  $(x^2 - 1)(2x - 1) = 0$  теңдеуі берілген.

Табу керек:  $\{x/x \in \mathbb{Q} \wedge (x^2 - 1)(2x - 1) = 0\} = ?$

$\{x/x \in \mathbb{N} \wedge (x^2 - 1)(2x - 1) = 0\} = ?$

11.  $A = \{1, 2\}$  және  $B = \{3, 4\}$  жиындары берілген.

Табу керек:  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \setminus B$ ,  $A \times B$ .

12.  $A \times B$  және  $B \times A$  көбейтіндісін табыңыз.

а)  $A = \{3, 3\}$ ,  $B = \{2, 9, 10\}$ .

б)  $A = \{4, 3\}$ ,  $B = \{3, 6, 8\}$ .

в)  $A = \{1, 2, 4\}$  т/к  $A^2 = ?$

г)  $A = \{2, 3, 4, 5\}$  т/к  $A^2 = ?$

13. Сипаттамалық қасиет бойынша берілген жиындардың элементтерін атаңыздар:

а)  $A = \{x/x \in \mathbb{N}; 1 \leq x \leq 6\}$ .

б)  $B = \{x/x = 2n + 3; n \in \mathbb{N}, x < 18\}$ .

14. Мына жиындардың қиылысуын табыңыздар:

а)  $A = \{x, x = 2n, n \in \mathbb{N}\}$  және  $B = \{x, x = 3n, n \in \mathbb{N}\}$

б)  $A = \{x, x = 2n + 1, n \in \mathbb{N}\}$  және  $B = \{x, x = 4n + 3, n \in \mathbb{N}\}$

15. Мына жиындардың бірігуін табыңыздар:

$A = \{x, x = 4k + 1\}$  және  $B = \{x, x = 4k + 3\}$  (мұндағы  $k = 0, 1, 2, \dots$ )

16.  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{4, 5, 9\}$  жиындары берілген.

Табу керек:  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \setminus B$ ,  $A \times B$ .

17.  $A = \{2, 5, 7, 9\}$ ,  $B = \{2, 4, 7\}$  Табу керек:  $A \cap B$ ,  $A \cup B$ ,  $A \setminus B$ ,  $A \times B$ .

18.  $EKO(72; 54) = ?$   $EYOB(72; 54) = ?$

19. Жиындардың қиылысуын табыңыздар:

$A = \{40\text{-тан кіші жай сандар}\}$ ,  $B = \{14\text{-тен үлкен тақ сандар}\}$ .

20. 26-ға бөлінбейтін бүтін сандар жиыны мен 13-ке бөлінетін бүтін сандар жиынының қиылысуын табыңыздар.

21.  $EKO E(54;36;24)=? EYOB(36;24;54)=?$
22.  $(A \cup B) \cap (A \cup C)$  өрнегін ықшамдаңыздар.
23.  $A$  – жұп сандар,  $B$  – 4-ке еселі,  $C$  – 6-ға еселі сандар жиыны болсын. Сонда  $A \setminus B \cap C$  жиыны қандай элементтерден тұрады?
24. Топта 40 студент бар. Олардың баскетбол секциясына қатынасатындары – 26, жүзу секциясына – 25, шаңғы тебу секциясына – 27. Баскетбол және жүзумен шұғылданатындары – 15, баскетбол және шаңғы тебумен – 16, жүзу және шаңғы тебумен – 18. Бір адам дене шынықтыру сабағынан босатылған. Қанша адам көрсетілген секциялардың барлығына да қатысады? Қанша адам тек бір ғана секцияға қатысады?
25. Олимпиадаға 50 адам қатысты. Олардың 30 – арифметикалық, 10 – геометриялық, 9 – логикалық, ал 2 – і барлық есептерді шығарған. Арифметикалық және логикалық есепті шығарғаны – 7, арифметикалық және геометриялық есептерді шығарғаны – 3, логикалық және геометриялық есептерді шығарғаны – 4. Сонда, қаншасы а) тек қана арифметикалық, б) тек қана геометриялық, в) тек логикалық есепті шешкен?
26.  $X = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  сандар жиынында  $R$  бинарлық қатысы берілген.  $(2; 4)$ ,  $(2; 6)$ ,  $(2; 8)$ ,  $(3; 9)$ ,  $(4; 8)$  сандар жұбы осы  $R$  қатысын қанағаттандырады. Сонда берілген жиындағы қатыс қалай аталады?
27.  $X = \{1; 2; 3; 4\}$  сандар жиынында  $x \geq y$  қатысы берілген. Осы қатыстағы реттелген костар жиынын жазыңыздар.
28. Аумағы 12 шаршы метр болатын қазақ үйдің ішіне кілем төселген. Біреуінің ауданы 5 шаршы, екіншісінікі 4 шаршы, үшіншісінікі 3 шаршы. Әрбір екі кілем бір жарым шаршы ауданға қабатталып төселген. Ал осы бір жарым шаршының жарты шаршысы жердің барлық үш кілем қабатталып төселген бөлігіне тура келеді. Жердің кілем төселмеген ауданы қандай?
29. Мектептің VIII сыныбында 70 оқушы бар. Олардың 51-і жеңіл атлетика секциясына, 40-ы шахмет секциясына, 22-і волейбол секциясына қатысады. Бұлардың 6-уы барлық үш секцияға да қатысады. Жеңіл атлетика мен шахмет секцияларының екеуіне бірдей қатысатындардың саны 32, жеңіл атлетика мен волейбол секцияларына – 11, шахмет пен волейболға – 8. Сонда секциялардың ешқайсысына да қатынаспайтын оқушы бар ма? Болса, олардың саны қанша?
30. Топтағы 40 студенттің 32-і газет, 21-і журнал, ал 15-і газет те, журнал да алады. Нешеуі газет те, журнал да алмайды?

## II. Комбинаторика элементтері

**Анықтама.** Берілген әртүрлі  $n$  элементтен,  $n$  элементтің барлығының қатысуымен жасалған, бір-бірінен айырмашылығы тек орналасу ретінде ғана болатын топ *алмастыру* деп аталады.

Барлық алмастырулар саны былайша есептеледі:  $P_n = n!$

Мұндағы «!» таңбасы факториал деп аталады. Ол алғашқы  $n$  натурал сандардың көбейтіндісіне тең. Мысалы,  $4! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ .

*Мысал.* 3, 4, 5 цифрлары әр санда бір-ақ рет қайталануға тиіс болса, осы цифрлардан неше үш орынды сан құруға болады?

*Шешуі.* Үш орынды сан жазу үшін берілген үш цифрдың үшеуі де қатысуға тиіс және олардың орындарын ауыстырып отырсақ әртүрлі сандар шығып отырады.

Демек, бұл үш орынды сандардың барлық саны үш цифрдан жасалған алмастыруға тең болады. Алмастыру формуласын қолданып,  $P_3 = 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$ , берілген үш цифрдан әртүрлі 6 сан жазуға болатынын көреміз.

**Анықтама.** Бір-бірінен айырмашылығы элементтерінің құрамында, немесе элементтерінің орналасу ретінде болатын әртүрлі  $n$  элементтен  $m$ -нен жасалған топ *орналастыру* деп аталады.

Барлық орналастырудың саны былайша есептеледі:

$$A_n^m = n(n-1)(n-2)\dots(n-m+1) = \frac{n!}{(n-m)!}$$

*Мысал.* Әртүрлі 6 жалаушадан екі-екіден қойып қанша белгі жасауға болады?

Шешуі. Үш жалаушаның өзінен мынадай белгілер жасауға болады: а қ; қ а; а с; с а; қ с; с қ – бұл белгілердің бір-бірінен айырмашылығы жалаушаның түсінде немесе орналасу ретінде, олай болса, іздеп отырған белгілеріміздің саны 6 – дан 2 – ден жасалған орналастыру болады.  $A_6^2 = 6 \cdot 5 = 30$

**Анықтама.** Бір-бірінен айырмашылығы ең болмағанда бір элементінде болатын әртүрлі  $n$  элементтен  $m$  – нен жасалған топ *теру* деп аталады.

Барлық терулер саны мына формуламен анықталады:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

*Мысал.* 10 адамның ішінен 3 адамды таңдап алу тәсілі қанша?

$$C_{10}^3 = \frac{10!}{3!(10-3)!} = 120$$

**Анықтама.** Берілген әртүрлі  $n$  элементтен  $m$  элемент бойынша *қайталанбалы орналастырулар* деп белгілі бір ретпен жасалған  $m$  элементтен тұратын комбинацияларды айтады. Мұнда әрбір элемент комбинацияға бірнеше рет кіруі мүмкін.

Қайталанбалы орналастырулардың жалпы саны мына формуламен анықталады:  $\tilde{A}_n^m = n^m$ .

*Мысал.* 7 және 5 цифрларының көмегімен әртүрлі үш орынды қанша сан жазуға болады?

Шешуі: іздеп отырған сандарымызды жазып көрсететін болсақ: 777, 775, 757, 577, 555, 557, 575, 577 барлығы 8 сан болады. Ал осы жауапты формуламен табатын болсақ  $\tilde{A}_n^m = 2^3 = 8$ .

**Анықтама.**  $n$  элементтен  $m$  элемент бойынша *қайталанбалы алмастырулар* деп  $n$  элементтен тұратын комбинацияларды айтады. Қайталанбалы алмастырулар саны мына формуламен анықталады:

$$P_{m_1, m_2, \dots, m_k}^n = \frac{n!}{m_1! m_2! \dots m_k!}$$

*Мысал.* Мына 4,5,2,4,4,2 цифрларының көмегімен алты таңбалы қанша сан жазуға болады?

Шешуі:  $P_{2,1,3}^6 = \frac{6!}{2!1!3!} = 60$  яғни, барлығы 60 сан жазуға болады.



**Анықтама.** Берілген  $n$  элементтен  $m$  элемент бойынша қайталанбалы терулер деп бір –бірінен құрамы бойынша ажыратылатын комбинацияларды айтады.

Мұнда бір элемент комбинацияға бірнеше рет кіруі мүмкін.

Қайталанбалы терулер саны мына формуламен анықталады:

$$\tilde{C}_n^m = C_{n+m-1}^m = \frac{(n+m-1)!}{m!(n-1)!}.$$

*Мысал.* Гүл дүкенінде 3 түрлі гүл бар. Алынған 7 гүлден қанша әдіспен букет жасауға болады?

Шешуі: Сатып алынған гүлдің саны жетеу. Жасалған букет 7 гүлден тұрады. Ал осы букетке үш түсті гүлдердің әрбір түсінен бірнеше гүл кіруі мүмкін. Олай болса,

$$\tilde{C}_3^7 = \frac{(7+3-1)!}{7!(3-1)!} = \frac{9!}{7!2!} = 36 \text{ (36 әдіспен букет жасауға болады екен).}$$

### Өз бетімен орындауға берілетін тапсырмалар:

1. Топтағы 30 студенттен ЭЕМ-де жұмыс істеу үшін 3 адамды таңдау керек. Мұны неше тәсілмен орындауға болады?
2. Әр түсті мата бір ғана жолақ жасайтындай етіп 5 түсті матадан қанша әр түрлі бес түсті жалау жасауға болады?
3. 6, 5, 9 цифрлары әр санда бір-ақ рет қайталануға тиіс болса, осы цифрлардан неше үш орынды сан құрауға болады?
4. 0,4,6,7,8 цифрлары арқылы жазылған барлық бес таңбалы сандардың қосындысын табыңыздар.
5. Жазықтықта  $n$  түзу берілген. Олардың кез келген екеуі параллель емес және кез келген үшеуі бір нүктеде қиылыспайды. Берілген түзулердің қанша қиылысу нүктесі бар?
6. Өрнектің мәнін табыңыздар: а)  $8! + 9!$  б)  $10! - 7!$  в)  $(6! - 5!)/120$ .
7. Есептеңіз. а)  $C_{10}^3 = ?$  б)  $C_6^5 = ?$  в)  $C_7^3 = ?$  г)  $C_9^4 = ?$   
д)  $C_4^3$  е)  $C_{10}^5$  ж)  $C_7^3 = ?$
8. а)  $3C_m^3 = 10 C_m^1$  т/к  $m = ?$   
б)  $5C_m^1 = C_m^3$  табу керек  $m = ?$
9. Теңдеуді шешіңіз:  $P_{n+2}/P_n = 72$
10.  $(a+b)^6$  өрнегінің жіктелуін жазыңыз.
11.  $(8x-5y)^6$  жіктелуіндегі төртінші мүшесін табыңыз.
12.  $\left(2\sqrt[3]{2^{-1}} + \frac{4}{x+\sqrt[4]{4}}\right)^6$  өрнегін жіктегенде үшінші мүшесі 240 – қа тең болады.  
 $x$  – ті табыңыздар.
13.  $\left(z^3\sqrt{z^{-1}} + \frac{1}{\sqrt[3]{z^2}}\right)^{10}$  өрнегін жіктегенде  $z$ -тің 0-ші дәрежесі енетін мүшесін табындар. (яғни, жіктелуіндегі  $z$  көбейткіші жоқ болатын)
14.  $n$  элементтен жасалған алмастыру санының  $n+2$  элементтен жасалған алмастыру санына қатысы  $0,1:3$  қатысындай.  $n$  – алмастыру санын табу керек.

15.  $n$  элементтен жасалған алмастыру санының  $n+1$  элементтен жасалған алмастыру санына қатысы  $1:4$  қатысындай.  $n$  – алмастыру санын табу керек.
16.  $n$  элементтен  $3$  – тен жасалған топтын саны  $n+2$  элементтен  $4$  – тен жасалған топтын санынан  $5$  есе кем,  $n$ -ді табу керек.
17.  $n$  элементтен  $2$  – ден жасалған топтын саны  $n+1$  элементтен  $2$  –ден жасалған топтын санынан  $3$  есе кем,  $n$ -ді табу керек.
18. Әр түрлі  $10$  нәрсені екі адамға қанша тәсілмен бөлуге болады?
19.  $1, 0, 3$  цифралары әр санда бір – ақ рет қайталануы тиіс болса, осы цифрлардан үш орынды қанша сан құрауға болады?
20. Дорбадағы  $10$  түске боялған асықты қанша тәсілмен  $2$  – ден алуға болады?
21. Үш элементтен жасалатын алмастыру саны қанша?
22. Жазықтықтағы  $12$  нүкте берілген. Олардың ешқандай үш нүктесі бір түзудің бойында жатпайды. Осы нүктелер әр түрлі неше түзуді анықтайды?
23. Жазықтықтағы  $12$  нүкте берілген. Олардың ешқандай үш нүктесі бір түзудің бойында жатпайды. Осы нүктелер әр түрлі неше шеңберді анықтайды?
24. Үш жігіт пен жеті қызды екі қайықпен өзеннен өткізу керек. Әр қайықта кемінде бір жігіт болатындай етіп, бес-бестен отырғызу үшін қанша тәсіл қолданылуға болады?
25. Хоккей командасының құрамында  $3$  шабуылшы,  $2$  қорғаушы,  $1$  қақпашы болуы керек. Егер  $6$  шабуылшы,  $4$  қорғаушы,  $2$  қақпашы бар болса, онда жаттықтырушы әр түрлі тәсілмен неше команда құруы мүмкін?
26. Бөлімшеде  $60$  солдат және  $5$  офицер бар. Қанша тәсілмен  $3$  солдат және  $1$  офицерден тұратын кезекшілік тағайындауға болады?
27. Теңдеуді шешу керек:
- $C_x^{x-2} = 45$
  - $C_{2x+8}^{2x+3} = 13A_{2x+6}^3$
  - $C_{4x+9}^{4(x+1)} = 5A_{4x+7}^3$
28. а)  $\frac{P_n}{P_{n+2}} = \frac{1}{30}$  табу керек  $n = ?$
- б)  $\frac{P_n}{P_{n+1}} = \frac{1}{4}$  табу керек  $n = ?$
29. Теңдікті дәлелдеңіз: а)  $C_7^3 + C_7^4 = C_8^4$  б)  $C_{10}^5 + C_{10}^6 = C_{11}^6$
30. Өрнекті ықшамдаңыздар: а)  $P_{15} : (A_{14}^x \cdot P_{14-x})$  б)  $(A_k^x + A_k^{x-1}) : A_k^{x-1}$

### III. Айтылымдар алгебрасы.

**Анықтама.** Ақиқат немесе жалған екендігін айтуға болатын сөйлем *айтылым* деп аталады.

*Жай (элементар) айтылым* деп басқа айтылымдарға жіктеуге келмейтін айтылымды айтамыз. Ал, бірнеше айтылымдарға жіктеуге болатын айтылым *күрделі айтылым* деп аталады. Күрделі айтылымдар жай айтылымдардан логикалық амалдар арқылы жасалады. (конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция және терістеу амалдары). Бұл логикалық амалдардың ақиқаттық кестесі төмендегідей:

$X$	$Y$	$\bar{X}$	$X \wedge Y$	$X \vee Y$	$X \rightarrow Y$	$X \leftrightarrow Y$
$a$	$a$	$\text{Ж}$	$a$	$a$	$a$	$a$
$a$	$\text{Ж}$	$\text{Ж}$	$\text{Ж}$	$a$	$\text{Ж}$	$\text{Ж}$
$\text{Ж}$	$a$	$a$	$\text{Ж}$	$a$	$a$	$\text{Ж}$
$\text{Ж}$	$\text{Ж}$	$a$	$\text{Ж}$	$\text{Ж}$	$a$	$a$

$X$ ,  $Y$  әріптерімен айтылымдар белгіленеді, айтылымның мағынасы ақиқат болса айтылымның тұсына  $a$  әрпі, жалған болса  $\text{Ж}$  әрпі жазылады.

$X$  және  $Y$  айтылымдары ақиқат болғанда ғана конъюнкция ( $X \wedge Y$ ) ақиқат болады.

Ал,  $X$  және  $Y$  айтылымдарының ең болмағанда біреуі ақиқат болса, онда дизъюнкция ( $X \vee Y$ ) ақиқат болады.

Импликация ( $X \rightarrow Y$ )  $X$ -ақиқат,  $Y$ -жалған болатын жағдайдан басқаларында ақиқат.

Эквиваленция ( $X \leftrightarrow Y$ ) екеуі де ақиқат немесе екеуі де жалған болғанда ақиқат мәнге ие болады.

Конъюнкция ( $X \wedge Y$ ) үшін ақиқаттық кестесін мынадай мысал арқылы түсінуге болады. Оқытушыға 2 жай айтылымнан тұратын мінездеме берілген: «Ол жақсы оқытушы ( $X$ ) және сырттай оқиды ( $Y$ )». Бұл айтылым  $X$  және  $Y$  айтылымдары ақиқат болғанда ақиқат болады. Бұл кестенің бірінші жолында көрініп тұр. Егер  $X$  жалған, немесе  $Y$  жалған, немесе екеуі де жалған болса, олардың конъюнкциясы жалған болады, өйткені оқытушыға жалған мінездеме беріліп тұр.

Әрбір логикалық амалдың ақиқаттық кестесін негізге ала отырып кез келген формуланың ақиқаттық кестесін құруға болады.

*Мысал.* Формулаға сәйкес ақиқаттық кестесін құру:  $(\bar{X} \vee Y) \rightarrow \bar{Y}$

$X$	$Y$	$\bar{X}$	$\bar{Y}$	$\bar{X} \vee Y$	$(\bar{X} \vee Y) \rightarrow \bar{Y}$
$a$	$a$	$\text{Ж}$	$\text{Ж}$	$a$	$\text{Ж}$
$a$	$\text{Ж}$	$\text{Ж}$	$a$	$\text{Ж}$	$a$
$\text{Ж}$	$a$	$a$	$\text{Ж}$	$a$	$\text{Ж}$
$\text{Ж}$	$\text{Ж}$	$a$	$a$	$a$	$a$

Алғашқы екі бағанда барлық мүмкін жағдайлар жазылған, ал қалған бағандарда сәйкес айтылымның ақиқат, жалғандығы көрсетілген.

*Мысал.* Формулалардың тепе – теңдігін дәлелдеңіз:  $X \wedge Y, (\bar{X} \vee \bar{Y})$

Формулалардың тепе – теңдігін ақиқаттық кестесі арқылы дәлелдеп көрсетуге болады.

$X$	$Y$	$\bar{X}$	$\bar{Y}$	$X \wedge Y$	$\bar{X} \wedge \bar{Y}$	$\bar{X} \vee \bar{Y}$
$a$	$a$	$\text{Ж}$	$\text{Ж}$	$a$	$\text{Ж}$	$\text{Ж}$
$a$	$\text{Ж}$	$\text{Ж}$	$a$	$\text{Ж}$	$a$	$a$
$\text{Ж}$	$a$	$a$	$\text{Ж}$	$\text{Ж}$	$a$	$a$
$\text{Ж}$	$\text{Ж}$	$a$	$a$	$\text{Ж}$	$a$	$a$

Яғни,  $\overline{X \wedge Y} \equiv (\bar{X} \vee \bar{Y})$

**Анықтама.** Құрамындағы айнымалылардың барлық мүмкін мәндерінде тек қана ақиқат мән қабылдайтын формуланы *тавтология* деп атайды.

Формуланың тавтология емес екенін ондағы айнымалылардың біреуінде жалған мән қабылдауынан – ақ айтуға болады.

Мысал. а)  $\overline{X \wedge Y} \leftrightarrow (\overline{X} \wedge \overline{Y})$

$X$	$Y$	$X \wedge Y$	$\overline{X \wedge Y}$	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X} \wedge \overline{Y}$	$\overline{X \wedge Y} \leftrightarrow (\overline{X} \wedge \overline{Y})$
$A$	$a$	$a$	$\text{ж}$	$\text{ж}$	$\text{ж}$	$\text{ж}$	$a$
$A$	$\text{ж}$	$\text{ж}$	$a$	$\text{ж}$	$a$	$\text{ж}$	$\text{ж}$
$\text{Ж}$	$a$	$\text{ж}$	$a$	$a$	$\text{ж}$	$\text{ж}$	$\text{ж}$
$\text{Ж}$	$\text{ж}$	$\text{ж}$	$a$	$a$	$a$	$a$	$a$

Берілген формула тавтология емес.

б)  $\overline{X \wedge Y} \leftrightarrow (\overline{X} \vee \overline{Y})$

$X$	$Y$	$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$X \wedge Y$	$\overline{X \wedge Y}$	$\overline{X} \vee \overline{Y}$	$\overline{X \wedge Y} \leftrightarrow (\overline{X} \vee \overline{Y})$
$a$	$a$	$\text{ж}$	$\text{ж}$	$a$	$\text{ж}$	$\text{ж}$	$a$
$a$	$\text{ж}$	$\text{ж}$	$a$	$\text{ж}$	$a$	$a$	$a$
$\text{ж}$	$a$	$a$	$\text{ж}$	$\text{ж}$	$a$	$a$	$a$
$\text{ж}$	$\text{ж}$	$a$	$a$	$\text{ж}$	$a$	$a$	$a$

Берілген формула тавтология.

**Берілген ақиқаттық кестесі арқылы формула құру.**

Мысал.  $X$ ,  $Y$  және  $Z$  айнымалыларынан тұратын  $F$  формуласы берілсін. Формуланың ақиқаттық кестесі төмендегідей:

$X$	$Y$	$Z$	$F(X, Y, Z)$
$a$	$a$	$a$	$a$
$a$	$a$	$\text{ж}$	$\text{ж}$
$a$	$\text{ж}$	$a$	$\text{ж}$
$a$	$\text{ж}$	$\text{ж}$	$a$
$\text{ж}$	$a$	$a$	$\text{ж}$
$\text{ж}$	$a$	$\text{ж}$	$\text{ж}$
$\text{ж}$	$\text{ж}$	$a$	$\text{ж}$
$\text{ж}$	$\text{ж}$	$\text{ж}$	$a$

Берілген кестеге сәйкес формула жазудың 2 тәсілі бар. Кестедегі ақиқат мәндерге сәйкес келетін жолдарды бөліп алайық. Олар 1, 4, 8 – жолдар. Әрбір жолдың айнымалыларынан нәтижесінде ақиқат мән шығатындай конъюнкция құрамыз.

$X \wedge Y \wedge Z$  - 1 жол үшін;

$X \wedge \overline{Y} \wedge \overline{Z}$  - 4 жол үшін;

$\overline{X} \wedge \overline{Y} \wedge \overline{Z}$  - 8 жол үшін.

Енді осы конъюнкциялардың дизъюнкциясын жазсақ берілген кестеге сәйкес формула шығады:

$$(X \wedge Y \wedge Z) \vee (X \wedge \overline{Y} \wedge \overline{Z}) \vee (\overline{X} \wedge \overline{Y} \wedge \overline{Z}) \equiv F(X, Y, Z)$$

Мұндай тәсілмен алынған формула дизъюнкцияның қалыпты нормаль түрі (д. қ. н. т.) деп аталады.

Берілген кестеге сәйкес формуланы басқа тәсілмен де жазуға болады. Ол үшін:

1) жалған мән қабылдап тұрған жолдарды бөліп аламыз;

2) әрбір жолдың айнымалыларынан дизъюнкция құрамыз немесе нәтижесінде дизъюнкция болатындай айнымалылардың терістеуін аламыз;

3) алынған дизъюнкцияларды конъюнкциямен байланыстырамыз.

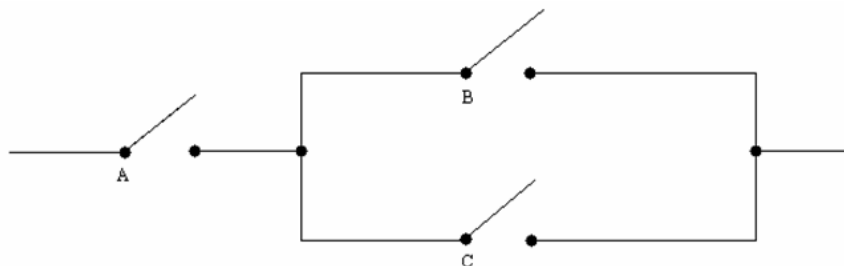
Сонда берілген кестеге сәйкес мынадай формула шығады:

$$(\overline{X} \vee \overline{Y} \vee Z) \wedge (\overline{X} \vee Y \vee \overline{Z}) \wedge (X \vee \overline{Y} \vee \overline{Z}) \wedge (X \vee \overline{Y} \vee Z) \wedge (X \vee Y \vee \overline{Z})$$

Мұндай тәсілмен алынған формула конъюнкцияның қалыпты нормаль түрі ( к. қ. н. т. ) деп аталады.

Құрама айтылымдардың логикалық қатынастары тұрмыс, техника және ғылым салаларында қолданыс табатындығы қазірде белгілі болып отыр. Математикалық логиканың электр тізбегінде қолданылуы төменде көрсетілген.

*Мысал.*  $A \wedge (B \vee C)$  айтылымын электр жүйесіне енгізейік.

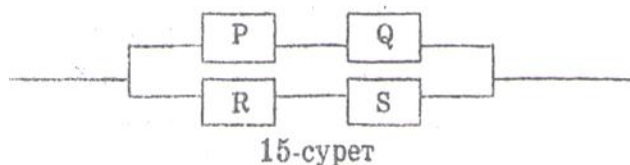


Дизъюнкция амалымен жалғасқан айтылымдарға параллель қосылған блоктар сәйкес келеді.

$A \wedge (B \vee C)$  конъюнкциясына сәйкес блоктар электр жүйесіне тізбектей қосылғанда ғана ток жүреді, керісінше, блоктар жүйеге тізбектей қосылғанда айтылымдар конъюнкциясы орындалады.

*Мысал*  $(P \wedge Q) \vee (R \wedge S)$  күрделі айтылымын электр жүйесіне енгізу керек.

Жақшалар ішінде конъюнкция амалдары тұр, бұларға сәйкес блоктарды тізбектей қосу керек. Ал, конъюнкциялардың нәтижелеріне дизъюнкция қолданылған, бұған орай блоктарды параллель қосу керек. Сонда есептің шешімі төмендегідей болады.



15-сурет

### Өз бетімен орындауға берілетін тапсырмалар:

- Төмендегі сөйлемдердің қайсысы айтылым болады?
  - Бөлменің ауданы  $25 \text{ м}^2$
  - Тең бүйірлі үшбұрыштың табанындағы бұрыштары тең болады.
  - Параллелограмның қарама - қарсы қабырғалары тең.
  - $x + y = 10$
  - $17 \cdot 2 + 5 = 37$
  - $3 - 28$
  - 2 курстың студенті
  - Бүгін сәрсенбі
  - төртбұрыштар тең.
- Төмендегі айтылымдардың логикалық құрылымын жазыңыз:
  - « 27 саны жұп және 10-ға бөлінбейді »
  - «  $X \geq 12$  » .
  - « Егер үшбұрыш теңбүйірлі болса, онда оның табанындағы бұрыштары тең »
  - «Егер төртбұрыштың қарама - қарсы қабырғалары тең және параллель болса, онда ол төртбұрыш параллелограмм ».

3. Берілген айтылымдардың ақиқат, жалғандығын анықтаңыз
- $42+7 \neq 50$
  - $42 < -15$
  - барлық сан 10-ға бөлінеді
  - Қазақстанның астанасы - Астана
  - $17*2+5 = 39$
  - $17*2+3 = 95$
  - Кез келген натурал сан 0-ден үлкен
  - 79 - жай сан.
4. Төмендегі айтылымдардың қайсысы жалған?
- $n$  – жұп сан немесе  $n+1$  жұп сан
  - $n$  – жұп сан және  $n+1$  жұп сан
  - жазықтықтағы  $a$ ,  $b$  түзулері параллель немесе қиылысады
  - $(x>0) \vee (x<0)$
  - ABC үшбұрышы тік бұрышты немесе доғал бұрышты немесе сүйір бұрышты
  - $(x>0) \wedge (x<0)$
  - Төртбұрыштың қарама - қарсы қабырғалары тең
  - жазықтықтағы түзулер қиылысады.
5. Төмендегі сөйлемдердің ақиқат шартын конъюнкция немесе дизъюнкция арқылы көрсетіңіз:
- $a, b$  – нақты сандар.  $ab \neq 0$
  - $a, b$  – нақты сандар.  $ab=0$
  - $a, b$  – нақты сандар.  $a/b=0$ .
6. Берілген сөйлемдерді мағынасын өзгертпей конъюнкция немесе дизъюнкция арқылы беріңіз:
- квадрат теңдеудің екіден артық түбірі болмайды
  - $a + b + c$  қосындысындағы әрбір қосылғыш жұп сан
  - $n, n-1, n+1$  натурал сандарының кемінде біреуі жұп сан
7. Төмендегі сөйлемдерді терістеу таңбасынсыз көрсетіңіз:
- $\overline{a < b}$ , б)  $\overline{a > b}$ .
8. Егер айнымалылар саны 3 болса, ақиқат кестесіндегі айтылым мәндері қанша?
9. Ақиқаттық кестесін құру керек:
- $x \rightarrow y \leftrightarrow \overline{x} \vee y$ ; б)  $x \rightarrow (x \rightarrow y)$ .
10. Мына формулалардың ішінен тепе – тең формулаларды табыңыз:
- $\overline{X \wedge Y}$
  - $\overline{X \vee Y}$
  - $X \wedge \overline{Y}$
  - $\overline{X} \vee \overline{Y}$
  - $X \rightarrow Y$
  - $Y \rightarrow X$
  - $\overline{X} \rightarrow \overline{Y}$
  - $\overline{Y} \rightarrow \overline{X}$ .
11. Тепе – теңдіктердің қайсысы ақиқат ?
- $X \equiv \overline{\overline{X}}$

- б)  $X \equiv X \wedge X$
- в)  $Y \equiv Y \vee Y$
- г)  $X \wedge Y \equiv Y \vee X$
- д)  $X \vee \bar{X} \equiv a$ .

12. Формулалардың ішінен тепе - тең формуланы көрсетіңіз:

- а)  $x \wedge y, x \vee y$ ;
- б)  $\bar{x} \vee \bar{y}; \overline{x \wedge y}$
- в)  $\overline{x \vee y}, \bar{x} \vee \bar{y}$
- г)  $\overline{x \vee y}, x \wedge y$
- д)  $x \rightarrow y, y \rightarrow x$ .

13. Мына тепе-теңдіктердің қайсысы жалған:

- а)  $x \equiv \bar{\bar{x}}$
- б)  $x \equiv x \wedge x$ ;
- в)  $y \equiv y \vee y$
- г)  $x \wedge y \equiv x \vee y$
- д)  $x \vee \bar{x} \equiv a$ .

14.  $\bar{\delta} \vee \bar{\delta} \wedge \delta$  формуласын Морган заңымен түрлендіру керек.

15. Берілген әрбір формулаға сәйкес д. қ. н. т. және к. қ. н. т. құрыңыз:

- а)  $X \rightarrow Y$
- б)  $X \leftrightarrow Y$
- в)  $(X \leftrightarrow Y) \wedge \overline{X \wedge Y}$
- г)  $\overline{X \wedge Y} \leftrightarrow (\bar{X} \wedge \bar{Y})$ .

16. Эквивалент амалы мен импликацияның арасындағы байланысты табу керек.

- а)  $x \wedge y \leftrightarrow y \wedge x$
- б)  $(x \leftrightarrow y) \leftrightarrow (x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow x)$
- в)  $x \vee y \leftrightarrow y \vee x$
- г)  $x \vee (y \vee z) \leftrightarrow (x \vee y) \vee z$
- д)  $x \wedge (y \vee z) \leftrightarrow x \wedge y \vee x \wedge z$ .

17. Берілген кестеге сәйкес формула құрыңыз:

$X$	$Y$	$Z$	$F_1$	$F_2$
$a$	$a$	$a$	$a$	$\text{ж}$
$a$	$a$	$\text{ж}$	$a$	$a$
$a$	$\text{ж}$	$a$	$a$	$\text{ж}$
$a$	$\text{ж}$	$\text{ж}$	$\text{ж}$	$a$
$\text{ж}$	$a$	$a$	$a$	$\text{ж}$
$\text{ж}$	$a$	$\text{ж}$	$\text{ж}$	$\text{ж}$
$\text{ж}$	$\text{ж}$	$a$	$\text{ж}$	$\text{ж}$
$\text{ж}$	$\text{ж}$	$\text{ж}$	$a$	$a$

18. Жүгіруден жарысқа 4 дос қатысты: Асан, Бақыт, Боран және Азат. Достар алғашқы 4 орынды иеленді. Кім қандай орын алды? – деген сұраққа олар былай жауап берді. Асан: мен екінші, ал Бақыт үшінші.  
 Боран: мен екінші, ал Асан бірінші.  
 Азат: мен екінші, ал Бақыт төртінші.

Егер біреуінің жауабы ақиқат, қалғандарының жалған болса, кім қандай орын алғаны?

19. Берілген кестелер бойынша формула құрастыру керек.

а)

$X$	$Y$	$F$
$a$	$a$	$a$
$a$	$\text{ЖС}$	$\text{ЖС}$
$\text{ЖС}$	$a$	$a$
$\text{ЖС}$	$\text{ЖС}$	$a$

б)

$X$	$Y$	$F$
$a$	$a$	$a$
$a$	$\text{ЖС}$	$a$
$\text{ЖС}$	$a$	$a$
$\text{ЖС}$	$\text{ЖС}$	$\text{ЖС}$

в)

$X$	$Y$	$F$
$a$	$a$	$a$
$a$	$\text{ЖС}$	$\text{ЖС}$
$\text{ЖС}$	$a$	$\text{ЖС}$
$\text{ЖС}$	$\text{ЖС}$	$\text{ЖС}$

г)

$X$	$Y$	$F$
$a$	$a$	$a$
$a$	$\text{ЖС}$	$\text{ЖС}$
$\text{ЖС}$	$a$	$\text{ЖС}$
$\text{ЖС}$	$\text{ЖС}$	$a$

20. Конъюнкция мен дизъюнкцияның өз ара байланысын табу керек.

а)  $x \wedge y \Leftrightarrow y \wedge x$

б)  $(x \Leftrightarrow y) \Leftrightarrow (x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow x)$

в)  $x \vee y \Leftrightarrow y \vee x$

г)  $x \vee (y \vee z) \Leftrightarrow (x \vee y) \vee z$

д)  $x \wedge (y \vee z) \Leftrightarrow x \wedge y \vee x \wedge z$

21. Берілген формулалар логика заңдары бола ма?

а)  $((a \rightarrow b) \wedge \bar{b}) \rightarrow \bar{a}$

б)  $\overline{\overline{a} \vee b \vee c} \equiv a \wedge \bar{b} \wedge c$

в)  $((\bar{a} \rightarrow b) \wedge (\bar{a} \rightarrow \bar{c}) \wedge (\bar{b} \vee c)) \rightarrow a$

22. Төменде берілген формула тавтология бола ма?

$$(\overline{xy} \vee \overline{xyz}) \vee (\overline{x} \vee xy \vee \overline{y})$$

23. Айгүл, Анар, Әсел және Асан әртүрлі аспаптарда ойнайды. (домбыра, гитара, сырнай және скрипка) Бұл студенттер сонымен қатар әртүрлі шет тілдерін меңгерген. (ағылшын, француз, неміс және испан)

Олардың сырнайда ойнайтыны испанша сөйлей алады. Анар скрипкада, домбырада ойнамайды, ағылшын тілін білмейді. Айгүл скрипкада, домбырада ойнамайды, ағылшын тілін білмейді. Ал немісше сөйлейтіні домбырада ойнамайды. Әсел француз тілін біледі, бірақ скрипкада ойнамайды.

Кім қандай аспапта ойнайды және қандай тілді меңгерген?

24. Жауапқа тартылған А, Б және С деген азаматтар былайша түсініктеме берді:

А: Б кінәлі, ал С кінәлі емес.

Б: А кінәлі емес немесе С кінәлі.

С: Мен кінәлі емеспін, ал А мен Б – ң біреуі кінәлі.

Сонда кім кінәлі болғаны?

25. Берілген формулалардың ақиқаттық кестесін құрыңыздар.

а)  $\overline{y} \vee \overline{z} \rightarrow x$

б)  $p \wedge q \wedge \bar{r} \rightarrow p$

26. Берілген күрделі айтылымға сәйкес блок-схема сызыңыздар:



- а)  $(A \vee B) \wedge (C \vee D)$   
 б)  $(A \wedge B \wedge C) \vee (A \wedge \bar{B}) \vee \bar{A}$
27.  $A \wedge (B \vee C)$ ,  $(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$  формулаларының эквивалентті екендігін схема арқылы дәлелденіздер.
28.  $P \wedge \bar{P}$ ,  $P \vee \bar{P}$  күрделі айтылымдарына мысалдар келтіріп, ақиқаттық кестесін сызыңыздар.
29.  $(a \vee \bar{b}) \wedge (c \vee e)$  формуласын түрлендіру керек.
30. Логикалық теңдеуді шешу керек.  
 $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p) = \bar{p} \wedge \bar{q}$

#### IV. Предикаттар алгебрасы

**Анықтама.** Бір немесе бірнеше айнымалысы бар және олардың нақтылы мәндерінде айтылымға айналатын сөйлем *предикат* деп аталады. Предикатқа енетін айнымалының санына қарай бір орынды, екі орынды, үш орынды т.с.с. предикаттар анықталады.

Айтылымдар сияқты предикаттар да *a*, *ж* мәндерін қабылдайды. Сондықтан, оларға да айтылымдар логикасының амалдарын қолдануға болады. (конъюнкция, дизъюнкция, терістеу, импликация, эквиваленция). Логикалық айтылымдардың формуласының тавтология екендігі ақиқаттар кестесін құру арқылы тексеріледі. Ал, предикаттар логикасында оның формуласының ақиқат, жалғандығын тексеретін тәсіл жоқ. Ол тек талқылаулар арқылы ғана жүзеге асады.

*Мысал.*  $P(X) \equiv \langle X \text{ жай сан} \rangle$

$R(X) \equiv \langle X \text{ жұп сан} \rangle$

$Q(X) \equiv \langle X \text{ тақ сан} \rangle$

$S(X; Y) \equiv \langle Y \text{ } X \text{ – қа бөлінеді} \rangle$  предикаттары берілсін.

а)  $R(2) \wedge P(2)$  - 2 жұп сан және жай сан (*a*)

б)  $Q(3) \wedge P(5)$  - 3 тақ сан және 5 тақ сан (*a*)

г)  $\forall X(S(2; X)) \rightarrow R(X)$  – кез келген *x* саны 2-ге бөлінсе, онда *x* жұп сан;

д)  $\exists X(R(X) \wedge S(10, X))$  - жұп сан болатын және 10-ға бөлінетін қандайда бір *X* саны табылады. (*a*)

Айтылымдар логикасының амалдары предикатты күрделі предикатқа түрлендіреді. Ал предикаттарды айтылымдарға түрлендіру үшін логикада көбінесе *жалпылық* кванторы ( $\forall$ ), *бар болу* ( $\exists$ ) кванторлары қолданылады.

*Квантор* - латын сөзінен алынған, «қанша» деген мағынаны білдіреді. Жалпы алғанда квантор логикалық амал. Ол предикатқа қолданғанда шыққан өрнектің мүмкіндік аймағының мөлшерін анықтайды.

*Мысал.* «төртбұрыштың қарама – қарсы қабырғалары тең» сөйлемінің ақиқат не жалғандығын айта алмаймыз. Егер осы сөйлемнің алдына «барлық» немесе «кейбір» сөздерін қолданатын болсақ, онда предикатымыз айтылымға айналады: «барлық төртбұрыштың қарама – қарсы қабырғалары тең» (жалған айтылым) «кейбір төртбұрыштың қарама – қарсы қабырғалары тең» (ақиқат айтылым). Сонымен, предикаттың алдына қойылған «барлық», «кейбір», «бар – болады» сөздері оны айтылымға айналдырады екен.

*Мысалы:*  $P(x) : \langle x + 2 > x, x \in N \rangle$  предикаты үшін  $\forall x \in N, P(x)$  түріндегі жазба « кез келген  $x$  натурал саны үшін  $x + 2 > x$  теңсіздігі орындалады » деген пікірді білдіреді.

$\exists x \in N, P(x)$  жазбасы «  $x + 2 > x$  теңсіздігі орындалатын  $x$  натурал саны бар болады » деп оқылады.

### Өз бетімен орындауға берілетін тапсырмалар:

- Төмендегі сөйлемдердің ішінен предикатты анықтаңыз.
  - $x$  – жай сан.
  - Оның қарама-қарсы қабырғалары тең.
  - барлық сан 12-ге бөлінеді.
  - $x + 3y = 10$ .
  - Квадратты сырттай шеңбер сызуға болады.
  - $X \wedge Y \equiv Y \vee X$ .
- Бір, екі және үш орынды предикатты анықтаңыз:
  - $x > 11$
  - $x > y$
  - $x y = 15$
  - $\frac{x}{y} + z + \sin x < 0$
  - $x y - 1 < 0$ .
- 3 орынды предикатты анықтаңыз:
  - $x > 1$ ;
  - $x > y$ ;
  - $xy = 10$ ;
  - $\frac{x}{y} + z + \sin x < 0$ ;
  - $xy - 1 < 0$ .
- Төрт орынды предикатты анықтаңыз:
  - $x > 1$ ;
  - $x > y$ ;
  - $xy = 10$ ;
  - $\frac{x}{y} + z + \sin x < 0$ ;
  - $xy - 1 < 0$ .
- $Q(X) \equiv \langle X \text{ жай сан} \rangle$  предикаты берілген. Мына айтылымдардың қайсысы ақиқат?
  - $Q(9)$
  - $Q(14)$
  - $Q(3)$
  - $Q(8)$
  - $Q(0)$ .
- $P(X) - \langle \text{Төртбұрыштың қарама-қарсы қабырғалары тең} \rangle$  айтылымы,  $X$ -тің қандай мәнінде ақиқат болады?
- $P(X) \equiv \langle X \text{ жай сан} \rangle$   
 $R(X) \equiv \langle X \text{ жұп сан} \rangle$

$Q(X) \equiv \langle X \text{ тақ сан} \rangle$

$S(X; Y) \equiv \langle Y \text{ } X \text{ – қа бөлінеді} \rangle$  предикаттары берілген.

а)  $R(X) \wedge \overline{P(X)}$

б)  $R(X) \wedge \overline{P(X)}$

в)  $Q(3) \wedge P(3)$

г)  $\forall X(S(2; X) \rightarrow R(X))$

д)  $\exists X(R(X) \wedge S(X, 10))$

е)  $\exists X(R(X) \wedge S(X, 5))$

ж)  $Q(5) \wedge P(5)$  формуласымен қандай айтылым берілген?

8. Төмендегі предикаттарды теңбе - тең болатындай дизъюнкциямен алмастыру керек:

а)  $|x + 3| > 3$

б)  $x^2 - 5x + 6 = 0$

в)  $|x + 1| > 3$

г)  $x^2 - 2x - 3 = 0$ .

9.  $P(x)$  – « $x$  бүтін сан»,

$Q(x)$  – « $x$  оң сан»,

$R(x)$  – « $x$  жай сан»,

$S(x; 3)$  – « $x$  саны 3 – ке бөлінеді» предикаттары берілген.

а) « $x$  саны 6 – ға бөлінеді тек сонда ғана, егер  $x$  саны 2 – ге және 3 – ке бөлінсе»

б) «Егер  $x$  саны 2 – ге бөлініп және 6 – ға бөлінбесе, онда  $x$  саны 3-де бөлінбейді»

в) «Егер  $x$  саны бүтін сан және оң сан болса, онда  $x$  саны 3-ке бөлінеді немесе 3-ке бөлінбейді»

г) « $x$  саны бүтін, оң сан, бірақ жай сан емес»

д) « $x$  саны 100-ге бөлінеді тек сонда ғана, егер  $x$  саны 5-ке және 10-ға бөлінсе»

е) « $x$  саны 10-ға бөлініп және 5-ке бөлінбесе, онда  $x$  саны 100-ге бөлінбейді» предикаттары логикалық түрде қалай жазылады?

10. Берілген предикаттарды кванторлар арқылы жазу керек.

а)  $X+10=2$  болатындай  $X$  саны табылады.

б)  $X+10=x$  болатындай  $X$  саны табылмайды.

в) Кез келген  $X$  және  $Y$  сандары үшін  $x+y=z$  болатындай  $Z$  саны табылады.

11.  $2x + 3 = 11$  теңдеуі  $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$  жиынында анықталған.

Табу керек  $\{x \mid x \in A \wedge 2x + 3 = 11\} = ?$

12.  $3x + 1 = 10$  теңдеуі  $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$  жиынында анықталған.

Табу керек  $\{x \mid x \in A \wedge 3x + 1 = 10\} = ?$

13.  $(x^2 - 1)(2x - 1) = 0$  теңдеуі берілген. Табу керек:

а)  $\{x \mid x \in \mathbb{Q} \wedge (x^2 - 1)(2x - 1) = 0\}$

б)  $\{x \mid x \in \mathbb{N} \wedge (x^2 - 1)(2x - 1) = 0\}$

в)  $\{x \mid x \in \mathbb{Z} \wedge (x^2 - 1)(2x - 1) = 0\}$ .

14. Төмендегі формуланың түрін анықтау керек.

$(\overline{xy} \vee \overline{xyz}) \vee (\overline{x} \vee xy \vee \overline{y})$ .

15. Бір үйдегі 4 балалардың аттары – Айгүл, Анар, Ануар, Бақыт, ал жастары – 5, 8, 10 және 15. Олардың біреуі балалар бақшасына барады. Айгүл Анардан үлкен.

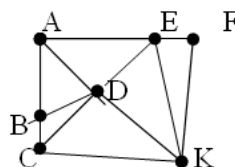
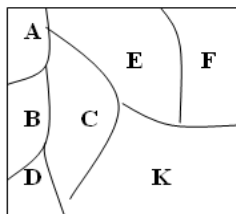
- Айгүл мен Ануардың жастарын қосқанда, нәтиже 3-ке бөлінеді. Сонда ең үлкені кім?
16.  $P(x) - N$  сандар жиынында берілген кез келген предикат. Егер  $P(n_0) \wedge (\forall k \geq n_0, P(k) \rightarrow P(k+1))$  айтылымы ақиқат болса, онда барлық  $n \geq n_0$  үшін  $P(x) -$  ақиқат болады. Бұл математикалық дәлелдеудің қандай түрі?
17.  $|x| > 3 \Leftrightarrow x^2 - 9 > 0$  предикаттары  $x -$  тің қандай мәнінде ақиқат?
18. а)  $M = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$  жиынында берілген  $\overline{x > 2}$  предикатының ақиқат жиынын табу керек.  
 б)  $M = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$  жиынында берілген  $\overline{x - \text{жайсан}}$  предикатының ақиқат жиынын табу керек.
19.  $P(X) \equiv$  "X жай сан"  
 $R(X) \equiv$  "X-жұп сан"  
 $Q(X) \equiv$  "X-тақ сан"  
 $S(X) \equiv$  "У х-қа бөлінеді" предикаттары берілген.  $R(4) \wedge P(4)$  және  $Q(3) \wedge P(3)$  формуласымен қандай айтылымдар берілген.
20.  $P(X) \equiv$  "X жай сан"  
 $R(X) \equiv$  "X-жұп сан"  
 $Q(X) \equiv$  "X-тақ сан"  
 $S(X) \equiv$  "У X-қа бөлінеді" предикаттары берілген.  
 $\forall X(S(2;X)) \rightarrow R(X)$  формуласымен қандай айтылым берілген?
21.  $Q(X) \equiv$  "X-жай сан" предикаты берілген. Мына айтылымдардың қайсысы жалған?  
 а)  $Q(6)$ ;  
 б)  $Q(12)$ ;  
 в)  $Q(7)$ ;  
 г)  $Q(4)$ ;  
 д)  $Q(0)$ .
22.  $x$ -тің қандай мәнінде  $x+1=0 \Leftrightarrow \cos x = \pi$  предикаттары жалған болады?
23.  $|x| > 3 \Leftrightarrow x^2 - 9 > 0$  күрделі предикаты  $x$ -тің қандай мәнінде ақиқат?
24.  $|x| < 0 \Leftrightarrow \sin x = 2$  күрделі предикаты  $x$ -тің қандай мәнінде жалған?
25.  $x$ -тің қандай мәнінде  $x+1=0 \Leftrightarrow \cos x = \pi$  предикаттары ақиқат болады?
26.  $P(X) -$  "Төртбұрыштың қарама-қарсы қабырғалары тең емес" предикаты,  $X$ -тің қандай мәнінде ақиқат болады?
27. а)  $|x+1| > 3$  б)  $x^2 - 2x - 3 = 0$  предикаттарын теңбе-тең болатындай дизъюнкциямен алмастырыңыз.
28. Морган заңын қолданып түрлендіріңіз:  
 а)  $\overline{\forall x, P(x)}$  б)  $\overline{\exists x, P(x)}$
29. Функция ұғымының ( $y = f(x)$ ) анықтамасын предикаттар логикасы тілімен жазып көрсетіңіз.
30. Егер  $A = \{x|A(x)\}, B = \{x|B(x)\}$  болса, онда а)  $A \cup B = ?$  б)  $A \cap B = ?$  в)  $A \subseteq B = ?$

## V. Графтар теориясы

*Граф дегеніміз* - белгілі бір жиынның элементтерінен (нүктелерден) және оларды қосатын стрелкалардан (бағытталған сызықтардан) тұратын ерекше сызба. Берілген нүктелер графтың *төбелері*, ал оларды қосатын стрелкалар графтың

қабырғалары деп аталады. Графтар арқылы көптеген жағдайлардың моделін құруға болады.

*Мысал.* Географиялық карта бетінде әрбір елдің шекарасы кем дегенде 4 түрлі бояумен сырланатынын дәлелдеп көрейік. (ортақ шекаралары бар елдер) Егер әрбір елді граф төбесі деп белгілеп, ортақ шекарасы бар екі елдің төбесін қоссақ граф қабырғасын аламыз.



Графтың бұл түрі *жазық граф* деп аталады.

Сонда, елдерді бояу – граф төбелерін бояу, ал ортақ шекараларын бояу – граф қабырғаларын бояу деген сөз. (олар әртүрлі түспен боялуы тиіс)

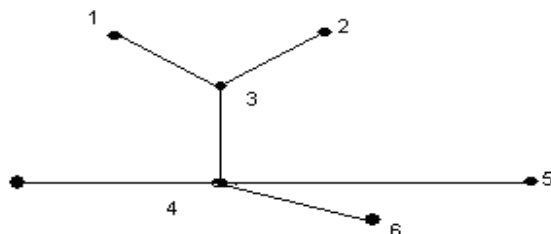
Бұл мысалдардан граф дегеніміз әртүрлі жағдайларды модельдеу үшін қажетті құрал екендігін көреміз.

*Мысал.* Құрылықтағы бірнеше елді мекендердің әрқайсысынан шығатын 2 машина жолы, 3 жаяулар жолы бар. Әрбір жол қандай да бір елді мекенге әкеледі. Кез-келген екі ел әйтеуір бір жолмен байланысқан. Елді мекендер саны қанша?

Шешуі: Граф тұрғызамыз. Әрбір елді мекен граф төбесі болады. Олардан шығатын жолдар граф қабырғаларын көрсетеді. Граф толық, себебі, графтың әрбір екі төбесі өзара байланысты және әр төбеден 5 қабырға шығып тұр.

Олай болса, төбелер саны немесе елді мекендер саны 6.

**Анықтама.** Циклсіз (топтамасыз) байланысқан граф *ағаш* деп аталады.



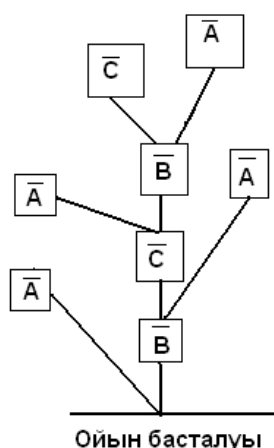
Кәдімгі ағаш өсімдігі, ол әрине, төменнен жоғары қарай өседі, буындардан бұтақтар тарайды. Ағаштың суретін пайдаланып логикалық мүмкін барлық жағдайларды талдау, жағдайлардың санын есептеу кейде көрнекі де тиімді болады. Мұны мына мысалмен түсіндірелік.

*Мысал.* Ойыншы А қарсыластары В және С ойыншыларымен алма-кезек ойнаған. Келісім бойынша ойын А ұтылғанда, не болмаса ол әр ойыншымен екі рет ойнағаннан кейін тоқтатылады. Тең түскен ойындар есептелмейді.

Қанша партия ойнауы мүмкін? Ойын нәтижелері қандай болар еді?

А, В және С ойыншыларының ұтқандағын белгілеу үшін осы әріптердің өздерін қалдыралық, ал олардың ұтылу жағдайларын  $\bar{A}$ ,  $\bar{B}$  және  $\bar{C}$  арқылы белгілейік. Әрине, барлық мүмкін жағдайларды және ойнатылған партия санын «саусақтың ұшымен» есептеуге болады. Дегенмен, «ағаш» деп аталатын сурет салып, содан кейін есептеулер жүргізу көрнекі. Мұндай әдістің басқа да есеп- қисаптарда

жалпылық мәні барлығын ескерте кетелік. Алдымен А ойыншы В ойыншымен ойнайды: не А ұтады, не А ұтылады. Сонда  $\bar{A}$  тұрған жерден әрі қарай терек өсуі жоқ, өйткені есеп шарты бойынша ойын бітіп қалады.



Ойын созыла қалса, екінші кезекте А ойыншы С ойыншымен ойнайды және т.б. Сөйтіп, есептің шартына орай сурет шығады.

Сонымен, ағаш бұтақтарының біткен жерлерінен төменге дейін жүре отырып, есептің жауабын табамыз:

$$(\bar{A}) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B}) \vee (\bar{A} \wedge \bar{C} \wedge \bar{B}) \vee (\bar{A} \wedge \bar{B} \wedge \bar{C} \wedge \bar{B}) \vee (\bar{C} \wedge \bar{B} \wedge \bar{C} \wedge \bar{B})$$

Бұл қатынаста  $\bar{A}$  мен  $\bar{B}$  таңбалары А ойыншының ұтқандығын көрсетеді, ал, А-ның ұтылатындығы-  $\bar{A}$ . Сондықтан, соңғы өрнекті былай жазуға болады:

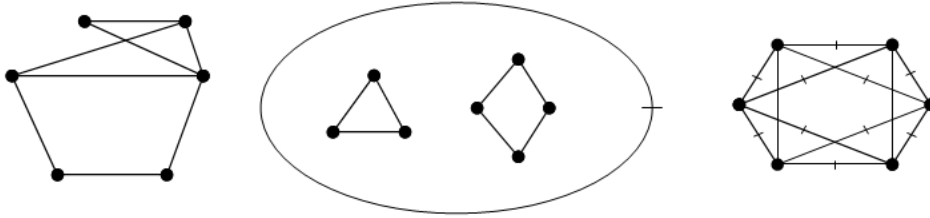
$$(\bar{A}) \vee (\bar{A} \wedge A) \vee (\bar{A} \wedge A \wedge A) \vee (\bar{A} \wedge A \wedge A \wedge A) \vee (A \wedge A \wedge A \wedge A)$$

### Өз бетімен орындауға берілетін тапсырмалар:

1.  $X = \{2,4,6,8,12,15\}$  жиынында «еселі» қатысы берілген. Қатысты графта көрсетіңіздер.
2. Графтар теориясының қолданысына мысалдар.
3.  $\sum_{i=1}^p \deg v_i = 2q$ , мұндағы  $q$  – қабырғалар саны,  $P$  – төбелер саны. Бұл формула нені анықтайды?
4. Кез келген графтағы тақ дәрежелі төбелердің санын анықтау керек.
5.  $X = \{2,4,6,8,12,15\}$  жиынында «бөлінеді» қатысы берілген. Қатысты графта көрсетіңіздер.
6.  $X = \{5,8,9,12,15\}$  жиынының элементтерінің арасындағы «артық» қатысының графын салыңыздар.
7. Өзіңіздің әжеңіздің әжесінің әжесі қанша?
8. Жиналыста кездескен 25 оқытушы өз ара қол алысып амандасты. Сонда қанша қол алысу болды?
9. 32 студенттен қанша тәсілмен 2 кезекшіден тағайындауға болады?
10. 8 шеңбердің қиылысу нүктелерінің максималды саны қанша?
11. Қатар тұрған 3 адамның біреуі әрқашан шындықты айтады (шыншыл), екіншісі өтірік (өтірікші), ал үшіншісі кейде өтірік, кейде шын (дипломат) айтады. Сол жақта тұрғаннан: «қасыңда тұрған кім?», - деп сұрағанда, ол «шыншыл» деп жауап берді. Ортадағыдан «сен кімсің?», - деп сұрағанда, «мен дипломатпын»

деді. Оң жақта тұрғаннан: «қасында тұрған кім?»,- деп сұрағанда, ол «өтірікші» деп жауап берді. Кім қайда тұрғаны?

12. Төмендегі графтар қалай аталады? Қандай ерекшеліктері бар?



13. Берілген графтың дәрежесін анықтау керек.

14.  $G_1, G_2$  графтары гомеоморфты?

15.  $G_1$  графы  $G_2$  графының ішкі графы деген не?

16. Егер төбесі  $p$ -ға тең орманның  $p-k$  қабырғасы болса, онда ормандағы ағаштар саны  $k$ -ға тең. (дәлелдеу)

17.  $X = \{1; 2; 3; 4\}$  сандар жиынында  $x \geq y$  қатысы берілген. Осы қатысты графта бейнелеңіз.

18. Рефлексивті, симметриялы және транзитивті қасиеттері бар қатыстардың графтарын салыңыздар.

19. Егер жазық графтың төбелерінің саны 6, қабырғаларының саны 9 болса, қанша жағы болады?

20. Төбелерінде «ілгек» болатын графты салып, ондағы қасиеттерді көрсетіңіз.

21. Шахмат тақтасында 4 шашка бір қатарда және бір бағанда орналаспайтындай етіп, қанша тәсілмен орналастыруға болады?

22.  $G$  графы берілген:  $(A,B); (B,F); (F,C); (C,D); (D,E); (E,A)$ . Графты басқаша қалай атауға болады?

23.  $G$  графы:  $(A,B); (B,F); (F,C); (C,D); (D,E); (E,A)$  берілген. Графтың ұзындық жолы неге тең?

24. Берілген графтардағы қатыстың қасиеттерін анықтау керек.

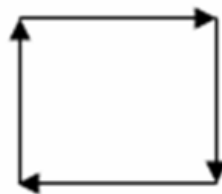


25. Берілген графтардағы қатыстың қасиеттерін анықтау керек.



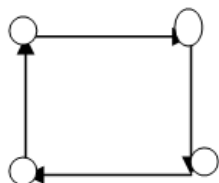


v)

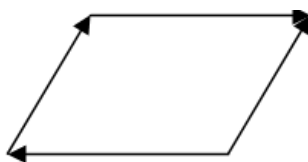


c)

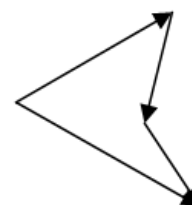
26. Транзитивті қатыс қай графта орындалып тұр?



a)

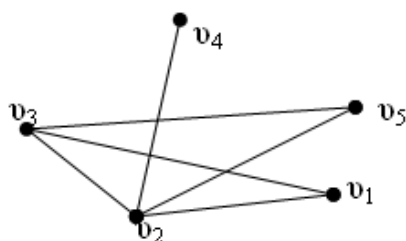


б)

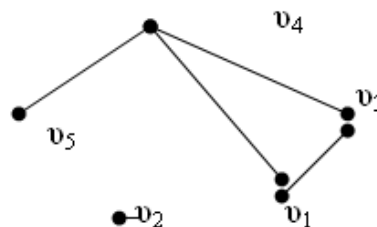


c)

27. Берілген графтардың дәрежесін анықтау керек.



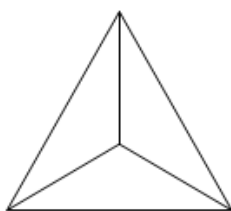
a)



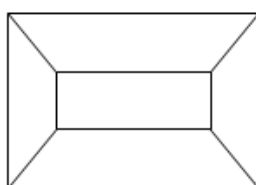
б)

28. Бір курста оқитын 25 студенттің әрқайсысы өзінің 13 курстасына бір сұрақтан дайындайтын болып келісті. Сонда әрбір студент өзі сұрақ берген курстасынан сұрақ алуы мүмкін бе?

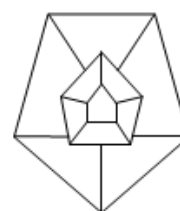
29. Суреттегі графтарға толықтауыш графтарды салыңыздар.



a)

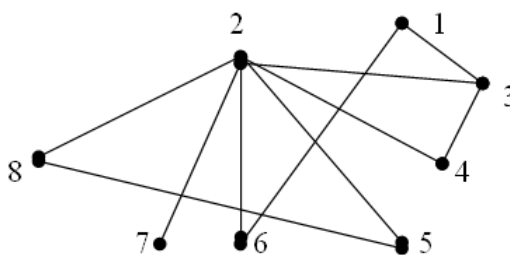


б)



в)

30. Берілген графқа қарай отырып, қандай тұжырымдар айтуға болады?





### Өзіндік бақылау үшін тест тапсырмалары.

1. Бір-бірінен айырмашылығы ең болмағанда бір элементінде болатын әртүрлі  $n$  элементтен  $m$ -нен жасалған топ:
  - A) орналастыру;
  - B) алмастыру;
  - C) теру;
  - D) қайталанатын алмастыру;
  - E) қайталанбайтын алмастыру.
2.  $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ 
  - A) барлық орналастырулар саны;
  - B) барлық терулер саны;
  - C) барлық алмастырудың саны;
  - D) қайталанып келетін орналастыру саны;
  - E) қайталанып келетін алмастыру саны.
3. A мен B айтылымдарының конъюнкциясы дегеніміз:
  - A) A ақиқат және B жалған болғанда ғана жалған мән қабылдайтын айтылым;
  - B) A мен B-нің екеуі бірдей ақиқат не екеуі бірдей жалған мәндерін қабылдағанда, ақиқат мән қабылдайтын айтылым
  - C) A мен B айтылымдарының ең болмағанда біреуі ақиқат болғанда, ақиқат мән қабылдайтын айтылым;
  - D) A мен B-нің екеуі бірдей ақиқат болғанда ғана ақиқат болатын айтылым.
  - E) Егер A ақиқат болса, онда жалған. Ал A жалған болса, онда ақиқат болатын айтылым.
4. Бір-бірінен айырмашылығы элементтерінің құрамында, немесе элементтерінің орналасу ретінде болатын әртүрлі  $n$  элементтен  $m$ -нен жасалған топ:
  - A) орналастыру;
  - B) алмастыру;
  - C) теру;
  - D) қайталанатын орналастыру;
  - E) қайталанбайтын орналастыру.
5.  $P_n = n!$ 
  - A) барлық орналастырулар саны;
  - B) барлық алмастырудың саны;
  - C) барлық терулер саны;
  - D) қайталанып келетін орналастыру саны;
  - E) қайталанып келетін алмастыру саны.
6. 10 цифрдан төрт орынды әр түрлі қанша автомашина нөмірін құрастыруға юолады?
  - A) 40
  - B) 10!
  - C) 45
  - D) 24
  - E)  $10^4$
7.  $A_n^m = n(n-1)(n-2)...(n-m+1)$ 
  - A) барлық орналастырулар саны;

- В) барлық терулер саны;  
 С) барлық алмастырудың саны;  
 D) қайталанып келетін орналастыру саны;  
 E) қайталанып келетін алмастыру саны.
8. Предикат дегеніміз не?  
 A) Айнымалылардың барлық мүмкін мәндерінде тек қана ақиқат мәнді қабылдайтын формула;  
 B) Ақиқат не жалған екендігін айтуға болатын сөйлем;  
 C) Барлық мәндері  $\{a, ж\}$  жиынында жататын функция;  
 D) Логикалық жалғаулар арқылы жасалынған сөйлем;  
 E) Құрама емес сөйлемдер.
9. Құрама сөйлем дегеніміз не?  
 A) Айнымалылардың барлық мүмкін мәндерінде тек қана ақиқат мәнді қабылдайтын формула;  
 B) Ақиқат не жалған екендігін айтуға болатын сөйлем;  
 C) Барлық мәндері  $\{a, ж\}$  жиынында жататын функция;  
 D) Логикалық жалғаулар арқылы жасалынған сөйлем;  
 E) Құрама емес сөйлемдер.
10. Жәй сөйлем дегеніміз не?  
 A) Айнымалылардың барлық мүмкін мәндерінде тек қана ақиқат мәнді қабылдайтын формула;  
 B) Ақиқат не жалған екендігін айтуға болатын сөйлем;  
 C) Барлық мәндері  $\{a, ж\}$  жиынында жататын функция;  
 D) Логикалық жалғаулар арқылы жасалынған сөйлем;  
 E) Құрама емес сөйлемдер.
11.  $a, b$  – нақты сандар.  $ab \neq 0$  сөйлемінің ақиқаттық шартын конъюнкция немесе дизъюнкция арқылы көрсетіңіз?  
 A)  $a=0 \wedge b \neq 0$ ;  
 B)  $a=0 \vee b=0$ ;  
 C)  $a \neq 0 \wedge b \neq 0$ ;  
 D)  $a \neq 0 \vee b=0$ ;  
 E)  $a \neq 0 \vee b \neq 0$ .
12.  $a, b$  – нақты сандар.  $ab=0$  сөйлемінің ақиқаттық шартын конъюнкция немесе дизъюнкция арқылы көрсетіңіз?  
 A)  $a=0 \wedge b \neq 0$ ;  
 B)  $a=0 \vee b=0$ ;  
 C)  $a \neq 0 \wedge b \neq 0$ ;  
 D)  $a \neq 0 \vee b=0$ ;  
 E)  $a \neq 0 \vee b \neq 0$ .
13.  $a, b$  – нақты сандар.  $a/b=0$  сөйлемінің ақиқат шартын конъюнкция немесе дизъюнкция арқылы көрсетіңіз?  
 A)  $a=0 \wedge b \neq 0$ ;  
 B)  $a=0 \vee b=0$ ;  
 C)  $a \neq 0 \wedge b \neq 0$ ;  
 D)  $a \neq 0 \vee b=0$ ;

- Е)  $a \neq 0 \vee b \neq 0$ .
14. Берілген сөйлемді мағынасын өзгертпей конъюнкция немесе дизъюнкция арқылы беріңіз:  
 "Квадрат теңдеудің екіден артық түбірі болмайды."  
 А) квадрат теңдеудің 2 немесе 3 түбірі болмайды;  
 В) квадрат теңдеудің бір немесе 2 түбірі болады;  
 С) квадрат теңдеудің бір және 2 түбірі болады;  
 D) квадрат теңдеудің 2 және 3 түбірі болады;  
 Е) квадрат теңдеудің 3 түбірі болмайды.
15.  $a < b$  сөйлемін терістеу таңбасынсыз көрсетіңіз  
 А)  $a < b$ ;  
 В)  $a > b$ ;  
 С)  $a \leq b$ ;  
 D)  $a \geq b$ ;  
 Е)  $a = b$ .
16.  $a > b$  сөйлемін терістеу таңбасынсыз көрсетіңіз.  
 А)  $a < b$ ;  
 В)  $a > b$ ;  
 С)  $a \leq b$ ;  
 D)  $a \geq b$ ;  
 Е)  $a = b$ .
17.  $P(X) \equiv$  "X жай сан"  
 $R(X) \equiv$  "X-жұп сан"  
 $Q(X) \equiv$  "X-тақ сан"  
 $S(X) \equiv$  "У х-қа бөлінеді" предикаттары берілген.  $R(4) \wedge P(4)$  формуласымен қандай айтылым берілген.  
 А) 4-жұп сан және 4 жай сан емес;  
 В) 4-жұп сан және 4 жай сан;  
 С) 4-тақ сан және 4 жай сан емес;  
 D) 4-жай сан және 4 жұп сан емес;  
 Е) 4-жұп сан немесе 4 жай сан емес.
18.  $P(X) \equiv$  "X жай сан"  
 $R(X) \equiv$  "X-жұп сан"  
 $Q(X) \equiv$  "X-тақ сан"  
 $S(X) \equiv$  "У х-қа бөлінеді" предикаттары берілген.  $Q(3) \wedge P(3)$  формуласымен қандай айтылым берілген?  
 А) 3-тақ сан және 3 жай сан;  
 В) 3-жұп сан және 3 жай сан емес;  
 С) 3-тақ сан және 3 жай сан емес;  
 D) 3-жай сан және 3 жұп сан емес;  
 Е) 3-жұп сан немесе 3 жай сан емес.
19.  $P(X) \equiv$  "X жай сан"  
 $R(X) \equiv$  "X-жұп сан"  
 $Q(X) \equiv$  "X-тақ сан"

- $S(X) \equiv$  "У Х-қа бөлінеді" предикаттары берілген.  $\forall X(S(2;X)) \rightarrow R(X)$  формуласымен қандай айтылым берілген?
- А) кез-келген Х 2-ге бөлінеді;  
 В) Х – жұп сан;  
 С) кез-келген Х 2-ге бөлінсе, онда ол – жұп сан;  
 D) Х – жұп сан және Х 2-ге бөлінеді;  
 E) кез-келген Х жұп сан.
20.  $P(X) \equiv$  "Х жай сан"  
 $R(X) \equiv$  "Х-жұп сан"  
 $Q(X) \equiv$  "Х-тақ сан"  
 $S(X,Y) \equiv$  "У Х-қа бөлінеді" предикаттары берілген.  $\exists X(R(X) \wedge S(X,10))$  формуласымен қандай айтылым берілген?
- А) қандай да бір Х саны табылады;  
 В) Х саны 10-ға бөлінеді;  
 С) Х-жұп сан, олай болса Х саны 10-ға бөлінеді;  
 D) Қандай да бір Х саны табылады, ол Х-жұп сан және 10 саны Х-қа бөлінеді.  
 E) 10 саны Х-қа бөлінетіндей, Х саны табылады.
21.  $P(X) \equiv$  "Х жай сан"  
 $R(X) \equiv$  "Х-жұп сан"  
 $Q(X) \equiv$  "Х-тақ сан"  
 $S(X,Y) \equiv$  "У Х-қа бөлінеді" предикаттары берілген.  $\exists X(R(X) \wedge S(X,5))$  формуласымен қандай айтылым берілген?
- А) қандай да бір Х саны табылады;  
 В) Х саны 5-ке бөлінеді;  
 С) Х-жұп сан, олай болса Х саны 5-ке бөлінеді;  
 D) 5 саны Х-қа бөлінетіндей, Х саны табылады;  
 E) Қандай да бір Х саны табылады, ол Х-жұп сан және 5 саны Х-қа бөлінеді.
22. 3 орынды предикатты анықтаңыз:
- А)  $x > 1$ ;  
 В)  $x > y$ ;  
 С)  $xy = 10$ ;  
 D)  $\frac{x}{y} + z + \sin x < 0$ ;  
 E)  $xy - 1 < 0$ .
23.  $Q(X) \equiv$  "Х-жай сан" предикаты берілген. Мына айтылымдардың қайсысы ақиқат?
- А)  $Q(6)$ ;  
 В)  $Q(12)$ ;  
 С)  $Q(7)$ ;  
 D)  $Q(4)$ ;  
 E)  $Q(0)$ .
24. Бірінші компоненті А жиынынан, екінші компоненті В жиынынан алынған барлық реттелген қостардың жиыны қалай аталады?
- А) жиындардың бірігуі;  
 В) жиындардың қиылысуы;  
 С) жиындардың көбейтіндісі;

- D) жиындардың декарттық көбейтіндісі;  
 E) жиындардың сәйкестігі.
25. Декарттық көбейту қандай заңдарға бағынбайды?  
 A) ауыстырымдылық заңы мен терімділік заңына;  
 B) ауыстырымдылық заңы, үлестірімділік заңына;  
 C) терімділік заңы мен үлестірімділік заңына;  
 D) үлестірімділік заңына;  
 E) ауыстырымдылық заңына.
26.  $A=\{2;3\}$ ,  $B=\{7;8\}$  болсын  $A \times B$  көбейтіндісін табу керек?  
 A)  $\{(2,7),(2,8),(7,2),(8,3)\}$ ;  
 B)  $\{(2,7),(2,8),(3,7),(3,8)\}$ ;  
 C)  $\{(2,3),(2,7),(3,7),(3,8)\}$ ;  
 D)  $\{(2,7),(2,8),(3,2),(3,8)\}$ ;  
 E)  $\{(3,7),(3,8),(3,2),(3,3)\}$ .
27.  $A=\{1;2;3\}$ ,  $B=\{3;5\}$  болсын  $B \times A$  көбейтіндісін табу керек?  
 A)  $\{(1,3),(1,5),(2,3),(2,5),(3,3)\}$   
 B)  $\{(1,3),(2,3),(2,5),(3,5)\}$ ;  
 C)  $\{(3,1),(3,2),(3,3),(5,1),(5,2),(5,3)\}$ ;  
 D)  $\{(1,3),(1,5),(3,3),(3,5)\}$ ;  
 E)  $\{(3,1),(3,2),(3,3),(5,1),(5,2),(5,5)\}$ .
28.  $P(X)$  – "Төртбұрыштың қарама-қарсы қабырғалары тең" айтылымы,  $X$ -тің қандай мәнінде ақиқат болады?  
 A) барлық;  
 B) кез-келген;  
 C) кейбір;  
 D) екі;  
 E)  $X$ -тің мәні жоқ.
29. Төмендегі айтылымдардың қайсысы жалған?  
 A)  $n$  – жұп сан немесе  $n+1$  жұп сан;  
 B)  $n$  – жұп сан және  $n+1$  жұп сан;  
 C) жазықтықтағы  $a$ ,  $b$  түзулері параллель немесе қиылысады;  
 D)  $(x>0) \vee (x<0)$ ;  
 E)  $ABC$  үшбұрышы тік бұрышты немесе доғал бұрышты немесе сүйір бұрышты.
30. Төмендегі айтылымдардың қайсысы ақиқат?  
 A)  $n$  – жұп сан және  $n+1$  жұп сан;  
 B)  $n$  – жұп сан немесе  $n+1$  жұп сан;  
 C)  $(x>0) \wedge (x<0)$ ;  
 D) Төртбұрыштың қарама-қарсы қабырғалары тең;  
 E) жазықтықтағы түзулер қиылысады;

Тест сұрақтарының жауаптары:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	B	D	A	B	E	A	C	D	E
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	B	A	B	D	C	B	A	C	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
E	D	C	D	A	B	C	C	B	B

Әдебиеттер тізімі:

1. Ершов Ю. Л., Палютин Е. А. «Математическая логика» СПб., Лань., 2004.
2. Игошин А. А. «Математическая логика, теория алгоритмов»-М.,Академия,2004.
3. Хаггарт Р. Дискретная математика для программистов: Пер.с Англ. М.:Техосфера, 2003-320 ст.
4. Андерсон, Джеймс, Дискретная математика и комбинаторика: Пер.с Англ-М.:Изд. Дом «Вилбямс», 2003-960 ст.
5. Ежов И.И., Скороход А.А., Ядренко М.М. Элементы комбинаторики. –М., Наука, 1977.
6. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. М., Наука,1976.

Пішімі 60x84 1/12  
Көлемі 31 бет, 2,6 шартты баспа табағы  
Таралымы 20 дана.  
Ш.Есенов атындағы КМТЖИУ  
Редакциялық - баспа бөлімінде басылды.  
Ақтау қаласы, 27 ш/а.