ҚАЗАҚСТАН РЕСПУБЛИКАСЫ БІЛІМ ЖӘНЕ ҒЫЛЫМ МИНИСТРЛІГІ
Ш. ЕСЕНОВ АТЫНДАҒЫ КАСПИЙ МЕМЛЕКЕТТІК ТЕХНОЛОГИЯЛАР ЖӘНЕ ИНЖИНИРИНГ УНИВЕРСИТЕТІ

ЖОҒАРЫ МАТЕМАТИКА КАФЕДРАСЫ

Г. Қ. НҰР

ОҚУ ҮРДІСІНДЕГІ МАТЕМАТИКА ТАРИХЫ

Оқу құралы

Ақтау - 2011

ӘОЖ 51(075.8)
ББК 22№12я73
Н 86
НҰР ГҮЛАЙЫМ ҚОЖАБАЙҚЫЗЫ
Оқу үрдісіндегі математика тарихы. Оқу құралы /Г.Қ. Нұр – Ақтау:
Ш. Есенов атындағы КМТжИУ, 2011.-59б.

ISBN 978-601-7349-03-5

Оқу құралында оқу үрдісінде математика тарихын қолдану өзекті мәселесі қарастырылған. Бұл кітапта математиканы оқытудағы тарихи көзқарас, мектепте оқытылатын іргелі математика пәндерінің тарихы, математика ғылымының қалыптасу жолдары көрсетілген.

Оқу құралында математика тарихы бойынша материалдар ұсынылып, оқу үрдісінде математика тарихын оқыту жолдары көрсетілген.

Бұл оқу құралы Ш. Есенов атындағы КМТжИУ оқитын математика мамандығының «Математика тарихы және методологиясы» пәніің бағдарламасына сәйкес жасалған.

Мектеп мұғалімдеріне, педагогикалық мамандықтары бойынша жоғары оқу орындар оқытушыларына және студенттерге арналған оқу құралы.

Рецензенттер: С.Т. Мұхаметжанов –физика-математика ғылымдарының докторы, профессор;
М.Ж. Байсалова –физика-математика ғылымдарының кандидаты, доцент.
М.Ш. Тілепиев - физика-математика ғылымдарының кандидаты, профессор

ӘОЖ 51(075.8)
ББК 22№12я73

Ш. Есенов атындағы Каспий мемлекеттік технологиялар және инжиниринг университетінің Оқу-әдістемелік Кеңесінің шешімімен баспаға ұсынылды

ISBN 978-601-7349-03-5

КІРІСПЕ

Бұған дейінгі мағлұматты
білгісі келмей, осы күнгімен
шектелгісі келген адам, оны
ешқашан түсінбейді.

Г.Лейбниц

Оқу құралы математика пәнінің мұғалімдеріне, жоғары оқу орындарының педагогика факультетінің студенттері мен оқытушыларға арналған. Әрбір мұғалімге математика тарихынан деректер алуға мүмкіндік беріледі.

Кітапта математика ғылымдарының қалыптасу жолдары сипатталып, даму заңдылықтары зерттеледі. Европадағы математиканың даму тарихы, Қытай және Үнді математикасына жеке тараулар арналған.

Көбінесе сирек қарастырылатын Таяу шығыс және Орта Азия елдерінің математикасының дамуына көп көңіл бөлінген. Арифметика, геометрия, алгебра және математикалық анализ тарихы секілді мектепте оқытылатын іргелі математика пәндерінің тарихының бөлімдері жеке тарауларға бөлінген.

Қосымша тарауда Сәбетбай Елубаевтың өз қолтаңбасымен маған сыйлаған кітаптан «Байырғы өлшеуіштер мен қазақ есебі» атты мәліметтерді, сонымен қатар «Л.Ф. Магницкий және оның «Арифметикасы»» атты қызықты мәліметтер берілген. Сонымен бірге Сәуле Дауылова Жаңаөзен мектеп-лицейінің математика пәні мұғалімі оқу үрдісінде математика тарихын қолдану іс-тәжрибесінен «Птолемей теоремасына есептер шығару» және «Ежелгі математиканың үш есебі» атты тақырыптар берілген.

Толық қамтыған тарих мүмкін емес, сондықтан осы оқу құралында ғылым тарихының математика мұғалімдерін қызықтырып, пайдалы болатын сұрақтары ғана баяндалған. Математика тарихын біліп қана осы заманғы математиканың соншама жоғары жетістіктерге жеткенін түсінуге болады.

Г.Қ.Нұр

1.1. Математиканың дамуындағы ғылым тарихының рөлі

Ғылым дүниеге келген бойда қарастырылған болса, ол әрқашанда толық меңгерілген болар еді.

Максвелл

Қоғамды ізгелендірудің қажеттілігі XXI ғасырдың өркениетті дамуында, әлеуметтік қатынастарды ұйымдастыруда айшықтана көрініс табуда. Математикалық ғылымда қосымшасындағы гуманитарлық білмідер әдістемесінің элементі ретінде қарастырылатын тарихи көзқарастар келешкете математикалық білім беру жүйесінің құрылымы мен мазмұны жаңартудың тиімді тәсілі болып табылады.

Республика мектептеріндегі оқыту тәжірибесі көрсетіп отырғандай қандай да бір ғылымның тарихымен оқушыларды таныстыру, оларды адамгершілікке және елжандылыққа тәрбиелеуге үлкен мүмкіндік туғызады. Өткен дәуірдің ғұлама ойшылардың өмір жолдары мен олардың ғылымға қосқан үлесімен және адамгершілік қасиеттерімен оқушыларды таныстыру, олардың өзін-өзі тәрбиелеуіне жетілуіне елеулі әсер етеді.

Ғылым тарихын зерттеу не үшін қажет?

Іргелі идеялар бастауына көтерілуге мүмкіндік алу үшін, олардың даму барысын, кейде тіпті күрделі тағдырын, яғни қарама–қайшылықтар мен қайта жаңғырулар арқылы өткен жолын қадағалап, осы үрдістің заңдылықтарын түсіну; адамзаттың әлем құпияларын ашудағы беталысын білу, осы жолда қандай қиыншылықтарды жеңуге тура келгенін; әр дәуірде және адамзат тарихының бүкіл өне бойында ғылыми прогрессті жеделдеткен не, тәжеген не екенін ұғыну үшін қажет. Ғылым тарихын зерттеу кәзіргі заманғы оқиғалар ағынында да, білімнің даму тенденцияларында да дұрыс бағдар алуға, яғни ғылымның болашағын көре білуге жәрдемдеседі. Ғылыми зерттеудің кез келген пәні сияқты ғылым тарихы да деректі материалды жинақтап, оны жүйелеп қана қоймай, сонымен қатар ғылымның даму заңдылықтарын айқындау үшін теориялық талдаулар жүргізуді талап етеді.

Ғылым тарихы математикалық тұрғыдан талдауды талап етеді, себебі:

- оның ұғымдары мен проблемаларын, өмірмен байланысын, ғылыми көзқарасын тиянақтауға және жалпылауға ұмтылдырады;
- математика тарихы жалпы тарих бөлігі болып табылады, ол адамзаттың оны дамытуға мәжбүр болып, нәтижесін қолданғаны туралы әңгімелейді;
- математика тарихы қазіргі математиканың дамуының басты шарты;
- ол ғылыми методология негізі және ойлау процесін талдаудың маңызды қайнар көздерінің бірі болып табылады;
- математика тарихы математиканы оқытуды жетілдіру қызметін атқарады;

– математика тарихы жалпы адамзат мәдениетінің бір бөлігі болып табылады. [1]

Математика тарихы математиканың мың жылдар бойы қалай дамығанын көрсетеді. Ол адамдардың қалай санап үйренгенін және арифметика әдісінің біртіндеп қалай оянғанын айтады. Ол адамзаттың ақыл – парасатының ұлы табыстарының бірі – орынды санау жүйесі пайда болғанша қандай азапты жолдан өткенін оқытады.

Ғылым тарихы бізге аудан аумағын, ұзындығын, ара қашықтығын, астық қоймасының көлемін өлшеу секілді практикалық мәселелер негізінде геометрияның бастамасының пайда болуын және абстракты ғылым негізінің бірте–бірте қалануын баяндайды. Ежелгі Грециядағы математиканың практикалық ережелер жинағынан қатал дедуктивтік ғылымға айналғаны адамзаттың дамуына үлкен әсерін тигізді. Ньютон заңының ашылуы және математикалық талдау негізінің жасалуы тарихтың дамуына ерекше әсер етті, бұларсыз қазіргі ғылыми–техникалық прогресс мүмкін емес [2].

1.2. Математика тарихы саласындағы шығармашылық

Кездейсоқ емес, әсіресе
адамның ойлау күшімен болған,
тамаша жаңалықтардың нақты
шығу тарихын білу, өте пайдалы.
Ол, тек жаңалық ашу өнерінің
даму тәсілдерін көрнекті мысалдарға
сүйене отырып, танығандарға ғана
пайда әкеледі.

Г. Лейбниц.

Математикада қызықты да мәнді материалдар тарихы зерттеу заңдылықтарымен байланысты. Математика тарихы ғылыми зерттеудің қызықты тармағы болып табылады, онда белгісіздер көп, ал аяқталғандар аз.

Себебі әр дәуір өзіне тән сұрақтарды ұсынады, оған әрине, өткен дәуір жауап бере алмаған.

Барлық математиктерге ***ақыл–ой батылдығы*** тән. Ұлы философ Монтен «О педантизме» атты еңбегінде былай деген: «Басқа біреуден алған білімге қанағаттанатындарға таң қаламын. Басқаның білімі бізді кейбір нәрсеге үйреткенімен, тек қана өзіңнің даналылығыңмен ғана дана боласың ғой.» Әсіресе жастарда ол қасиет басым келеді. Егерде сіз геометрия сабағында тоғыз–он жасар балаларға – «Осы күнге дейін әлі ешкім бұрышты, сызғышпен циркуль көмегімен үшке бөле алмаған,» – десеңіз, онда екі–үш оқушы міндетті түрде сабақтан кейін қалып, оның шешімін табуға тырысады.

Бұл жағдай оларға екі мың жыл бойы ешкім шешпеген есепті шешемін деп үміттенуге кедергі болмайды. Бұл олардың өз–өзіне сенгендігін ғана емес, олардың кез–келген ой еңбегіне дайын екендігін де көрсетеді. Жақсы оқушы әрқашан алға шығуға тырысады.

Зерттеуге талпыну математиктің екінші өзгешілігі болып табылады. Бұл математиканың өсуіне көмектесетін күштердің бірі. Математик алған білімнен әсер алып, әрқашан жаңадан білімін толықтыруға тырысады.

Заңдылықтарға қызығуы математиктердің үшінші қажетті қасиеті болып табылады. Заңдылық бар жерде мән де бар. Мысалы, төрт тастан шақпақ құруға болады, ал бес тастан оны құру мүмкін емес. Бастауыш мектепте де заңдылықты бақылау дағдысын дамытуға болады. Гаусстың ілгеріде жасаған жұмыстарының көп бөлігі оның есеп шығаруға және алынған нәтижесін талдауға дағдылануы болып табылады [3].

Біз оқушылардың арасынан математика тарихынан көп нәрсемен танысып, одан зор қуаныш пен қанағат ала алатындар және сонымен қатар математиканың зандылықтары мен оның дамуын толығырақ көре алатындар табылады деп ойлаймыз.

Оқушылар арасынан қабілеттілерді тауып, оларды дамыту және шығармашылық еңбекке тарту – мектептің негізгі міндеттерінің бірі. Біздің жас республикамызға қызметтің барлық саласында, оның ішінде математикаға да жаңалық жасаушылар керек. Қабілеттілікті анықтап қою аз, оның дамуына және шығармашылық ізденіске жағдай жасау керек [4].

Өмір – табиғаттың тамаша сыйы, бірақ оның қуаныш әкелуі үшін жұмысқа беріліп, істеген жұмысты жетілдіруге тырысу қажет. Ойлануға әдеттену, жаңалықтар ашу жұмысты ішкі қажеттілікке айналдырады.

Жастарды шығармашылық еңбекке үйрету, оларды жаңалықты, белгісізді танып білуге ынталандыру маңызды.

Ұлы Лейбниц айтқандай, тарих – ғылыми жаңалықтар ашу өнеріне үйретеді.

1.3. Математика тарихын оқыту процесінде колдану

Адамзаттың «толық
сауатсыздықтан білімін
жетілдіруге» қарай өткен
баяу әрі күрделі процесті тек ғана
ғылым тарихы аша алады.

Математиканың оқу құралы ретінде дүниені тануда ғылыми тәсілдердің ролін көтеру үшін үлкен мүмкіншіліктері бар. Орта мектептің математика курсына тарихи–математикалық материалдарды енгізу осы мүмкіншіліктердің бірі болып табылады.

Білімге селқос карауды, кейбір математикалық ережелерді түсіндіруде тарихи көзқарасты мойындамауды мектептегі математиканы оқытудағы кемшіліктердің біріне жатқызута болады. Сол кезде мектептік курсқа тарихи–математикалық материалдарды ***енгізу қажеттілігі, мақсатқа сәйкестігі*** және ***мүмкіндігі*** А.Закарин [5], О.А.Жаутыков [6], М.У.Ысқақов [7] секілді көптеген Қазақстандық педагог–ғалымдармен, математика негіздерін оқытуда тарихи әдісті қолдаушылармен зерттелді. Бірақ, алынған ұсыныстарды оқулықтар мен оқу құралдарында жүзеге асыру жеткілікті деңгейде болмады.

Математика тарихын әңгімелей отырып, оқытушы ғылымның негізгі түсініктері туралы оқушыларға мынадай сұрақ қоюы керек: «Дүниеде бұл түсініктердің бейнесіне не жатады?» Оқушылардың математикалық ұғымдардың тәжірибеден шығуы туралы түсінігі дүниетанымға ұласуы үшін бұл сұрақтарға қайта–қайта, жүйелі түрде тоқталу керек.

Сан деген түсінік қалай пайда болды? Адамзат бүтін сан түсінігінен рационал және иррационал сан ұғымына қалай өтті?

Ғылымның өмірдегі қажеттіліктен, тәжірибеден пайда болғанымен, оған тәуелсіз дами бергеніне оқушылардың назарын аудару қажет. Пайда болған теориялар көпке дейін тек қана «таза» математика теориясы болып, тәжірибе жүзінде қолданылмай келді. Бірақ өндірістің және өзге ғылымдардың дамуы осы теорияларды қажеттілігін үнемі көрсетіп отырды. Мәселен, ықтималдықтар теориясы ақ сүйек ойыны теориясы ретінде пайда болды, ал қазір ол тек физика емес, экономика, лингвистика, социология және т.б. қажет. Жазу үстелінде ашылған Евклидтік геометрия шешімдері теңіз жүзуде, физикада, астрономияда қолданылады. Кеплер аспан денелерінің қозғалыс заңдарын ашқанға дейін

Ежелгі Грецияда «ақыл – ойды шынықтыруға» қызмет еткен конустық қималарды зерттеу де практикада қолданылмаған.

Әрі қарай аксиомалар жүйесінің шығу тарихы мен роліне кез келген ғылымның құрылуы үшін берік іргетас керек екеніне тоқталған пайдалы. Математиканың іргетасы – оның негізгі ұғымдары және аксиомалар жүйесі болып табылады. Аксиомалар жүйесі біріншіден, «толық», екіншіден, бір–біріне қарама–қайшы емес, үшіншіден, бір–біріне тәуелсіз болуы керек. Осы жалпы мәліметтерді планометрия мен стереометрияны оқытқан кезде бір рет қана көрсетіп қоймау керек.

«Аксиомалар» тақырыбына байланысты IX сыныпта Евклидтің бесінші постулатына (параллелдік аксиомасы), Н.И.Лобачевский геометриясының шығу тарихына тоқталған жөн. Нақты шындықты бейнелеу нәтижесі ретінде ғылымның шынайылығын математикадағы жаңалықтарды көбінесе бір мезгілде әр елдерде тұратын адамдардың ашқанынан айқын көруте болады.

Оқушыларға біздің санамыздан тыс өмір сүретін нәрселерді ғана бірнеше адамдар бір мезгілде ашуы мүмкін екенін түсіндіруге болады [8].

Ал, сыныпта қаншама оқушы есептің шешуін бір әдіспен шығарады, бірақ ешқашан бірдей өлең жазбайды. Қазіргі математикада да бір мезгілде ашылып жатқан жаңалықтар туралы мәліметтер бар. Белгілі америка математигі «Кибернетика атасы» Н.Виннер академик Колмогоров екеуі 20–30 жыл бойы математиканың бір ғана саласында жұмыс істегені туралы жазады.

Олар ешқашан кездеспей, жұмыстарын жиі жұртшылыққа жариялап тұрғанмен еңбектері бір–біріне тығыз байланысып кетті дейді Виннер. Ол байланыс Колмогоровтың теориясындағы өзінің негізгі қорытындыларын болжамдап және басқа бір–бірімен тығыз байланысты мәселелерді бірінші болып жариялағанын мойындайды. Интеграл түсінігіне байланысты X сыныпта осы сұрақтың тарихына (И.Ньютон мен Г.Лейбництің осы саладағы жаңалықтары) тоқталуға болады. Оқушылар оқытушымен бірге әр сабақта, өздеріне бұрыннан белгілі жаңалықтарды есеп шығарғанда, жаңа материал өткен кезде қолданады.

Мектепте математика сабағына тарихи элементтерді енгізудің пайдалы екенін тәжірибе көрсетті. Оқытушы ғылым тарихы мәліметтерімен қызықтыра отырып, оқушылардың негізгі материалды тез қабылдауын жеңілдетіп, оқу процесін жандандыра алады. Шынында да ең күрделі теорияның қандай жолмен дамығанын, оны қандай тәжірибелік қажеттілік өмірге әкелгенін білу материалды түсініктірек етеді. Математиканы оқытуда тарихи мәліметтерді қолдану мәселесі XIX ғасырдың аяғында қойылған болатын [9]. Тарихи мәліметтерді математика сабағына енгізу мақсаттары әр уақытта әр түрлі анықталады. Алайда жалпы міндеттер ретінде келесі мақстарды бөліп көрсетуте болады:

- оқушылардың ықыласын арттырып, математиканы тереңірек түсіндіру, оқылатын мәліметтерге қызықтыру;
- оқушылардың ақыл–ойын кеңітіп, олардың жалпы мәдениетін көтеру;
- Қазақстан математикасының тарихымен таныстыру оқушыларды тәрбиелеудің жалпы мақсатына жатады.

Орта мектептің математика бағдарламасындағы «Математиканы оқытудың жалпы мақсаттары мен міндеттері» тарауында былай жазылған: «Мектеп курсының мазмұнына әсері мол тарихи оқиғаларды енгізу арқылы оқушыны маңызды жаңалықтардың тағдырымен, сол жолдағы қиын әрі саналы күреспен, ғылымды таратушылардың аттарымен таныстыру керек» [10].

Алайда, бағдарламада математика тарихынан қандай мәліметтерді қай сыныпта, қандай көлемде енгізу қажет екендігі туралы нұсқаулар жоқ. Мектеп оқулықтарында ондай мәліметтер аз. Бірақ сонымен қатар математика тарихынан жалпы мәліметтер жеткіліксіз, сол себептен тарихи мәліметтер мен бағдарламалық материалдарды жүйелі түрде, үйлестіре отырып баяндау қажет. Егер де осындай жүйелі жұмыстарды V сыныптан бастап жүргізсе, тарихи материал тезірек ашылып, алдағы уақытта ол сабақтың қажетті бөлігіне айналған болар еді.

Математика тарихынан алынған мәліметтерге шолу жасау және оны басқа сыныпта қолдану үлкен әдістемелік қиындық тудырады. Ол үшін:

- математика бағдарламасын басшылыққа алу керек;
- оқушылардың жас ерекшеліктерін ескеру қажет.

Әр сыныптағы математиканың тарихи материалының көлемі, мазмұны, баяндалу реті әртүрлі: мысалы, V – VI сыныптардағы математика тарихының бастапқы мәліметтері мынадай:

- есептеу қызметі дамуының қарапайым мәселелері;
- математикалық терминология мен символдар;
- шама өлшемдерінің пайда болуы;
- өлшеу тәсілі мен қарапайым аспап–құралдардың жасалуы.
- Математика тарихының өзекті мәселелері (кейбіріне тоқталсақ):
- сан ұғымының дамуы;
- мектеп аксиомаларының шығуы, алгебра мен геометрияның дамуы;
- теңдеулер тарихынан бастапқы мағлұматтар.

Ал VII– VIII сыныптарда бағдарламалық материалдармен байланысты бастапқы мәліметтермен шектелу қажет. Математика тарихының кейбір сұрақтарына орта мектеп курсында бірнеше рет қайта оралу қажет. Сабақта қажетті уақытты тиімді қолдану және элементтерді пайдалану түрлері мектепте оқылатын математиканың, оның тарихымен байланысына тәуелді, яғни қысқаша сұхбат, экскурсия, нақты анықтама, тарихи есептерді шешу, сурет талқылау мен көрсету, оқытушының әсерлі әңгімесі, оқушыларға алдын–ала дайындалған хабар және т.б. Егерде оқушы тарихи деректі сабақта мазмұндалатын практикалық материалмен тығыз байланыстыра алатын болса, оқушылар математикана қызыға оқи түседі, білім алу тиімділігі көтеріледі [11].

1.4. Ғылым тарихындағы математика классиктерінің ролі

«Мен жұрттан алысырақ көремін, өйткені мен алыптардың иығында тұрмын.»

И.Ньютон

Математика тарихы – бұл ең алдымен математикалық ой–сананың даму тарихи. Алайда ондай ой–сана иелері, оны жеткізушілер әр дәуірде өмір сүрген көрнекті ғалымдар, біз оларды ғылым классиктері деп атаймыз [12].

Олардың мұраларын оқи отырып, нақты мысал арқылы математиканың даму жолдарын, оның өмірмен байланысын көрнекті көрсетуге мүмкіндік туады.

Сол себептен академик С.И.Вавилов «Ғылым тарихы сана тарихымен шектелмейді, сонымен бірге ол адамдардың өміріне, ерекшеліктеріне, дарынына, оның елі мен дәуірінің әлеуметтік жағдай тәуелділігіне де байланысты болады». Ғылым тарихы оқушыны бірте–бірте ғалымның шығармашылық лабораториясына әкеліп, оның тұжырымдық қорытындылары мен дәлелдеулерін көрсетуі керек.

Жас ұрпақты тәрбиелеу үшін ғылыми тарихының маңызы зор. Өткендердің тәжірибесіне сүйене отырып, жастарды жаңа ізденіске деген құштарлыққа, ғылыми шығармашылық шыншылдыққа үйрету қажет. Ғылымның ұлы өкілдерінің өнегесі жастарды қиыншылықты жеңуте жетелеп, оларға рух береді. Ондай тәрбие жастарды дұрыс шешім қабылдауға үйретіп, ғылымды таңдауға, табанды еңбек етуге, ізденіске үйретеді.

Математика тарихы кітабынан оқушылар математика классиктерінің шығармашылығы, өмірі жөнінде біледі, тек мол мәлімет алып қана қоймай, олардың ғылым тарихы мен өркениет тарихы үшін маңызын да біледі. Әр ғалымның өмірбаяны және бұрынғы бейне емес, келешек бейнелері ойлануға мәжбүр етеді. Осыған байланысты ғалымның кім екенін, оның өмірбаянын, ой–өрісінің математика тарихының дамуындағы маңызын да білген жөн.

2.Мектепте оқылатын іргелі математика
2.1. Арифметика тарихы

Егерде арифметика өнері алынып тасталған болса, онда барлық өнердің біреуі де қалмас еді.

Платон.

Сандық есептеу – ойдағы тәртіптің негізі.

Песталоцци И.

Математикамен танысу сан туралы ғылым – арифметикадан басталады. Арифметикамен біз «ғылым қақпасына кіреміз», – деп М.В.Ломоносов айтқандай, біз одан ұзақ, жеңіл емес, бірақ қызықты жолымызды бастаймыз. «Арифметика» сөзі – грекше arithmos (арифмус) сан деген мағынаны білдіреді.

Бұл ғылым сандардың әдістерін әртүрлі ережемен пайдалануды, қосу, азайту, көбейту мен бөлу арқылы есептер шығарды үйретеді. Арифметика заттарды санау, жер ауданын өлшеу, пайданы бөлу, уақыт мезгілін санау керек болған кезде пайда болған.

Арифметика біртіндеп ұзақ уақыт бойы дамыған, ол Ежелгі Шығыс, Вавилон, Қытай, Үнді, Египет елдерінде шыққан.

Ежелгі Шығыс елдерінде жиналған білім Ежелгі Греция ғалымдарымен дамытылып, жалғастырылған, көп ғалымдар арифметикамен көне дүниеде–ақ айналысқан. Олар Анаксагор мен Зенон, Евклид пен Архимед, Эротосфен мен Диофант.

Пифагордың аты жарық жұлдыздай жарқырайды. Пифагоршылар сандар алдында бас иген, санда дүние гармониясы бар деп санаған.

Ежелгі Грецияда арифметиканың зор мәнге ие болғаны жөнінде Прометейдің ертегі аңызынан жоруға болады, оның аты адамдардың мәдениеті келуімен байланысты: аты аңызға айналған, «құдайдың отын алып кетіп, адамдарға әкелген» – алып титан Прометей, сандарды ойлап шығарды.

Орта ғасырдағы арифметиканың дамуы Үнді, Орта Азия, араб елдерімен тығыз байланысты болды. Үнді халықтарынан бізге өзіміз қолданып жүрген «цифрлар», ***нолъ*** мен ***орынды санау жүйесі*** келді, Ұлықбектің Самарканд обсерваториясында жұмыс жасаған аль–Кашидан (XV ғ.) ондық бөлшектер келді.

Грецияда «логистика» деп аталатын ***тәжірибелік*** арифметикадан ***теоретикалық*** арифметика бөліне бастайды, олардың құрамында есептерді қалай шығару ережелері ғана емес, ережені логикалық ***дәлелдеу*** де бар.

VII–XV ғғ. арифметиканың дамуына ислам елдерінің ғалымдары: аль–Хорезми, Омар Хайям, аль–Караджи, Насиреддин ат Туси, аль–Каши өздерінің жұмыстарын араб тілінде жазып, үлкен үлес қосты [13].

XVI ғ. бастап математикада Европа ғалымдары жетекші орынға ие болды. Бірте–бірте қазіргі қолданылып жүрген жаңа арифметикалық белгілер, разряд пен класс бойынша топтастырылған сан аттары енгізілді. Сонымен арифметиканың объектісі – сан. Аль–Фараби: «Сандар ғылымы тәжірибелік және теориялық ғылым деп бөлінеді. Тәжірибелік бөлігі сандар мен санау жайлы болғандықтан, сандарды үйретеді. Ол ғылымды азаматтық және нарықтық қажеттілікке қолданады. Сандардың теориялық ғылымы сандарды абсолюттік мағынада зерттейді»,– деп жазған [14].

Сонымен, арифметиканың шығуы мен дамуы қоғам дамуы мен адамдардың іс–әрекетіне байланысты.

2.2. Геометрия тарихынан

Геометрия біздің ой–өрісімізді
көтеретін ең маңызды құрал
болып табылады және бізге
мәселені дұрыс талқылап,
ойлануға мүмкіндік береді.

Г.Галилей.

Геометрия біздің ой–санамызды
шындыққа жақындатады.

Платон.

Геометрия ең ежелгі математикалық ғылымның бірі. Алғашқы геометриялық еңбектерді біз Вавилон кестелерінен және папирустарынан кездестіреміз (б.з.д. ІІІ мыңжылдық). «Геометрия» ғылымының аталуы ежелгі Грециядан шыққан. Ол екі сөзден құралған «гео» – «жер» және «метрейн» – «өлшеймін». Геометрияның пайда болуы адамдардың тәжірибелік әрекетімен тікелей байланысты. Шамамен 4000 жыл бұрын Нил өзенінің жағалауында Египет мемлекетінің Фараоны жерге төлейтін төлем ақыны енгізгені бізге тарихтан белгілі. Оны төлеу үшін жердің аумағын, тікбұрышты, үшбұрышты және өзен жағалауларының әртүрлі формаларын өлшеу қажет болды. Осы уақытта геометрия пайда бола бастады.

«Египетте Ніл өзенінің дүркін–дүркін тасуы салдарынан су басқан егістік жерлерді үнемі дәл өлшеп, қайта бөлу мұқтаждығы геометрияны тұрғызды» – деп «тарихшылар атасы» аталған грек Геродот жазған. Ол кезде Египетте «фигура», «фигураның қабырғасы» деген терминдер болмаған. «Аумақ», «аумақтың шекарасы», «ұзындығы», «ені» – деген сөздер қолданылатын.

Вавилон геометриясы египет геометриясы сияқты тәжірибемен тығыз байланысты. Ол жерді өлшеп бөлген кезде, үйлерді, бөгеттерді, каналдарды салған кезде қолданылатын еді. Бірақ ежелгі Вавилонда қарапайым фигуралардан басқа көпбұрыш, дөңгелек бөлігі, конус сияқты фигураларды қарастырған.

Ежелгі Грецияда геометрияға мүлдем басқаша көңіл бөлді. Египеттен алған нақты білімдерін қолдана отырып, Вавилон гректері геометрияны қатал дәлелдемелермен негізделген ғылымға айналдырып жіберді.

Б.з.д. VII ғ. бастап Ежелгі Грецияда тәжірибеден теориялық геометрияға өте бастады. Грек ғылымының басталуына б.з.д. VI ғ. философия және ғылымның ионикалық мектебі зор әсер етті. Оның негізін қалаушы Ионидің негізгі қаласы – Милеттен шыққан Фалес. Ол диаметрдің шеңберді ортасынан бөлетінін, тең бүйірлі үшбұрыштың табанындағы бұрыштары тең болатынын, вертикал бұрыштардың теңдігін, үшбұрыштардың теңдігі туралы теорияны дәлелдеді. Фалес теорема дәлелдемелерін фигураларды бір–біріне қою арқылы дәлелдеген болуы мүмкін. Математик, астроном Прокл (410 – 485 жж.) Афинада өмір сүрген. Ол Фалес геометриясының дамуына қысқаша тоқтала отырып, Евклидке дейін: «Кей кезде Фалес тақырыпты жалпы қарастырып, кейде көрнектілікке сүйеніп терең қарастырған», – деп жазған.

Геометрияда түпкілікті өзгерістерді Пифагор мен оның мектебіндегі ғалымдар жасаған. Олар Пифагор теоремасын дәлелдей отырып, геометриялық алгебраны, циркуль мен сызғышты қолданатын салу есептерін қарастырған.

Сонымен, Ежелгі Грецияда геометриялық фигураларды белгілеуге арналған геометриялық терминдер жүйесі құрылды.

Бүгінгі күнге дейін қолданылып жүрген геометриялық терминдер Грецияның ғылыми мектептерінде пайда болды. Грециялық терминдер бірнеше ғасыр бойы ғалымдар тілі болған латын тіліне аударылды [19].

1. «Планиметрия» термині – орта ғасырлық, латынша «*planum*» – »жазықтық» және грекше «метрео» – «өлшеймін» мағынасын білдіреді.
2. «Фигура» – латын сөзі, заттың көрінісін, түрін білдіреді, XII ғ. қолданыла бастады. Бұған дейін заттың сыртқы бейнесін білдіретін «форма» латын сөзі қолданылды.
3. «Линия» – латынның *linea* (сызық, шекара) сөзінен шыққан. Ол *linum* – зығыр, зығыр жіп, арқан, бау сөзінен пайда болған. Жіпті немесе бауды өлшемдер жүргізгенде римдік егіншілер қолданған.
4. «Перпендикуляр» – латынша *perpendicularis* «тіктеуіш» сөзінен шыққан. Термин орта ғасырда пайда болды.
5. «Биссектриса» – латының *bis* (екіге) және *sectrix* (қиюшы) сөздерінен құралған.
6. «Вертикаль» (бұрыштар) – *verticalis* – латын сөзінен шыққан – төбелік.
7. «Циркуль» – латынша *circulus* – доңгелек.
8. «Центр» – латынша *centrum* – ежелгі «кентрон» сөзінен транскрипциясы өте өткір қару.
9. «Радиус» – латынша *radius* – сәуле, доңғалақтың тісі.
10. «Диаметр» – гректің «диаметрос» – көлденең өлшем.
11. «Хорда» – гректің «корде» – ішек.

Сонымен, геометрия ғылым ретінде б.з.д. III ғасырда қалыптасты. Оның пайда болуына Евклидтің атқарқан ролі зор. Ол Александрияда тұрып, өзінің әріптестері Фалес, Демокрит, Архит, Аристотель, Пифагор, Гиппократ, Евдокс зерттеулеріне сүйене отырып, геометрия жайлы мәліметтерді жүйеледі, өз жаңалықтарымен толықтыра отырып, бірте–бірте өзінің 13 кітаптан тұратын «Бастамалар» атты шығармасын жазды.

Жер өлшеу туралы ғылым құрамы жағынан кеңейтіліп, дамыса да бұрынғыдай геометрия деп аталып келе жатыр. Ол математиканың ең маңызды және үлкен тарауларының бірі. Геометрияда дене формасы қарастырылады, фигуралардың қасиеті, олардың қатынастары оқытылады.

2.3. Геометрияның аксиоматикалық құрылымы.

Птоломей патша *(б.г.д. 300–285 жж.)*
Евклидтен: «Геометрияда сенің
«Бастамаларыңнан» басқа бейнетсіз,
оңай түсінудің жолы барма дегенде,
Евклид: *«Геометрияға патшалар үшін*
айрықша жол жоқ», – деп жауап беріпті.

Ғалымдар арасында бір кезде жаңа фактілердің, теоремалардың, пікірлер мен пайымдаулардың жиналып қалуына байланысты оларды бір геометриялық жүйеге келтіру қажет болды. Бұл еңбекті бірінші рет Хиостық Гиппократ (б.з.д. 450 – 410 ж.ж. шамасында) бастап, грек ғалымы Евклид өзінің «Бастамалары» шығармасымен аяқтады. Евклид еңбегінің зор екені сонша, ол геометрия құрамына қорытынды жасай отырып, оның мазмұнына тамаша форма берді. Оның «Бастамалары» геометрияның энциклопедиясы болып қалды. Д.Я.Стройк: «Батыс елдерінің тарихында Евклид «Бастамалары» Библиядан кейінгі бірнеше рет басылып шығарылып, ең көп оқылған кітап». Кітап баспа ойлап шығарылғаннан кейін мыңдаған басылымдармен шыққан, ал оған дейін қолжазба түріндегі геометрияны оқу негізінде қолданылған. Біздің мектептік геометрияны оқу кітаптарының басым бөлігі Евклидтің алғашқы алты кітабынан алынған. Евклид «Бастамаларының» жақсы жазылуы сонша, 2000 жыл бойы геометрияны оқыту Евклид кітабымен жүргізілген» – деп жазды [20].

Евклид «Бастамаларының» негізін анықтамалар, аксиомалар және постулаттар жүйесі құрайды. Олар 13 кітаптан тұрады, және оның әрқайсысы мынадай анықтамалардан басталады. Бастапқы тоғыз анықтаманы келтірейік.

1. Нүктенің бөлігі болмайды.
2. Сызық – енсіз ұзындық.
3. Сызықтың ұштары нүкте болады.
4. Түзу сызық өз нүктелеріне қатысты бірдей жатады.
5. Жазықтықтың тек ұзындығы мен ені болады.
6. Жазықтық шеті – сызық.
7. Жазықтық тегістігі – өздерінің түзу сызықтарына қатысты біркелкі орналасқан түзулер.
8. Жазық бұрыш – жазықтықтағы бір түзуде жатпайтын екі сызықтың қиылысуы.
9. Екі сызықтықтың тікбұрыш болып қиылысуын түзу сызықты бұрыш деп атайды.

Евклидтің аксиомаларында шамалардың тендік және теңсіздік қатынасын анықтайтын аксиомалар бар. Мысалы:

1. Бір өлшемге тең болған екі зат бір–біріне тең.
2. Егер екі теңдерге теңдерді қосса, онда қосындылар тең болады.
3. Егер теңдерден теңдерді азайтса, онда қалдықтары да тең болады.
4. Бір–бірімен беттесетіндер өзара тең болады.
5. Бүтін бөлшектен үлкен.

Евклид дәлелдемелерінде қозғалыс идеясын қолданған. Үшбұрыштардың теңдігін бір–бірінен беттестіру арқылы дәлелдеген.

Евклид бірінші кітабында 5 постулат келтірген.

1. Кез келген нүктеден кез келген нүктеге дейін түзу сызық жүргізуге болады.
2. Шектелген түзуді үздіксіз соза беруге болады.
3. Кез келген центрден кез келген радиуспен шеңбер сызуға болады.
4. Барлық тік бұрыштар өзара тең болады.
5. Егер екі түзумен қиысатын үшінші түзу олармен тікбұрыштан кем болатын іштей бір жақты бұрыштар құрайтын болса, онда ол екі түзуді шексіз соза берсек, бұрыштар екі тік бұрыштан кем болатын жақта қиылысады.

Бірінші үш постулатта Евклид циркуль мен сызғыш көмегімен салынатын құрылымдарды сипаттайды.

Төртінші постулат – бұл параллельдік түзулер жайлы белгілі постулат.

Бесінші постулат өзінің Күрделілігі жағынан ғалымдарды таң қалдырды. Ол көбіне постулаттан гөрі теореманы еске түсіреді. Күрделілігіне байланысты бесінші постулатты теорема сияқты дәлелдеуге тырысқандар көп болды.

Бесінші постулат туралы мәселе ғалымдармен 2 мың жыл бойы қарастырылды. Евклидтің V постулатын грек математигі Прокл (410–485 жж.), тәжік математигі Омар Хайам (1048–1131 жж.), араб математигі Насиреддин ат–Туси (1201–1274 жж.), ағылшын математигі Джон Валлис (1616–1703 жж.), француз математигі Адриан Лежандр (1752–1833 жж.) секілді ғалымдар дәлелдеуте тырысты.

Евклид аксиоматикасының кемшіліктері тек XIX ғ. аяғында ғана табылды. Қазіргі уақытта Д.Гилберттің геометриядағы аксиомалар жүйесі жалпылай ең көп таралып қабылданған. Аксиомалар бірінші рет оның «Геометрия негіздері» шығармасында жазылған.

2.4. Алгебраның қалыптасуы

Алгебра – бұл сандардың
қатынастарын белгілеу үшін
қалыптасқан математикалық тіл.

И.Ньютон

Алгебра – бұл әртүрлі шамаларға орындалатын амалдардың жалпы қасиеттерін және осы амалдармен байланысты теңдеулер шешімін оқытатын математиканың бөлігі. Арифметикада тек ғана төрт – қосу, алу, көбейту, бөлу амалдарын қарастырады. Алгебра курсында екі жаңа амалдар оқытылады: дәрежелеу және санның түбірін шығару. Әріптер белгілерінің қолданылуы алгебраның арифметикадан айырмашылығына жатады. Алгебра арифметиканың негізінен құрастырылады. VI ғ. математикалық зерттеулердің орталығы Үнді мен Қытайға, Таяу Шығыс елдері мен Орта Азияға ауысты. Қытай ғалымдары сызықтық теңдеулер жүйесің жалпы шешу тәсілін ойлап шығарды. Үнді математиктері теріс сандарды қолданып, әріп белгілерін жетілдірді. Алайда Таяу Шығыс және Орта Азия ғалымдарының еңбектерінде алгебра математика тармағының бір бөлігі болып жазылды.

IX ғ. бірінші жартысында Мухаммед Ибн Муса ал–Хорезми араб тілінде «Китаб ал–джебр валь–Мукабала» кітабын жазды. Сол кітаптың «ал–джебр» аталу сөзінен алгебра сөзі пайда болды. Бұл алгебрада жазылған бірінші ***дербес шығарма*** болып табылады. Ал–Хорезми үшін ***алгебра*** – теңдеулерді шешу өнері [26].

Ыңғайлы және жақсы дамыған символиканың жоқтығынан ең күрделі формулаларды сөз арқылы мазмұндауға тура келген. Сондықтан сол кездегі алгебраны ***риторикалық,*** яғни сөздік деп атады. XVI ғ. француздың атақты математигі Ф.Виет әріптік есептеуді шығарушы болып саналады. Ол белгісіз сандармен қатар, кез келген тұрақты сандар үшін де әріптік белгілер енгізген.

Ең ақырғы белгі түрін XVII ғ. басында француз философ–математигі Р.Декарт берді.

XIX ғ. басында алгебра ғылымының дамуының бірінші мыңжылдығындағы негізгі есептер шешілді. Ол геометриялық түсінікке сүйенбей–ақ, тәуелсіз негіз алды. Сонымен қатар алгебралық тәсілдер геометриялық есептерді шешу үшін қолданыла бастады. Рационал және иррационал сандар үшін әріптік есептеулер шығарылды.

Сонымен, ежелгі уақыттан бастап математиктердің алгебраға зор көңіл бөлгендігін көріп отырмыз. Оның басты объектісі –тендеу, ал басты мәселе – теңдеудің түбірін іздеп табу болды.

Екінші, үшінші және төртінші дәрежелі теңдеулердің шешу формулалары табылды. Квадраттық теңдеуді шешуді кез келген оқушы біледі.

Кубтық теңдеудің шешімдері итальян математигі Дж. Карданоның формуласында келтірілген. Ол формуланы алғаш рет «Ұлы өнер немесе алгебра ережелері» (1545 ж.) атты еңбегінде жазған. Төртінші дәрежелі теңдеулер кубтық және квадраттық теңдеулердің шешіміне сәйкестірілген.

Бірақ уақыт өткен сайын алгебра пәні де өзгерді. Қазір ол теңдеулерді шешумен қатар, алгебралық құрылымдарды, топтарды, дөңгелектер мен жазықтарды зерттеумен айналысады.

2.5. Математикалық анализ

Математикалық анализ
табиғаттай көлемді,
ол барлық өзара қатысты
байланыстырады, уақыт өлшемін,
кеңістікті, күшті, қызуды өлшейді.

Ж.Фурье

Шексіздіктің барлық анализі
айнымалы шама мен оның
функциясының қасында айналады.

Л.Эйлер

Математика тарихын шартты түрде екі негізгі кезеңге, –элементарлық және қазіргі математикаға бөлуге болады.

Жаңа немесе жоғары математиканың дәуірін есептеу XVII ғасырдан –

математикалық анализдің шығу ғасырынан басталады деп саналады. XVII ғасыр соңында И.Ньютон, Г.Лейбниц және олардың ізашарларымен математикалық анализдің негізін құрайтын жаңа ***дифференциалдық және интегралдың есептеулер*** жасалды.

Математикалық анализ – ерекше зерттеу объектісі бар математиканың кең көлемді саласы. Өзіне тән зерттеу тәсілі (шексіз аз және шектеулі мөлшерді анализдеу) белгілі негізгі жүйені анықтамалармен негізгі түсінігі анықталған және тұрақты жетіліп дамып келе жатқан дифференциялдық және интегралдық санау негізін құрайтын жүйе.

XVII ғасырда қандай математикалық тарихи өзгерістер болғанын елестетіп қарайық. Матанализдің шығуы элементарлық математикадан қазіргі математикаға өтумен, оны зерттеу арқылы басты ролді түсіндіріп, қазіргі теориялық жүйені іс жүзінде қолданумен ерекшеленеді ма екен?

Қозғалыстар, айнымалылар және олардың өзара байланыстары барлық уақытта біздің ортамызда болады. Міне, осыдан матанализ – ***айнымалы*** шамалар мен олардың байланыстарын сипаттаудағы тілдің негізі мен математикалық әдістерін құрайды. Қазіргі кезде матанализдің көмегімен космостың траекториясын, ядролық реактордың жұмыс істеуін, мұхит толқынының қозғалысы мен циклонның даму зандылығын анықтап қана қоймай, өндірісті экономикалық басқаруды, ресурстарды бөлуді, технологиялық процестер ұйымдастыруды және т.б. жүзеге асыруға болады. Себебі осының барлығы ***динамикалық*** процестер.

Элементарлық математика жалпы ***тұрақты*** шама математикасы болды. Ол ең алдымен геометриялық фигуралардың элементтерінің қатынастарын, сандардың арифметикалық қасиеті мен алгебралық теңдеулерді зерттеді.

Сонымен, матанализ айнымалы шамалар мен қозғалыстардың саны мен сапасын зерттеуді ғылыми сипаттаудың мүмкіндігін ашты. Функциялар немесе айнымалы шамалардың өзара байланысы матанализдің негізгі зерттеу тақырыбы болып табылады.

Матанализдің шығуының алғы шарттары қандай болды? XVII ғасырдың соңында келесі жағдай қалыптасты. Біріншіден, математика айналасында көп жылдар бойы бір мағыналы есептердің кейбір маңызды топтары жиналды. Мысалы, стандартты емес фигуралардың ауданын және көлемдерін өлшеу есептері, қисықтарға жанама түзу жүргізу есептері мен оларды әртүрлі жеке жағдайда шешу әдістері пайда болды. Екіншіден, осы есептер механикалық қозғалысты сипаттайтын есептермен, оның ішінде лездік сипаттамаларын есептеп шығарумен (жылдамдықты, кез келген уақыт мезетіндегі үдеуді, айнымалы қозғалыс үшін жүрілген жолды табумен) тығыз байланыста болып шықты. Бұл проблемаларды шешу физика, астрономия және техниканың дамуына қажет болды. Үшіншіден, XVII ғасыр ортасында Р.Декарт пен П.Ферманың еңбектерімен координаттардың аналитикалық әдісінің негізі (аналитикалық геометрияның негізі) қаланды. Бұл сан мен сандардың байланыстығының, яғни сандардың функцияларының жалпы аналитикалық тілінде әртүрлі геометриялық және физикалық есептерді қалыптастыруға мүмкіндік береді.

Айнымалы шамалар теориясын алдыңғы қатарға дамыту және жаратылыстанудағы негізгі математикалық аппарат ретінде шексіз ***аз*** шамалар анализін жете зерттеу сол кездегі математикалық өзгерістерге жатады.

Математикалық анализдің негізгі тарауы – дифференциялдық интегралдық есептердің шығарылуы XVII ғ. ғылымындағы маңызды жетістіктердің бірі болып табылады. Бұл кезде Европада жаңа капиталистік қоғамдық қатынас өркен алып келе жатты. Өндірістің дамуымен құрылыс және транспорт техникасы, машина жасау, кеме құру және көптеген тағы басқа техникалық міндеттер қозғалыс заңын оқып үйренуді қажет етті.

Сонымен, қозғалыс проблемалары XVII ғасыр жүзжылдығында алдыңғы қатарға шықты.

Ж.Л.Лагранж жазған: «Шексіз аз шамаларды есептеудің ашылуы, – математиктерге қозғалыс заңын аналитикалық тендеумен біріктіруге мүмкіндік берді», – деді. Сонымен, математикалық анализ 300 жыл бұрын шыққан. Дифференциялдық есептеу негізі алғаш рет 1684 жылы қазан айында Лейпцигте шығатын ««Acta Eruditorum»» журналында Г.В.Лейбництің «Максимум және минимумдардың, сондай–ақ жанамалардың жаңа әдісі» мақаласында баяндалды [15].

Үш ғасыр бойы математика тарихында матанализ басты орын алды. Оның тәсілімен өте күрделі тәжірибелік есептерді шешетін. Ол шексіз теориялық зерттеулердің объектісі болды.

Матанализ мәліметтері алғашқы рет математикалық оқуға 1696 жылы Ф.Лопитальдың (1661–1704 жж.) бірінші оқулығы шыққанда енгізілген. Сол кезден бастап осы күнге дейін матанализ маңызды оқытылатын пән болып қалыптасты. Мектепте матанализдің тек алғашқы мәліметтері оқылады. Бұл функцияларды дифференциялдау мен интегралдау операциялары, функцияларды туынды көмегімен зерттеу және дифференциялдық теңдеулер жайлы бастауыш мәліметтер.

2.6. Математикалық белгілер

Математикалық белгілер бірте–бірте әр елдердің ғалымдарымен енгізілді. Тиімді математикалық белгілер, математикалық ойлауды және есептеуді жеңілдетеді. Атақты ғалым Карио: «Белгілер бізден ақылды» – деп айтқан. Барлық математикалық белгілерді бірнеше топқа бөлуге болады. Мысалы: обьект белгілері (П, і және.т.б), амал белгілері (+, –, :, *), қатынас белгілері (=, >, <), негізгі белгілердің санау тәртібін сақтайтын қосымша белгілер – ( ) [ ] жақшалар болып бөлінеді [16].

Кейбір математикалық белгілер жайлы мағлұматтар

Белгілер	Мағынасы	Кімдер енгізді	Қашан енгізді
1	**2**	**3**	**4**
Обьект белгілер			
∞	Шексіздік	Дж.Валлис	1655 ж.
π	Шеңбердің ұзындығының диаметрге қатынасы	У.Джонс Л.Эйлер	1706 ж.
$\boldsymbol{i}$	–/ санының квадраттық түбірі	Л.Эйлер	1777 ж.
x, y, z	белгісіз және ауыспалы шамалар	Р.Декарт	1637 ж.
$\vec{r}$	вектор	О.Коши	1853 ж.
Амал белгілері			
+	қосу	Я.Видман	XV ғ. соңы
-	азаиту	Я.Видман	XV ғ. соңы
*	көбейту	У.Оутред	1631 ж.
·	көбейту	Г.Лейбниц	1698 ж.
:	бөлу	Г.Лейбниц	1684 ж.
a^2, a^3, a^n	дәрежелер	Р.Декарт	1637 ж.
$\sqrt{\ }\quad \sqrt[3]{\ }$	түбірлер	Х.Рудольф	1525 ж.
Log, log	логарифм	И.Кеплер	1624 ж.
sin	синус	Б.Кавальери	1632 ж.
cos	косинус	Л.Эйлер	1748 ж.
tg	тангенс	Л.Эйлер	1753 ж.
arcsin	арксинус	Ж.Лагранж	1772 ж.
$\sum$	қосынды	Л.Эйлер	1755 ж.
dx, ddx... d^2x, d^3x	дифференциал	Г.Лейбниц	1675 ж.
$\int ydx$	интеграл	Г.Лейбниц	1675 ж.
$\frac{dy}{dx}$	туынды	Г.Лейбниц	1675 ж.
$\int_a^b f(x)dx$	анықталған интеграл	Ж.Фурье	1819–1822 ж.
!	факториал	Х.Крамп	1808 ж.
lim	шек	У.Гамильто	1853 ж.
$\lim\limits_{n=0}$		көптеген математикт	XX ғ. басы
$\lim\limits_{n=\infty}$			
ux	функция	И.Бернулли	1718 ж.
f(x)		Л.Эйлер	1734 ж.
Қатынас белгілері			
=	теңдік	Р.Рекорд	1557 ж.
> <	артық, кем	Т.Гарриот	1631 ж.

≡	салыстыру	К.Гаус	1801 ж.
‖	параллель	У.Оутред	1677 ж.
⊥	перпендикуляр	П.Эригон	1634 ж.
Қосымша белгілер			
( )	дөңгелек жақшалар	Н.Тарталья	XVII ғ.
[ ]	квадрат жақшалар	Р.Бомбелли	–//–
{ }	фигуралық жақшалар	Ф.Виет	–//–

2.7. Математика ғылымының қалыптасу жолдары

Алғашқы математикалық түсініктердің қалыптасуы, олардың түрлері қандай болды, білімді жетілдіру баспалдағы қалай өтті деген сұрақтар ешқашан өзінің маңыздылығын түсірмеді, әрі келешекте де оны жоғалтпайды. Оқытылатын математикалық материалда оның тарихи шартты орнын, математикалық білімнің логикалық жүйелі құрылымын көріп осы түсінікті оқушыларға жеткізу – демек оларды тарту, математикалық сабақты түсінікті және қызықты өткізу.

Математика тарихында 4 кезеңді бөліп көрсетеді:

1) математиканың тууы (Египет, Вавилон, б.з.д. VI ғ. дейін);

2) элементарлық математика кезеңі (Ежелгі Греция, Қытай Индия, Орта Азия және Таяу Шығыс, Батыс Европа XVI ғ. дейін, Россия XVIII ғ. дейін);

3) айнымалар шамалар математикасын құру кезеңі (XVIII ғ.) [17];

4) нақты дүниенің санды қатынастары мен кеңістік түрлерін түсіндіруде жоғары дәрежелі абстракцияға ие болатын осы заманғы математика (XIX–XX ғғ.).

Осы жүзжылдықтың ортасынан бастап, электронды есептеуіш машиналар пайда болғаннан кейін, есептеудің дискреттік әдісі мен алгоритмдер туралы ғылымның маңызы шапшаң өсуімен сипатталатын математиканың жаңа кезеңі қалыптаса бастаған болуы мүмкін.

Біз ежелгі дамыған елдер, ерте кезендегі математика тарихы жайлы айтқан кезде жетілген нақты мәліметтерді басшылыққа алдық.

Шындығында да математикалық түсініктерді талқылайтындай бізге жеткен алғашқы дамыған деректер вавилондық (б.з.д. III мың жылд.) және египеттік (б.з.д. 2,5 мың жылд.) еді.

Бұл математиканың шығу кезеңі болып табылады. Математикалық ғылымның қалыптасуы тарихи мәліметтерге қарағанда, ежелгі Греция ғалымдарының ғылыми еңбектерінен пайда болады. Олар б.з.д. VIII–VI ғғ. қазіргі Греция территориясындағы Кіші Азия және оңтүстік Италия жақын жағалауындағы мемлекеттер тобы. Кейінгі мәліметтерді біз шыққан жеріне қарай топтай отырып, Египет, Вавилон (қазіргі Ирак және көрші территорияларда орналасқан мемлекеттер), Қытай, Индия, Орта және Таяу Шығыс елдері деп атаймыз.

Қалай адамдар математикалық білімді жинақтаған?

Деректерді сипаттаудан бастайық. Ежелгі Египет математикасы туралы бізге белгілі мәліметтер Нил қамысынан бөлінген ***папирус*** – қағазына қара және қызыл бояумен жазылған қолжазбадан алынған. Мұндай қолжазбалардың бізге екеуі жетті. Олардың біріншісі – Ринд папирусы, Лондонда Британ мұражайында, ал екіншісі Москва папирусы, Москвада Пушкин А.С. атындағы мұражайында сақтаулы. Египеттің екі математикалық папирусын фигураның ауданы мен көлемін есептейтін бөлшектер арасындағы амалдарға байланысты 100–ден аса есептер құрайды.

Есептерді реттеу және оларды жеткізу түріне қарағанда папирустар ерекше оқу құралы есебінде қолданылған. Саздан жасалған кестелер Ежелгі Вавилонның математикалық мұрасын оқытуға болатын құжаттық негізі болып табылады. Оларға текстер таяқшалармен таңбаланған. Белгілер (әріптер, сандар) сынаға ұқсайтын, осыған байланысты вавилон хатын ***сыналы жазу*** деп атаған. Текстi түсіргеннен кейін кестелерді отқа күйдіріп, оларды көпке дейін қолданған.

Ежелгі вавилон кестелерінде есептеу мен өлшеу мәселелері ашық көрсетілген. Вавилон математикасында 60–тық санау жүйесі басым болғандықтан, есептеуді жеңілдету және анықтама үшін түсініктемесі берілмеген көмекші көбейту кестелер болған.

Ежелгі Қытай математикасы жайлы барлық ойлар бір дерекке тіреледі: «Математиканың он классикалық трактаты», немесе «Он кітаптық» – шығармалар жинағы. Ол жинақ б.з. VI–VII ғғ. шыққан. Онда трактордың б.з.д. II ғ. жазылғаны, олар ежелгі шығармаларды өңдеу болып табылатындығы көрсетілген.

Сутры мен ***веды*** ғылыми – діни шығармалары Индия халқының математикалық жетістіктерінің ең ежелгі ескерткіштері болып табылады. Онда математикалық мәліметтер астрономиямен біріктірілген, мазмұндамалар діни көзқарастық және өзіндік аңыз–өлең түрінде жазылған. Индияның сутр және веда математикалық мәлімдемелері архитектуралық және астрономиялық мәлімдемелер төңірегінде топтасқан. Ешбір деректерде теорема, дәлелдеме жоқ, тек қана нұсқаулар берілген, ал кейбіреуінде нұсқаулар да түсініктемелер де жоқ, дәлелдемесіз сызба мен «қараңдар» сөзі бар. Біздің заманымыздың бірінші ғасырлары математика ғылымының дамуына қолайлы болмады. Тек кейінірек, орта ғасырдағы Шығыс елдерінде ғылыми орталықтар пайда бола бастады, қолданбала математикамен қатар теориялық математика да қайта өркендей бастады. Ол кездегі ғылыми шығармалар араб тілінде жазылған. Испания мен Үндінің орасан зор аймағын алып жатқан көптеген мемлекеттерде араб тілі ресми тіл болып табылған. Сондықтан математиканы араб математикасы немесе ислам елдерінің математикасы деп атайды.

Арифметикалық және алгебралық трактаттар жоғары атаққа ие болған. IX–XV ғғ. алгебралық араб трактаттары бірінші және екінші дәрежелі теңдеу шешімдерінен басқа кубтық теңдеулерден де тұрды. Орта ғасырдағы Шығыс математиктерінің еңбектерінде алгебралық элементтер бірінші рет жаңа арнайы математика бөлімі – алгебрада белгіленді. XIII ғ. бастап тригонометрия математика саласының бір бөлігі болып қалыптасты. Тригонометрияны математикалық мазмұндауға арналған арнайы шығармалар алғаш араб қолжазбаларынан шықты.

Кейінгі алгебраның қалыптасуы қолайлы жағдай орнаған Европа елдерінде пайда болды. Ғалымдар көне Грек, Византия, араб тілді Орта Азия және Таяу Шығыс халықтарының жетістіктерін меңгерді. Арабтың ғылыми қолжазбалары орта ғасырдағы ғылыми тіл – латын тіліне аударылды. Европада математика ғылымының жаңадан дамуы Қайта өркендеу дәуірінен (XV жүзжылдықтың екінші жартысы) басталды.

3. Европадағы математика

3.1. Ежелгі Греция

Ежелгі Греция батыс математикасының дамып қалыптасуына үлкен үлес қосты. Математика жаңа логикалық даму дәуіріне аяқ басты. Біздің заманымызға дейінгі VI ғасырда Грецияда ғылым гүлдене бастайды. Египет және Вавилон халықтарымен үнемі байланыста болған гректер олардың білімдеріне қанағаттанбай, абстракты және дедуктивтік математиканы құрды.

Гректер ең алдымен геометрия мамандары болды. Нақты математикалық дәлелдеулер қажеттілігі пайда болып, математикалық теорияның жүйелі құрылымының алғашқы әрекеттері жасалды. Математика ғылымының мұндай сипатқа ие болуы грек мемлекеттерінің қатты дамыған қоғамдық–саяси және мәдени өмірімен түсіндіріледі.

Бұған натурфилософиялық бағыттағы ғылыми–оқу бірлестіктерінің қызметі әсер етті. Олардың алғашқыларына ***иондық*** мектеп (Грецияның Арал бөлігінде, б.з.д. VII–VI ғғ.), пифагор мектебі (Апенин түбегінің оңтүстік жақтауы, б.з.д. VI–V ғғ.) және афиндік мектеп (б.з.д. V – IV ғғ.) жатады.

Біздің заманға дейінгі IV ғасырда Грецияның материк бөлігінде ғылыми мектептер жұмыс істеді. Олардың арасынан Платон Академиясы (б.з.д. 428–348 жж.) және Александр Македонскийдің ұстазы Аристотельдің Лицейін (б.з.д. 384–322 жж.) атап көрсетуге болады [18].

3.2. Элліндік және Рим дәуірі

Александр Македонский өліп, жаулап алған орасан зор империясы құлағаннан кейін, Египет патшасы Птоломей өзінің мемлекетінің айналасы Александрияда Музейон – ғылыми оқу орнын ұйымдастырды. Бұл жерде үлкен кітапхана болған, онда 700,000 қолжазба жинақталған. Музейонда толық мемлекеттің қарауында көптеген ғалымдар жұмыс жасады.

Біздің заманымызға дейінгі III ғасырдан бастап жеті жүзжылдық бойы негізгі ғылыми, әсіресе математикалық зерттеулердің орталығы Александрия болып есептелді. Александриялық дәуірдің бірінші ғасыры (б.з.д. III ғ.) математикалық шығармашылықтың маңызды даму кезі болды.

Осы ғасырға Евклид, Архимед, Эратосфен және Аполлоний Пергский жатады.

Иррационал сандардың біржолата мазмұндалмауы ежелгі дүниенің бүкіл математикасының жетіспеушілігі болды. Бұл жағдай геометриялық шамаларды зерттеуге арифметиканы қолдану заңшылығын толық теріске шығарды.

Есептеу геометриясының тәсілдерінің қолданылуын алғаш рет өз бетімен

Герон «Метрика» шығармасында (б.з.д. I ғ.) мазмұндаған. Онда бәрімізге мектеп математикасынан белгілі үшбұрыштың ауданын есептеу формуласы келтірілген. Алайда нағыз алгебралық есептердің кеңінен дамуы Диофанттың «Арифметикасында» кездеседі.

3.3. Орта ғасырлық Европа

V – VII ғасырдан, 476 ж. Рим империясының құлауынан басталған XVII ғасырдағы англия буржуаздық революциясына дейінгі әлеуметтік заман орта ғасырлық деп аталды.

Европадағы математикалық ғылымның дамуына араб тілінен аударған шығармалармен қатар грек кемеңгерлерінің туындылары зор әсер етті. Араб тілінен аудармалар көбіне XII–XIII ғасырларда жасалған.

XII–XV ғасырлар аралығы батыс Европа математиктері үшін ежелгі дүние мен ежелгі Шығыс мұрасын қабылдау кезеңі болып табылады. XII ғ. грек пен араб математика шығармалары бірінші латын тіліне аударылғаннан кейін, 100 жылдан аз уақыт ішінде италиян математигі Леонардо Пизанский өзінің «Абак туралы кітап» (1202 ж.) және «Іс жүзіндегі геометрия» (1220 ж.) кітабын шығарды.

Бөлшек көрсеткішті дәрежемен айналысқан Николай Орезми орта ғасырдағы математиктер арасында біршама атақты болды. Сол дәуірге Кинигсбергтен шыққан XV жүзжылдықтағы көрнекті математик Иоган Мюллерді, басқаша Регионтанусты жатқызуға болады. Оның өзіндік басты еңбегі – «Әр түрлі үшбүрыштар туралы бес кітап» (1461 ж.). Лука Пачоллидің «Арифметика қосындысы» кітабы – 1494 жылы баспадан шыққан алғашқы математикалық кітаптардың бірі.

3.4. Қайта өрлеу дәуірі

Математика ғылымының жаңадан өрлеуіне адамзат қоғамының өндіргіш күшінің жаңадан дамуы керек болды. Европа мен орта теңіз аумағында жаңадан өрлеу бірнеше ғасырлар өткеннен кейін, Қайта өрлеу дәуірімен келді. XV және XVI ғғ. феодализмнің күйреуі мен өндірістің капиталистік тәсілінің даму кезеңі Европа тарихында ***Қайта өрлеу дәуірі*** деп аталды.

Европада ғылымының дамуы XVI ғасырдан бастап басқа жолға қойылды. Бұл ғасыр ежелгі дүние мен Шығысқа қарағанда Батыс Европаның артықшылығының алғашқы ғасыры болды. Қайта өрлеу дәуірінің экономикалық, қоғамдық және мәдени өзгертулері ғылымның барлық салаларына да бірталай өзгерістер әкелді. Оған астрономияда поляк астрономы Н.Коперниктің жаңалығын, механикада итальян ғалымы Г.Галилейдің алғашқы зерттеулерін жатқызуға болады. Жалпы алғанда математикада да осындай өзгерістер болды. XV –XVI ғғ. математика ғылымының өркендеуі Италияда, Францияда, Германияда, ал кейінірек XVI ғ. соңында Голландияда жүріп жатты. XVI ғ. математикадағы жаңа заман үшінші дәрежелі теңдеулердің алгебралық шешімдерінің ашылуымен басталды. Оны бір–біріне тәуелсіз итальян математигі С.Ферро (1515 ж.), кейінірек итальян математигі Н.Тарталья (1530 ж.) ашқан және ғасырлар бойы шешімі жоқ деп келген төртінші дәрежелі теңдеуді итальян математигі Л.Феррари ашқан. Алгебраның дамуын француз математигі Ф.Виет жалғастырды. Келешек туралы ілім атақты неміс суретшісі А.Дюрермен (1525 ж.) мазмұндалады. Джемшида ал–Кашиге тәуелсіз неміз математигі М.Штифель «Толық арифметикасында» (1544 ж.) биноминальдық коэффициенттердің пайда болу заңын ашты, ал голландиялық ғалым С.Стевин ондық бөлшектерді арифметикалық амалдау ережелерін зерттеп шығарды.

3.5. XVII ғасырдағы ғылымды математикаландыру

Математиканың дамуындағы барлық тәжірибелер математикалық жаратылыстанудың сол кездегі маңызды есептерін шешуте қолдану мүмкіндігіне байланысты қарастырылды. XVII ғ. басында Европада «ғылыми революция дәуірі» деп аталған жаңа кезең басталды.

Математикада XVII ғ. аналитикалық геометрия мен математикалық анализдің ашылуына мүмкіндік берген жаңа жағдай қалыптасты.

Элементарлық математика дәуірі Батыс Европада XVII ғасырдың басында, математикалық қызығушылық айнымалы шамалар саласына ауған кезде аяқталды.

XVII ғасырдың соңғы үшінші бөлігінде дифференциялдық және интегралдық есептеулер ашылды. Бұл ашылымдар И.Ньютонға (1660–1665 жж.), ал оларды жарыққа шығару Г.Лейбницке (1682–1686 жж.) қатысты.

Математика тез дами бастады. Ф.Виеттің символикалық алгебрасын жетілдірудің ұзақ процесі аяқталып, П.Ферма бастаған сандар теориясы қайта жанданды. Сол кезде біршама жаңа математикалық ғылымдар пайда болды. Олар: Б.Паскаль мен П.Ферманың ықтималдық теориясы, Р.Декарттың аналитикалық геометриясы, Г.Лейбниц пен И.Ньютонның шексіз аздарды есептеуі. Бұрын болмаған қарқынмен алға басу математиканың өрісін кеңейтіп, оның энергия тасқынын басқа ғылымдарға бағыттады.

XVIII ғасырдың басында сандар теориясы мен жиындар теориясы деп аталатын математиканың жаңа салалары дами бастайды. XIX–XX ғғ. дифференциал теңдеулер теориясы дамыды. Неміс математигі К.Гаусс, П.Дирихле, француз математигі Ж.Фурье, С.Пуассон, О.Коши, ағылшын математигі Дж.Грин, орыс математигі М.В.Остроградский осы бағытта жұмыс жасады [19].

4.Қытай және Үнді математикасы

4.1. Ежелгі Қытай математикасы

Грек пен Рим мәдениетінің дүние жүзілік ақырғы құлдырауынан кейін ғылыми прогресстің орталығы көп уақытқа дейін шығысқа ауысты. Үнділердің, Орта Азия мен Таяу Шығыс математиктерінің жұмыстары әрі қарай математиканың Европада дамуына көп әсер етті. Алайда, хронологиялық көптеген мәселелерде үздіктік Қытай математиктеріне тән болды. Қытай математиктері туралы білім үзінділері оның ежелгі уақыт тарихында біздің заманымызға дейінгі 2 мың жылдықтың орталарында шығады, олар көбіне күнпарақ жайлы мәліметке тіреледі. Ол кезде халық көбіне егін шаруашылығымен айналысты, дәнді себетін және күріш, егін жинайтын мезгілді дұрыс анықтау барлық шаруашылықтар үшін зор маңызын тигізді. Сәйкестірілген күнпарақ есептеулер үшін жақсы арифметикалық білім қажет болды.

«Тоғыз кітаптағы математика» атты бізге дейін жеткен математикалық шығармашылықта біздің заманымызға дейінгі 1–ші мың жылдықта өмір сүрген математиктердің көпғасырлық жұмыстарының қорытындысы келтірілген, ол Қытай математикасы мен оның айналасындағы елдердің дамуына зор әсер етті. Ертеректегі мәліметтер бойынша Чжан Чан құрастырған «Тоғыз кітаптағы математика» қытай математиктерінің есептеу техникасының өте жоғары дәрежеде және жалпы алгебралық тәсілдерге қызығушылық бар екенін көрсетті. Бұл шығармада бірінші рет бүтін сандардың квадрат пен кубтан түбірін есептеп шығаруды жазған, ол осы күнгі мектептегі қолданылып жүрген тәсілмен дәл келді. Былайша айтқанда, ол жер өлшеулер мен құрылысшылардың, финанс жұмысшылары мен шаруа адамдарының, көпестер мен қолөнершілердің математикалық білімінің энциклопедиясы болды.

Ежелгі Қытайда білімді адамдар жоғары бағаланды. Мемлекеттік қызметкер болу үшін «Тоғыз кітаптағы математика» трактатын оқып, математикадан емтихан тапсыру керек еді.

«Жазықтықты өлшеу» деп аталатын «Математиканың» бірінші кітабы кейбір қарапайым тік бұрышты фигуралардың, дөңгелек пен оның бөліктерінің аудандарын есептеу, сонымен қатар бөлшектерге қолданылатын арифметикалық амалдар жөніндегі қосымша мәліметтерден тұрады.

Екінші кітап «Әртүрлі дәнді дақылдардың ара қатынасы» деп аталады. Ол дәнді дақылдарды салыстыру мөлшерінің кең көлемді кестесімен ашылады. Бір белгісізі бар пропорциялық есептер біркелкі бір немесе бірнеше заттардың бағасын сол заттардың белгілі бір бағасы бойынша есептеуге арналған есептермен жалғасады. Мұндай есептер кейіннен Еропада «үш еселік есеп ережелері атанды».

«Сатылап бөлу» үшінші кітабында шаманы берілген санға пропорционал бөліктерге бөлуге арналған бірнеше есептер берілген.

Төртінші кітапта тік төртбұрыштың бір қабырғасын ауданы мен екінші қабырғасы арқылы, квадраттың ауданы бойынша оның қабырғасын және көлемі бойынша кубтың қырын немесе шар мен шеңбердің диаметрін табу туралы айтылады.

«Жұмыстың бағасы» атты бесінші кітапта үй қабырғасының. каналдардың, бөгеттің, жер қазбалардың, кейде күрделі формадағы нәрселердің көлемін өлшеу құрылыс жұмыстарына керекті жұмысшылардың санын есептеу тәсілдері бар.

«Пропорционалды үлестіру» алтыншы кітапта – әртүрлі мазмұндағы сызықтық есептер, жолды анықтауға арналған есептер, бассейн жайлы есептер жиналған. Арифметикалық және геометриялық прогрессия есептері қызықты.

Жетінші кітап «Артықшылық пен жетпестік». Екі белгісізі бар бірінші дәрежелі екі теңдеу жүйелерін шешу тәсілдері берілген. Сол тәсілдердің біреуі екі жалған амал ережесі, ол бір белгісізі бар тендеулердің біріне қолданылады.

Жазылған ережелерде берілген есептерді шешу үшін әбден өнделген есептеу алгоритмдерін жасаута тырысу секілді Ежелгі Қытай математиктерінің маңызды ерекшеліктері көрсетілді. Екі белгісізі бар сызықтық теңдеулер жүйесін шешудің жүйелі жолдары алғаш рет қытай шығармаларында кездескені белгілі.

Сегізінші кітап «Фан–Чэн» – көп белгісізі бар белгілі бір сызықтық жүйе шешімінің жалпы алгоритмін құрайды (фан–чэн қытай тілінен аударғанда – алгоритм). «Фан–Чэн» әдісі сызықтық жүйе есептерін шешудегі қытай ғалымдарының жетістіктерінің жоғары сатысы болып табылады (бұл *n* белгісізі бар *n*–сызықты теңдеулер жүйесін шешу алгоритмі). Символиканы қолдана отырып, фан–чэн әдісінің канондық жүйеге қолданылатынын айтуға болады. Басқа елдердің ғалымдары сызықтың есептерді бұрыннан да шешетін болған, бірақ кез келген белгісізі бар сызықтық теңдеудің канондық жүйесін шешудің біркелкі алгоритмі қытай ғалымдарының жаңалығы болып табылады («Алгебра», «Сызықтық теңдеулер жүйесі» тарауларын қара). Ғылым тарихында тұңғыш рет оң және теріс сандарға бөліну кездеседі. Ежелгі қытай математиктері теріс сандармен еркін айналысты. Теріс сандарды енгізу, оларды қосу және азайту ережелері қытай ғалымдарының жасаған ең маңызды жаңалықтары болып табылады. Кейінірек теріс сандар үнді математикасында да таратылды. Бірінші рет біз олармен Брахмагупта шығармасында, яғни XII ғасырдың басында кездесеміз.

«Гоу–гу» атты тоғызыншы кітапта тікбұрышты үшбұрыштарды қолданатын бірқатар есептер жиналды. Олардың ішінде қол жетпес аралықтағы затқа дейінгі қашықтықты, құдықтың тереңдігін анықтайтын есептер бар. Кітап «Гоу–гу» деп аталады, өйткені «Гоу» – тікбұрышты үшбұрыштың әрі қысқа, әрі көлденең катеті, ал «Гу» – ұзын тік катеті. Гоу–гу Пифагор теоремасымен өрнектелген бір–біріне бағыныштылықты білдіреді.

Шеңбердің ұзындығының диаметрге қатынасы $3{,}141526 < \pi < 3{,}1414927$ аралығында екенін көрсеткен Цзу Чун–Чжи қызметінің қорытындысы (V ғасырдың екінші жартысы) геометриядағы есептеу тәсілдерінің жоғары дамығандығының мысалы бола алады.

Теңдеуді сандық әдіспен шешу қытайлықтардың тамаша жұмыстарының бірі. Үшінші дәрежелі теңдеулерге келтірілетін геометриялық есептер бірінші рет астроном, әрі математик Ван Сяо–тун (VII ғасырдың 1–ші жартысы) еңбектерінде кездеседі. Төртінші және жоғары дәрежедегі теңдеулерді шешу тәсілдерін мазмұндау XIII–XIV ғасырлардағы қытай математиктерінің жұмыстарында көрсетілген. Орта ғасырлық қытай математикасы XIV ғасыр аяғында өздерінің жоғарғы даму биіктігіне жетті.

4.2. Ежелгі Үнді математикасы

Мен математиканы аса зор құрметтеймін,
себебі ол қоршаған ортаны түсінудің құралы
болып табылады.

Бхаскара

Үнді математикасының даму дәуірі біздің заманымыздың V–XII ғасырлары. Үнді математиктерінің ең атақтылары: Ариабхата (V ғасырдың соңы), Брамагупта (VII ғасыр), Бхаскара (XII ғасыр). Үнді математиктерінің екі басты еңбектері бар. Біріншісі, қазіргі ондық нөмерлеу жүйесін кеңінен қолдануды енгізу, берілген разряд бірлігінің жоғын белгілеу үшін нольді жүйелі түрде қолдану және осының негізінде көп таңбалы сандарды бөлудің қазіргіге жақын жолдары қосылған жетілдірілген есептеу техникасын жасау болып табылады. Қазір қолданылып жүрген цифрлар Үндістанда шыққанмен «араб цифрлар» деп жаңсақ аталады. Сөйтіп, нөмірлеудің позициялық жүйесі үнді халқының аса зор ғылыми және жалпы мәдени жетістігі болып табылады. Осы жүйеге Вавилон мен басқа елдер де жақындаған, бірақ олар ешқашан аяғына дейін бітіре алмаған. Үнді математиктерінің ең маңызды екінші жетістігі – алгебра негізін ***қалау***, ол бөлшектермен қатар, иррационалды және теріс сандар арасындағы амалдарды еркін қолданған.

Теріс сандардың қолданылуы үнді математиктерінде көп кездеспеген, олар есеп шығарған кезде теріс шешімнің пайда болуы мүмкін емес деп санаған. Брамагупта квадраттық теңдеудің шешудің жалпы ережесін берген.

Бхаскара квадраттық түбірдің екі таңбалы екенін көрсетті, $\sqrt{a+\sqrt{b}}$ иррационал түріндегі өрнекті зерттеумен айналысты,

$\sqrt{10+\sqrt{24}+\sqrt{40}+\sqrt{60}}=\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}$ түрлендірулер жасады, жоғарғы дәрежелі теңдеулердің кездейсоқ жағдайларының шешімдерін тапты. Одан кейін Брамагупта мен Бхаскара екі белгісізі бар бірінші дәрежелі анықталмаған теңдеудің бүтін санды шешудің жалпы тәсілдерін берді және $ax^2 + b = cy^2$ $xy = ax + by + c$. түріндегі теңдеулерді шешті.

Математиканың дамуы үшін үнді ғалымдарының тригонометриялық жұмыстары ерекше маңызды болды. Синус, косинус, синус–верзус сызықтарын енгізу тригонометриядағы үнді математиктерінің үлкен табыстары болып табылады. Олар тригонометриялық шамаларды дөңгелектің бірінші ширегінде ғана қарастырған.

Тригонометрияны астрономияда кестесіз қолдану мүмкін емес. Синустердің бірінші кестесі 24 жасар Арибхатаның өлең түріндегі «Ариабхаттия» атты астрономия мен математика трактатында жасалған. Бұл еңбекте арифметика, геометрия және тригонометрия есептерінің шешу ережелері келтірілген. Синус кестесі соңғы таңбаға дейін дәл болып келеді. Тригонометриялық шамалардың өлшемі кестелердің ерекшелігіне болып табылады: шеңбер 360 градусқа, ал градус 60 минутқа бөлінген.

Математика Үндістанда айрықша құрметтеледі. Онда есептеу ғылымы жоғары бағаланатын. Олардың математика жайлы мазмұндамалары өте қысқа болатын және ешқашан дәлелдеме берілмейтін. Қысқа айту ережелері кейде Қытайдың шығармалары сияқты, оларды қосымша анықтамасыз түсіну мүмкін емес.

Оған мына жағдай себеп болуы мүмкін: бірқатар кітаптардың өлеңмен жазылуына байланысты кейбір қысқа жазылған ережелерді жаттап алатын еді. Оқыту көбіне орта ғасырларда барлық жердегідей догматтық сипатта болған: ақыл–ойға салмай, көбінесе жаттауға көңіл бөлінді.

Үнділіктер жаңа тригонометриялық функцияларды енгізбесе де олардың тангенс пен арктангенстің шексіз қатарларын ашуы соңғы жарқын ашылымдары болып табылады. Осы ашылымдарға қысқаша жасалған шолудың өзі орта ғасырлық үнді математикасының дамуын сипаттайды.

5.ТАЯУ ШЫҒЫС ЖӘНЕ ОРТА АЗИЯ ЕЛДЕРІНДЕГІ МАТЕМАТИКА

5.1. Бағдат ғылыми мектебі

Шығыс елдерінің ғалымдары математиканың дамуына орта ғасырларда үлкен үлес қосты. VII ғасырда дүние жүзін Араб империясының пайда болуы таң қалдырды. Қазіргі Орта Азия, Иран, Ирак, Сирия, Египет негізінде үлкен мемлекет халифат құралады. Араб халифаттың орталығы алдымен Мекке қаласы, соңынан Дамаск, кейін Бағдат болды. Жүз жылдан азырақ уақыт аралығында арабтар орасан зор аймақты басып алды. Көп жерлерді жаулап алу жаңа ислам дінін тарату ұранымен өтті. Осы діннің араб тілі мемлекеттік тіл және ғылыми негізгі тіл болып қалды. Сол себептен біз «араб математикасы», «ислам елдерінің математикасы» терминдерін қолданамыз, алайда математикалық ашылымдар – парсы, араб, тәжік, өзбек, сирия және т.б. елдердің ғалымдары еңбектерінің қорытындысы болып табылады.

Ислам елдерінің мәдени және ғылыми өркендеуі VII– VIII ғасырларда болған. Бұрыннан сақталған аңыз әңгімеден Халиф Омар Александрия қаласын жаулап алып, оның атақты кітапханасын жойып жіберуге бұйрық берген. Ол: «Егерде кітаптарда ақиқатқа бару жолдары бар болса, оны Алладан одан да жақсырақ жолдарын аламыз, ал онда жалған сақталған болса, оның керегі жоқ», – деген. Бұл сөздер алғашқы араб басқыншыларының ешкімнің сөзіне құлақ қоймай, бірбеткейлікке салынғандығын көрсетеді.

Келесі ел басқарушылар ғылымды дамыту мәселесіне көп көңіл бөлді. Араб Халифатында жер суландыру, құрылыс, көшпелі және теңіз саудасы өмірлік маңызды мәселелер болды. Оларды шешуге астрономия мен математиканы дамыту керек болды. Ғылымның қадірін білген басқарушылардың астрологияға қызығушылығы күшейіп, сол себептен Шығыста астрономияның дамуына көп көңіл бөлген. Үлкен табыстарға ие болған басқарушылар обсерваториялар құрды, олар нақты ғылымның орталығына айналды. Араб Халифатының алғашқы үлкен ғылым ордасы Бағдат болды. Осында «Даналық үйі» деген академия ашылды. «Даналық үйі» өкілдері жан–жақты білімпаздығымен (энциклопедиялық біліммен) ерекшеленді. Ғалымдары әмбебап, шетінен философ және математик, астроном және физик, сонымен қатар дәрігер, тіпті тарихшы, географ, ақын болған. Бағдат математика мектебі екі жүз жылдай белсенді жұмыс істеді. Онда ежелгі қолжазбаларды зерттеп, араб тілінде шығару жоғарғы орын алды. Грек тілінен араб тіліне Евклид, Архимед, Аполлон, Герон, Птоломей, Диофант т.б. авторлардың негізгі шығармалары аударылды.

Ислам елдерінің математикасы Үнді, Вавилон, Парсы, Хорезм, кейіннен Қытай елдерінен алған білімдерді қосты. Ұлы ғалымдардың араб тіліне аударылған классикалық еңбектері латын тіліне аударылған. Оларды орта ғасырларда Европа ғалымдары қолданған. Ислам елдерінің математикасы өздеріне басқа елдердегі ғылымдардан алынған мәліметтерді қоса отырып, Батыс Европа ғылымының дамуына зор әсер тигізді.

Ислам еліндегі математиканың дамуын бір–біріне өтпелі үш дәуірге бөлуте болады.

Алғашқы кезде гректің де шығыстың да мәдени мұраларының артықшылығын меңгерген. Сонымен бірге Таяу және Орта Шығыс математиктерінің көп уақыт бойы Евклидті, Архимедті, Птоломейді терең оқып үйренуінде үлкен мән болды, оның қытай және үнді мектептерінің ұстанған бағытынан өзгешелігі мен өзіндік артықшылығын мойындатты.

Классикалық мұраны меңгеру, ислам елдерінің математиктеріне есептеу алгоритмдік мәселелерді құру деңгейін, бірталай көтеруге мүмкіндік жасады. Ислам елдерінің ғалымдары талай маңызды тұтас теориялар құрды. Олар бұрынғы конустық қима негізінде үшінші дәрежелі теңдеу туралы дамыған геометриялық ілім құрды.

Орта және Таяу Шығыс математиктері грек мұраларына сүйене отырып, есептеу математикасын дамытуда едәуір алға шықты. Ислам елдерінің математиктері тригонометрияны дербес зор ғылым ретінде жарыққа шығарды. Геометриядағы алгебралық есептерді шығаруға деген зор қызығушылық теңдеудің сандық шешу тәсілдерін жете зерттеумен қатар, алгебраның жеке пән болып бөлініп шығуына әкеп соқтырды. Жалпы теориялық қатынас пен иррационал сандар жайлы түсінікті енгізу есептеу математикасының нақты процедураларының теориялық өңдеу мысалы болып табылады. Ал–Бируни «Канон Масу'да» еңбегінде жазған: «Шеңбердің ұзындығын оның диаметріне қатынас құрайды. Бұл қатынас шеңбер санының диаметр санына бөліндісі, бірақ бұл қатынас иррационалды». Ислам елдерінің математиктері нақты иррационал сандарды қолданумен шектелмей, оларға теоретикалық мұра есебінде қарады. Олар өздерінің теориясын дамыта отырып, сан ұғымының көлемін нақты сандар жиынына дейін кеңейтті. Сонымен, «нақты тарихи мәліметтерден, ислам елдерінің математикасы Европаның ғылыми дамуына зор әсер еткенін білеміз.

Шығармаларды араб тілінен латын тіліне аударғанның арқасында Европадағы орта ғасыр ғалымдары Египет, Вавилон, үнді, грек және ислам елдерінің ғалымдарының жаңалықтарымен танысты.

Орта ғасырдағы Орта және Таяу Шығыс ғалымдарды өздерінің ізашарларының мұраларын толық меңгере отырып, мүлдем жаңа жолмен жүрді. Белгілі тарихшы–математик А.П.Юшкевич «Ең бастысы мынада: Орта Азия математиктері өздерінің ізашарларының ісін сандық жағынан өсуіне әсер етіп жай ғана жалғастырып қоймай, математикалық зерттеулерге жаңа идеялық бағыт берді, сапалы жаңа математиканы жасақтауға кірісті, сонымен біздің ғылымды бірінші кезекті жаңалықтармен байытты», – деп есептеді [20].

Үндістандағы, Орта және Таяу Шығыстағы математиканың теориялық деңгейі Қытайға қарағанда жоғары болды.

Ислам елдері математикасының тұңғыш классигі Мұхаммед Ал–Хорезми Бағдат мектебінің көрнекті қайраткерлері қатарының алдында.

VII–XV ғғ. арифметиканың дамуына ислам елдерінің ғалымдары үлкен үлес қосты. Олар: ал–Хорезми, Омар Хайям, ал–Караджи, Насиреддин ат–Тусси, ал–Каши, Абу–Райхан Бируни және т.б.

Өз еңбектерімен математиканы құрған атақты ғалымдар аттарының қатарында Шығыс пен Орта Азияның көптеген өкілдері бар. IX–XV ғасырларда еңбек еткен Орта Азия математиктерінің жетістіктері ерекше болып келеді. Қазіргі кезде математика ғылымының іргетасы ретінде қарастырып, әрі элементарлық математика деген атпен біріктіріп жүрген пәндер дәл осы кезеңде қалыптасты.

5.2. Араб арифметикасы

Ондық позициялық нөмірлеу Үндіде шамамен 1500 жыл бұрын қалыптасты. Оны Европаға таратуда орта азиялық Мұхаммед ал–Хорезмидің (780–850 жж.) «Арифметика» еңбегі зор роль атқарды. Онда ол бірінші рет араб тілінде ондық позициялық нөмірлеу мен олардың негізгі амалдарын берді. Орта азиялық ғалым Джемшид Каши өзінің «Арифметика кілті» (1427 ж.) кітабында ондық бөлшектер мен олардың негізгі амалдарын жүйелі түрде сипаттады.

5. 3. Алгебра – жеке ғылым

Алгебраның жарыққа шығуы мен дамуында Шығыс ғалымдары зор роль атқарды. Ол бір мезгілде әрі теориялық ғылым, әрі алгори тмдік техника, әрі есептеу өнері болды. Омар Хайям (XI ғ.) алгебраға мынадай анықтама берді: «Алгебра ғылыми тәсіл. Белгісіз болып белгілі бір нәрсемен қандай да ара қатынасқа қойылып анықталатын сандар мен шамалар оның құралы болады, алгебра есептегі берілген шаманы белгісізбен біріктіретін қатынасты анықтайды. Алгебралық шешім теңдеудің күшімен пайда болады». Алгебраның жеке ғылым ретінде одан әрі дамуы Омар Хайям атымен тығыз байланысты.

Бірінші дәрежелі теңдеудің дамуына Мұхаммед ал–Хорезми үлкен үлес қосты. Ол квадраттық теңдеу шешудің ережелерін берді. Ал–Хорезмидің арифметика мен алгебрадан маңызды еңбектері математикалық шығармалардың алғашқыларының бірі болып Европада араб тілінен латын тіліне аударылды. Ал–Хорезми кітабында қолданған «Ал джебр» терминінен «алгебра» сөзі пайда болған. «Есептеу туралы қысқа кітапша ал–джебр және ал–Мукабала» – Шығыстағы алғашқы алгебра кітабы. Ал–Хорезмидің алгебрасы – бұл сандық квадраттық және сызықтық теңдеулерді шешу туралы ғылым. Орта азиялық ғалым Абу–Райхан Бируни (973–1050 жж.) кез келген натурал көрсеткішті түбірден шығару жайлы жазған. Ал–Хорезмиден кейін египеттік Абу Камил Шуджа ибн Асланның (850–930 жж.) алгебра саласындағы еңбектері ілгері қарай жылжыды. Ол квадраттық теңдеулерді шешкенде бірінші болып үш шама белгісін бөліп көрсетеді: жай сандар, түбір және квадраттар. Әр ережені геометриялық алгебраның көмегімен дәлелдейді. Алгебралық есептеу мазмұндамасында біз Абу–Камилядан алгебраның даму процесінің екі жағын байқаймыз: теориялық деңгейдің көтерілуі және геометриялық әдістердің қолданылуына қарамастан арифметиканың дамуы.

X ғасырдың соңы XI ғасырдың басында жазылған Бағдат ғалымы Абу–Бакра Мұхаммед ибн ал–Хасан ал–Караджидің «Арифметика ғылымы туралы жеткілікті кітап» еңбегі арифметика мен геометрияға арнап шығарылған. Кіріспесінде есептеу ғылымының негізгі мақсаты – белгілінің көмегімен белгісіз шаманы табу айтылады, оған бірлік пен күшке ие алгебралық ережелер қажет болып табылады. Кітапта дәреже, квадратты жіктеу, кубтың қосындысы мен айырмасы ұғымына байланысты сұрақтар қарастырылып, кейбір арифметикалық қатарлардың қосындылары шығарылды. Квадраттық және кубтық иррациональдыларға қолданылатын арифметикалық амалдар. Квадраттық теңдеуге келтіріп шешілетін жоғары дәрежедегі теңдеулер шешімі. Өзінің «Арифметика кілті» еңбегінде Ал Каши екі мүшені кез келген натурал дәрежеге шығару ережесін мазмұндады.

Көне ғылым кубтық теңдеуге тек қана ауық–ауық көңіл бөлді. Ал шығыс, араб елдерінде көптеген математиктер осы мәселемен айналыса отырып, үлкен жетістіктерге жеткен. Омар Хаям (1048–1131 жж.) кубтық теңдеулердің жалпы теориясын құрып, бір жүйеге келтірді. Шығыс математиктерінен мұра болып қалған сызықтық және квадраттық теңдеулер туралы ілім Европадағы алгебраның даму негізі болып табылады.

5.4. Араб математиктерінің еңбектеріндегі геометрия

Джемшид Ал–Каши өзінің «Шеңбердің ұзындығын өлшеу» еңбегінде (1424 ж.) П–дің 16 ақиқат таңбасын тапты, содан оның П–дің иррационал сан екеніне көзі жеткен. Ол өзі тапқан П–дің мәні Архимед шамасынан шындыққа жақынырақ екенін біліп, «Барлық шындықты тек бір Алладан басқа ешкім білмейді» – деді.

Омар Хайям «Хайям Саккери төртбұрышы» параллель түзулер теориясын дамытты. Бұл Евклидтік емес геометрияның алғашқы теоремалары.

Насиреддин ат Туси өзінің «Евклид мазмұндамасы» еңбегінде параллельдер теориясын дамыта отырып, «Толық төртбұрыш трактатын» жазды.

Абу Камилдің «Өлшеу туралы кітап» трактаты дұрыс бес және он бұрышқа арналған. Әңгіме олардың құрылуында не болмаса жіктелуінде емес, олардың элементтерін іштей және сырттай сызылған шеңбердің диаметрі арқылы бірін екіншісімен сандық өрнектеу туралы еді.

Геометрияға қатысты мәселелер Абу Райхан Бирунидің көптеген шығармаларында зерттелген. Олардың бірі «Дөңгелектің хордасын анықтау трактаты». Онда геометриялық теорияның дәлелдемесі, әртүрлі қабырғалы іштей сызылған дұрыс көпбұрыштың құрылу ережесі берілген.

Ал–Хорезми алгебралық трактатында ертеректегі араб тіліндегі әдебиеттег геометриялық мәліметтер айтылады. Мұнда тең бүйірлі тікбұрышты үшбұрыш үшін Пифагор теоремасының дәлелдемесі келтірілген, үшбұрыштың, дөңгелектің аудандарын, шардың, цилиндрдің және т.б. көлемдері есептеп шығарылған. Алгебраның үшбұрыштың есептеріне қарапайым қолданылуы көрсетілген, кейбір ережелер анықтаулар мен дәлелдемелермен қамтамасыз етілген.

Орта ғасырдағы шығыстың атақты философы Абу Насыр Мухаммед ибн Мухаммад Аль–Фараби (870–970 жж.) математиканың дамуына зор әсер етті. Ол Евклидтің «Бастамалары» мен Птоломейдің «Альмагестінің» негізін ғылыми түрінде түсіндірді. Аль–Фараби ғылымның жіктелуін жасай отырып, бірқатар бөлек теориялық және іс жүзінде қолданатын пәндердің анықтамаларын енгізді.

Геометрияның дамуында Авиценнаның (Абу Али ибн Сина (980–1037 жж.)) Евклид «Бастамаларына» жазған түсініктемелері мен толықтырулары зор әсер етті.

5.5. Тригонометрия – математиканың жеке саласы

Орта мектепте оқылатын тригонометрия ғылым ретінде IX–XIII ғасырларда Орта және Таяу Шығыс математиктерінің жұмыстарында құрастырылды. Олар ежелгі гректер мен үнділердің жетістіктерін қолданған. Орта және Таяу Шығыс араб тілді елдерде тригонометриялық білім анағұрлым тез жиналып жетілдірілді. Оның дамығаны сонша тригонометрия математиканың бөлек саласына айнала бастады.

Ал–Хорезмидің астрономиялық еңбегі синус жөне тангенс кестелері бар араб тіліндегі алғашқы кітап болып табылады. 1260 ж. Насиреддин ат Туси астрономияға бағынбайтын жүйелі тригонометриялық жинақ жазды. Ахмад ибн Абдаллах Марвази тангенс пен котангенс түсінігін енгізіп, олардың функцияларының кестелерін құрды.

Абу Райхан Бирунидің «Канон Мас'уда» кітабы – жазық және сфералық тригонометрия тарихында маңызды орын алады. Онда тригонометриялық кестелер, сонымен қатар тригонометриялық ережелердің геометриялық дәлелдері толығырақ берілген.

«Астрономияның ережелер жинағы» атты кітабында Омар Хайям астрономияға байланыссыз сфералық және жазықтық тригонометрияны бірінші рет жүйелі мазмұндады. Дәлдік бойынша ең жақсы тригонометриялық кестелер Ұлықбек обсерваториясында (1394–1449 жж.) жасалды. Самарқанд басқарушысы, Тимурдың немересі, Ұлықбек өзінің заманында сауатты азаматтардың бірі болды. Ол Самарқандта жаңа техникамен жабдықталған обсерватория құрды. Онда Джемшид Каши басқарған математиктер мен астрономдардың үлкен тобы жұмыс жасады. Мұнда атақты «Зидж Улугбека» шығармасы жасалынды. Арабша «зидж» – тригонометриялық сызықтардың бір–біріне әрекеттілігі, түсініктемелері мен дәлелдемелері келтірілген астрономиялық және тригонометриялық кестелер жинағы. Бұл кестелер ерекше дәлдік пен толықтық бойынша көзге түскен.

6. ҚОСЫМША ТАРАУ.

6. 1. Байырғы өлшеуіштер мен қазақ есебі

Әр халықтың тұрмыс–тіршілігіне, өмір талабына сай, ғасырлар бойы қалыптасқан өлшеу бірліктері бар. Олар сол халықтың математикалық білімінің бір бөлігі болып табылады. Оны оқыту мен тәрбиелеу процесінде пайдалану – халықтық педагогиканың максаттарының, келелі міндеттерінің бірі болып табылады. Байырғы өлшеуіштер туралы мәліметтерді үлкен кісілердің аузынан, фольклорлық шығармалардан, сөздіктер мен әмбебап кітаптардан аракідік кездестіруге болады. Мәселен, ағылшынның стадийі, ярды, дюймы, орыстың вершогы, червонеці, қазақтың ат адымы, табаны, елік адымы, бие сауымы осындай өлшеуіштер. Қазақтың байырғы өлшеуіштері әлі зерттелмей жатқан мәселе. Байырғы өлшеуіштердің нақты мәндері болғанымен, олар заманына қарай өзгеріп отырған. Мысалы, стадий мен фунттың мәндері түрліше. Осындай жағдай бізде де кездеседі. Оларды бірыңғай қарастыру шындыққа жанаспайды. Алайда оларды бір жүйеге түсіріп, реттеп қоюға болады. Ол көпшілік ісі, қоғамдық іс. Бір өлшеуіштін ортүрлі мәні болғандықтан, жуықтап есептеуден туғандықтан, оларды іс–әрекетте сынап, орташа мәнін алған жөн. Сонда ол көп талас тудыра бермейді, өйткені ол ғылыми әдіс. Өлшемдері көрсету барысында бірде тендік, бірде сызықша койдық. Әрине олардың бәрі жуық шаманы көрсететіндігін есте сақтайық. Жас дәрісшілерге пайдалы деген мақсатпен осы тізімді беріп отырмыз, әрине олар нақтылана түсетіндігіне сенім мол [21].

1 елі = сұқ саусақтың орта буынының ені =6 арпа жуандығы.

1 тұтам = 4 елі = жұдырықтың ені = алақан ені = 8 см

1 кез = тұтам = 1 қары = 50см

1 тас = 5–6км = 5,5км

1 батпан = 64 тас

1 бармақ = бүгілген бармақтың екінші буынының ені = 2,18–2,28 см

1 сүйем = $\frac{1}{4}$– аршын бас бармақ пен сұқ саусақтың керме арасы = 17,78 см = 18 см

1 аршын = 71,12см

1 арпа = жылқы жалының алты кылы

1 қарыс = бас бармақ пен шынашақ арасы

1 сынық сүйем = бүгілген сұқ саусақ ұзындығын не сұқ саусақтың алғашқы екі буынның ұзындығы;

1 құлаш = 8 қарыс = иық деңгейінде көтерілген қолдың керілген екі саусағынын арасы = 25 шариат кезі = 167,5 см

1 құлаш = иық деңгейіне дейін көтерілген қол ұшынан екінші топшасына дейінгі аралық

1 құлаш = 2,5 аршын = 166,5см

1 құлаш = 1 сажын = 2,13м

1 кез = 1,5 аршын = 106,68см

1 кез 6,5 бүршек = 1м

1 қадам = 1 адым = 70см
1 парсаң = 12000 қадам = 8,5км
1 парсаң = 150 танаб = 6 км
1 танаб = 39,9 м = 40 м
1 тас = 9000 қадам
1 алшын = 45–50см = 45см
1 кез = 70,68см = 71см
1 қадақ = 2048 жүгері дәні
64 кадақ =1,5 пүт
1 бүршек = 4,5см
1 шақырым = 1 верста – 1,07 км
2 шақырым = 1 миля
1 миля = 1,6093км
1 елі = 1 вершок
1 бармақ елі = бас бармақтың екінші буынының ені
1 көзкөрім – дауыс жететін жер
1 түстік жер – шамамен ат жүрісімен 4–5 сағаттық қашықтық
1 айлық жер – шамамен ат жүрісімсн 28–30 күндік қашықтық
1 күндік жер – шамамен ат жүрісімен 8–10 сағаттық жер.
1 таяқ тастам =1–2 кадамдай қашықтық
1 таяқ бойы = 85см = белуар = адам бойының жартысы
1 жұдырық – адам белінің жуандығына тең шама, жұдырықтан шынтақ шегіне дейінгі ұзындық
1 бүршік = 1 буын = 3,5см
1 қозы көшжер = көктемдегі қозы шаршағанда жүрілетін жер = 14–15км = 14,5км
1 күзгі көшжер = 25–26км = 25,5км
1 орта көшжер = 90 км
1 шілдер бойы = жылқының алдыңғы он аяғы мен арткы сол аяғының арасы
1 тұсау бойы = жылқының екі аяғының арасы
1 қыл арқан = 27 не 21м
1 арқан = 6–8 құлаш
1 бүйда =1,5 құлаш
1 ноқта = 1 кұлаш
1 көген = 27–28м = 27,5м
1 бұршақ = екі бұршақ арасы = 3–4 сүйем
1 табын түйе жайылымы = 3 шақырым
1 түйсжайлым = жайылымдағы скі түйе арасы – 25м
1 казық = көгендегі екі қазық арасы = 3 м
1 кереге жайылымы = 3 м
1 уық = 2,5м
1 стадий = 195м
1 дюйм = бас бармақтың бірінші буынының шамасы = 2,54см
1 қытай цуны = бас бармақтың екінші буынының арасы=3–4см

1 қадақ = 400г
1 келі = 2,5 қадақ
1 қадақ = 1 орыс фунты = 409.512г
1 кіші батпан = 9 $\frac{1}{4}$ орыс фунты = 7,371кг
1 үлкен батпан =18 орыс фунты = 7,371 кг
1 батпан = 4,095кг = 10 орыс гривиннигі
1 батпан = 130 дирхем
1 дирхем = 64 бидай
1 бидай = 0,0488г
330 дирхем = 1031,25г
41 кесе қара тары = 1 пүт = 16,38 г
1 қап = 4 пұт = 65–66 кг
1 ширек = пұт
1 қанар = 6 пұт = 16 фунт = 104,832кг
1 батпан =16 пұт
1 кіші батпан = 10,5 пұт
1 мыскал = 1 золотник = 4 г
1 дирхем = $\frac{2}{3}$т мыскал = 3,125 г
1 мысқал = 4,46 г
1 арпа = 0,045
1 ағылшын фунты = 453,6 г
1 кез май = 1 кесе
1 шақша = 2,5 фунт = 1,024 кг
1 табақ дән = $\frac{1}{16}$ батпан
1 кіші табақ дән = 3,5 кг
1 үлкен табақ дән = 11,7–12 кг
1 алтын динар = 3,235 г
1 пүт = 40 қадақ
1 күміс жамбы = 6 кг
4 күпшек = 1 пүт
1 киле = 25,656 кг
1 тай = 24,375 кг
1 батпан = 20,268 кг
1 динар = 4,231 г
1 теңге = 8,9 г күміс
1 підіия =1–2 пүт дән
1 пітір = 8,32 кг дән
1 тас = 1 кг, 2кг, 5кг, 100 г, 200 г, 500 г.
1 көнек су = 6–7л
1 шүйке жүн – бір уыс түтілмеген жүннен шығады
1 сабам жүн – сабағанда тулаққа сиятын жүн –'

1 ұршық жіп = 200 г
1 басалма жіп = 400 г
1 ірі жылқы салмағы = 20 пұт
1 арық жылқы салмағы =10 пұт
1 шана астық = 50 – 60 пұт
1 арба астық = 25–30 пұт
1 ширек шай = 250 г
1 әшіміңке шай = 125 г
1 тайменке = 25 г
1 қайнатым шай = 12,5 г
1 шылым шай = 5 г
1 шымшым = 5–6 г
1 шөкім ет = I торғай салмағы
1 шөкім – бес саусақ шөкіміне ілінетін зат
1 бір түрген тұз – 1 кг
1 тақта шай = 250 г, 500 г, 2,5 кг
1 шылым – 1 шөкі темекі
1 алақан май = 30–40 г
1 күлше май = 120–150 г
1 бие қылы = 3 шарық қадақ
1 құты су = 2 қадақ
1 қой жүні = 5–6 қадақ
1 ешкі түбіті = 3 қалақ
1 ат шаптырым = 4–5км
1 шелек = 10 не 12,3л
1 бөтелке = 3 ыстақан
3 бөтелке = 2л
1л = 1,6 бөтелке
1 бөтелке = 1 істопа
1 аяқ сусын – 2л
1 көздей су = 400мл
1 шара сусын – 4л
1 торсық сусын = 2–3л
1 дөңгелек = 1 доллардың 500–ден бір бөлігі
1 пайыз = 1 процент
1 аққұман шай – 600 мл
1 сом = 10 гривенник
1 червонец = 10 сом
1 гривенник =10 тиын
1 рубль = 1 сүлкебай не сүлеб
1 рубль =100 тиын
1 теңге = 1 монета
1 алтын = 3 тиындық қарабакыр
Отыз бестік =10 тиындық күміс.
Елулік =15 тиындық күміс

Жетпістік = 20 тиындық күміс

1 тиын = 2 жарты тиын = 4 төрткүл = ширек тиын

10 қағаз = 1 десте

1 десте = 24табақ

1 табақ = 4 парақ

1 парақ = 2 бет

1 тең = 2 құшақ шөп

1 құшақ шөп =10 десте

1 десте шөп =10 уыс

1 уыс шөп – бас басбармақ пен ортан колдың арасына нығыздала сиған шөп 1 жілік – сойылған малдың $\frac{1}{12}$ бөлігі

1 аяқ – сойылған малдың 3 жілігі

2 аяқ – сойылған малдың 6 жілігі

3 аяқ – сойылған малдың 9 жілігі

Мал –12 жіліктен тұрады

1 жыл = 12 ай = 4 маусым

1 ай = 29 не 30 күн

1 апта = 7 күн

1 тәулік = күн мен түннің 24 сағатта алмасуы = 24 сағат

1 жыл = 355 күн, кейін 365 күн

Кібісе жыл = 356 күн, кейін 366 жыл

50 жыл = қазан

100 жыл = 1 ғасыр

1000 жыл = заман не көзкөрмес заман

Жұма – бесінші күн, демалыс күні

Жұлдыз – бір айы айдағы күн есебі

Жыл басы – тышқан. 1876, 1888, 1900, ..., 1996 жылдар тышқанға келеді.

Ғұмыр – адамның өмір сүрген уақыты.

Ас – өлген кісіні бір жыл болғанда еске түсіру рәсімі

Үші – өлген кісіні үшінші күні кәдісін жасау

Жетісі – өлген кісіні жетінші күні еске алу

Тоғызы – өлген кісіні тоғызыншы күні еске алу

Қырқы – өлген кісіні қырық күн толғанда еске түсіру рәсімі

37–30.7 = 210 күн–шала туған бала сүйіншісі

47–40.7 = 280 күн = 9 ай 9 күн = айы, күні жеткен бала сүйіншісі

40 – нәрестенің туанына кырық күн толғанын атау кәдесі.

1 мүшел =13 жас – отау иесі, бәләғат жасы

2 мүшел = 25 жас – күші толысқан адам

3 мүшел = 37 жас – ақылы толысқан адам

4 мүшел = 49 жас – дана адам

5 мүшел = 61 жас – пайғамбар жасы, тәубесіне келген адам

6 Жыл қайыру – 12 мүшел есебі

Тышқан	1996	2008	2020
Сиыр	1997 –	2009	2021
Барыс	1998	2010	2022
Қоян	1999	2011	2023
Ұлу	2000	2012	2024
Жылан	2001	2013	2025
Жылқы	2002	2014	2026
Қой	2003	2015	2027
Мешін	2004	2016	2028
Тауық	2005	2017	2029
Ит	2006	2018	2030
Доңыз	2007	2019	2031

Мұсылман жыл санауы 16–шілде 622 жылдан, яғни хиджрадан басталады. Бұл күні Мұхаммед пайғамбарым Меккеден Мадинаға ауысты.

Григориан жыл санауынан хиджр жыл санауына

$$Г = X - \frac{x}{33} + 621; \quad X = Г - 621 + \frac{Г - 621}{32}$$

формулалары арқылы көшеді. Мұнда Г–григориан жыл санауындағы жыл, Х–хиджра жылы 33 ай жылы 32 күн жылына сәйкес келеді. Формуларымен есеп жургізгенде « жылға қателесуіміз мүмкін.

Түн ортасы – түнгі сағат 12

Түн жарым – түнгі сағат 3

Кешкіқұрым – күн батқан кез

Тал түс – күннің тас төбеге келуі, яғни нәрсенің көлеңкесінің түбіне тусуі.

Сәске түс – күннің киғаш–кырық бес градуспен түсуі, яғни нәрсе биіктігінің өз көлеңкесіне тең болған кезі.

Таңсәрі – Шолпанның туған уақыты

Бозала таң – күн шапағының белгісі, таңның ағара бастауы

Таң ата – күннің өз ұясынан шығар алды

Қарға адым – қаңтардағы күннің ұзары

Ат адым – ақпандағы күннің ұзары =38 минут

Елік адым – карға адым – ат адым = қаңтардың басынан ақпанның аяғына дейінгі күннің ұзаруы, яғни 74 минут

1 тоғыс = 27 күн 8 сағат

3 тоғыс айы – 17 сәуірден 13 мамырға /1961жылы/ дейінгі аралық

Өлара – 21 наурыз бен 22 наурыздың аралығы, 0 сағат, жаңа жыл басы

1 қадам = 1 градус

1 кадам = 60 дақыға = 60 минут

1 дақыға = 1 минут = 60 саннийа

1 саннийа = 1 секунд

Қас ағым – жарықтың жалт етуі, көзді ашып жұмғанша кететін уақыт, шамамен 0,7 – 1 сек

Темірқазық жұлдызы солтүстікті нұсқайды.

Сүмбіле туса су суыр.

Қардың басын қар алады.
Нәрсенің солтүстігін мүк басады, көгереді.
Ағаштың түстік жағы шытынап, күнге күйіп тұрады.
Күзде ағаштың жапырағы толық түспесе қыс қатты болады.
Құмырсқа илеуі биік болса кыс қатты болады.
Қой өрістен қайтарда аузына шөп тістеп қайтса қыс қатты болады.
Мал желге қарап жайылады.
Ай қораланса – арбаңды сайла, күн қораланса – күрегеңді сайла.
Қыркүйектің басында күзем басталады.
Түйе оңнан солға қарай айналып жайылады.
Ешкі мен сиыр мүйізіндегі бунақ олардың жасын көрсетеді.
Тырна бұрыш жасап ұшады.
Тарақан тік бұрышты сынық бойымен козғалады.
Бағасы бірдей екі көктің ірісі арзанырақ түседі.
Жуа тамыры бір қадамға созылады.
1 отар тоқты = 500 бас
1 отау = 9 құмалақ
Түнгі дауыс ащы келіп, 4–5 шақырымға жетеді.
Ит екі айда бір жасқа толады.
Ешкі үш айда бір жасқа толады.
Ат – бес жастан асқан жылқы
Бесті – төрт жастағы жылқы
Құнан – үш жастағы жылқы
Тай – екі жастағы жылқы
1 өсім – нәрсенің жүзден бір үлесі, яғни бір проценті
1 жар = 1000 шаршы метр
1 танаб = 900 шаршы сажын = 4097,02 шаршы метр
1 кісі бойы = 1м 70см
1 кісі бойы қол созым = 2 м, 40 см
Бес жиырма = 100 жылқы
Бес жақсы – 500–600 жылқы
Ілу = 40–50 жылқы
Жыртыс – 200 м кездеме
Балама қалың мал – бір тәуір жылқы
Олқы қалың мал – 27 ірі қара
Орта қалың мал – 10 ірі кара
Отау үй – 300 сом
Сүт ақы – 1–2 түйе
Зекет беру – табыстың $\frac{1}{40}$ бөлігін беру
Дүре соғу 25,50,75,100 шыбықтан тұрады.
Айып төлеу 1,2,3,4,5,6,7,8,9 үйір жылқыдан тұрады.
1 үйір жылқы = 9 бас
1 – бір саусақ, бір жіп түйіні, бір тас, бір кертін, әліп

2 – саусак, екі жіп түйіні, екі тас, екі кертін, би

3 – үш саусақ, үш жіп түйіні, үш тас, үш кертік не сызат, си

5 – бір қол

10 – екі қол, жұдырық, үлкен түйін, айқасқақ сызат, кия

11 – жұдырық және бір саусақ,

12 – жұдырық және осы екі саусағы, айқасқан сызат және тік екі кертік

15 – екі қол және бес саусақ, бір жұдырық және жұдырықты ашып көрсету

20 – екі қол және оны қайталау, бір жұдырықты тсзірек ашып, қайта көрсету

30 – жұдырықты екі рет ашып көрсету

100, 1000 – жұдырық, үлкен түйін, айқасқан сызықта, саусақтың бірінші буыны

5, 50, 500, 5000 – бес саусақ, бес саусақ және жүдырык, 10–ның, 100–дің 1000–ның жартысы

20, 200, 2000 – екі саусақ және жұдырық, екі айқасқан сызат, жақын орналасқан екі жіп түйіні

Жарты – бір саусақтың жартысын көрсету

Жок, бос, құр, жезұлы, пайда – амандық сөздері мәнді білдірді

1/2 – жарты, сынық, жарты тең, тең жарнақ

1/4 – ширек төрткүл, күпшек, шарық

1/3 – үш жарық

∞ – көзұшы, шексіз көп, жұлдыз, түу алыста

Көп – үштен кем емес, жиын

10000 – сан қол

10000 = түмен

2 түмен = 20 000

10 түмен = 100 000

1000 түмен = 1000 000

+ – мал, мал–басы, амандық сөздері беріледі

– – жоқ шығын, түу сөздерімен айтылады

Тоқсан – үш айлық уақыт, 90 күн

Шілде: 1/қырық күндік уақыт кесіндісі = жазғы шілде/26 маусым мен 5 тамыз аралығы/

2/ең суық қыстың қырық күні = қысқы шілде /жуық түрде 27 желтоқсан мен 5 ақпан аралығы

Бесін – декреттік уақыт бойынша күндізгі 3 пен 5 арасы = кешкі шақ

Тоғыс есебі – жылы 13 айға бөлінген календарь

Бесқонақ – 1/3 наурыздан 8 наурызға дейінгі аралық

2/Кібісе жылы 4 наурыздан 8 наурызға дейінгі аралық

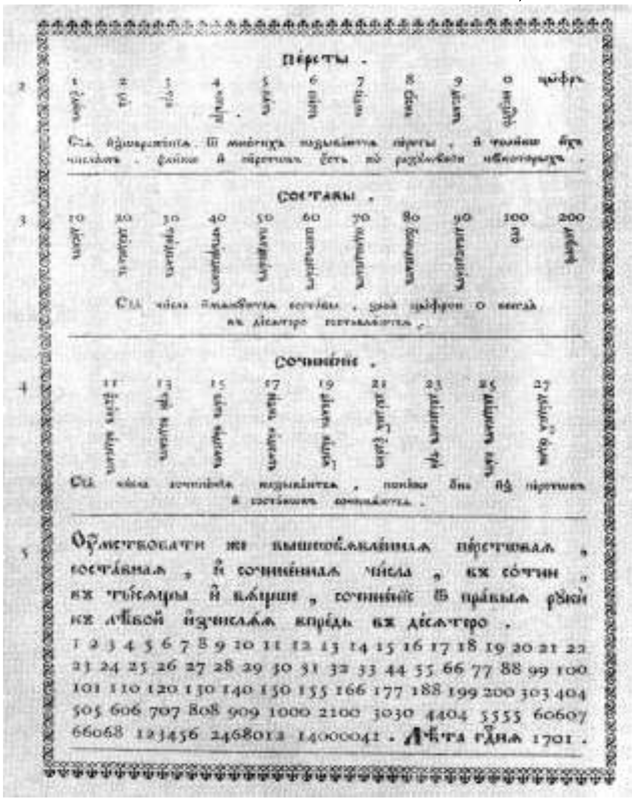
Кіші шілде – отыз күндік азаматтық ай

Әбжад есебі – араб әріптеріне цифрлық мағына беріліп жүргізілген есеп Жәріп – 958 шаршы метр жер

Мысқал қадақтың 24–тен бір болгі, шамамен 4,8 грамм Харвар – бір есек көтеретін жүк, шамамен 300 кг.

6.2. Л.Ф. Магницкий және оның «Арифметикасы»

1. Л.Ф. Магницкий «Арифметикасындағы «Санау»»



Л.Ф. Магницкий «Арифметикасындағы «Санау»»

XVIII ғасырдың басында I Петрдің указы бойынша Москвада математикалық-навигациялық мектеп ашылып, ол флот үшін кадрлар дайындауға тиісті болған. Ол мектеп оқытушыларының арасындағы беделді жалғыз орыс оқытушысы Леонтий Филиппович Магницкий (1669 – 1739) еді. Леонтий Филиппович Магницкий қарапайым халық ортасынан шыққан және өзінің қажырлы еңбегінің арқасында сол кездегі математика ғылымының шыңына шыққан адам еді.

Л. Ф. Магницкийге навигациялық мектепте математиканы оқып үйренуге арналған құралды жасау жүктелген еді.

Магницкийдің «Арифметика, яғни есептеу ғылымы» деген кітабы 1703 ж. славян тілінде басылып шықты. Ол кезде бұл кітап математика энциклопедиясы болып табылған еді. Онда арифметика, алгебра негіздері баяндалып, геометриядан, тригонометриядан, теңіздік астрономия мен навигациядан мәліметтер берілген және қажетті кестелер мен есептер берілген.

«Арифметикадағы» бір қызық жағдай — «нумерация, немесе санау» өз алдына жеке бір амал ретінде баяндалып, арнаулы тарауда қарастырылған. Онда (славян тілінен аударғанда) былай делінген: «Нумерация дегеніміз мынадай: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 он таңбамен жазып көрсетуге болатын барлық сандарды сөзбен айтып санау (атау) деген сөз. Бұл он таңбаның тоғызы мәнді; ал соңғы 0 (ол цифр немесе жоқтық деп аталады) жеке тұрғанда ешбір мәнге ие болмайды. Ал ол қандай да бір мәнді цифрға тіркелсе, онда оны он есе арттырады, бұл туралы ілгеріде айтылады.

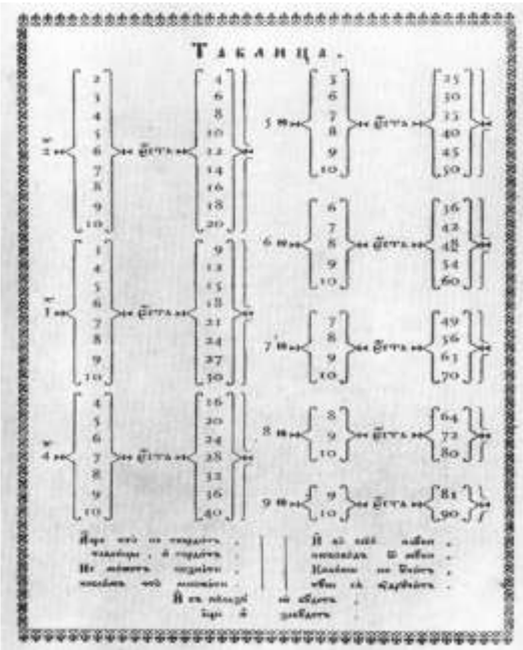
Магницкий мәнді цифрларды нольден өзгеше, «нышандылар» деп атайды. 12-суретте «Санау» тарауындағы бір бетінің көрінісі берілген.

Ондағы жазуға қарағанда, автор барлық бір таңбалы сандарды «персты» (саусақтар) деп атаған. Бірліктер мен нольдерден құралған (мысалы, 10, 40, 700 т. с . с.) сандарды «составы» (буындар) деп атаған.

Ал қалған басқа сандарды (12, 37, 178 т. с. с.) «сочинение» (құранды) деп атаған. Бұл бетте ноль бұрынғыдан өзгеше — «түк те емес» деп аталған.

Онан әрі «Арифметикада» бір ноль және бірнеше ноль тіркелген бірлік түріндегі сандардың атаулары келтірілген. Дөңгелек сандардың атаулары берілген таблица 24 нолі бар (10^{24}) санға жеткізілген. Сонан кейін өлеңмен: «Сан шексіз...» деп атап ескерткен.

Магницкий «Арифметикасындағы» бір ерекшелік — тексте осы күнгі араб цифрлары қолданылған, ал кітап басылып шыққан жыл Және беттердің нумерациясы славян нумерациясымен берілген. Нумерациялардың мұндай аралас қолданылуы Магницкий «Арифметикадан» бірнеше жыл бұрын шыққан кейбір басқа кітаптарда да кездеседі. Ол дәуір ескірген славян нумерациясын анағұрлым кемелді араб (үнді) нумерациясымен алмастыру ісі қолға алынған кез болатын.



Л.Ф. Магницкий «Арифметикасындағы» көбейту кестесі

6.2. Арифметикалық кестелер

Л.Ф. Магницкий Арифметикасында бірнеше қарапайым кестелер берілген. Олар қосу, көбейту, сандар кестелері славян және араб нумирациямен берілегн. Автор қарапайым кестелерде бір санды бірнеше рет қайталамауға тырсады.

Көбейту кестсінде фигуралық жаңашарларды қолданып көбейткіштерді тек бір рет жазады. Мысалы, 5-ті 5, 6, ... 10 көбейткенде о 5-ті 5-тең 10-ға дейін біріктірентін фигуралық жаңшаның ортасына қарсы жазып «есть» (болады) деген сөзден соң фигуралық жақшаларға баған түрінде сәйкес көбейтінділерін орналастырады. Қосу кестесінде осындай реттеп құрастырған. Осындай тәсіл жақсы жаттауға жазғанда уақытты тиімі пайдалануға мүмкіндік береді.

Л. Магницкий қосу мен көбейту кестелерін жатқа білу қажетті деп естіген.

6.3. Магницкий «Арифметикасы». Сынық сандар

.Ф. Магницкийдің «Арифметикасының» басқы беті.

Л.Ф. Магницкийдің «Арифметикасының» бірінші беті

Біздің көз алдымыздағы суреттер (14, 15-суреттер) орыс тілінде басылып шыққан бірінші математика оқулығының, яғни Магницкийдің кең тараған «Арифметикасының» титул және бірінші беттері. Бұл кітап 1703 ж. басылып шыққан.

Міне автордың жазған сөздері: «Арифметика немесе санамалық дегеніміз адал да ақбейіл, баршаға оңай түсінікті, аса пайдалы, аса мақтаулы өнер...». Бұл жерде «өнер» сөзі «шеберлік» мағынасында қолданылған. Грек авторлары «арифметике техне», яғни «сан өнері» («арифмос» - сан, «техне» - өнер) деген сөз тіркесін қолданған.

Кітаптың бірінші бетінде ғылым сарайы кескінделіп көрсетілген (15-сурет). Тақта патша қызы «Арифметика» отыр. оның оң қолындағы символдық кілт — білім атаулының кілті. Арифметика-сыз басқа ғылымдарға жол жоқ. Арифметика біліміне бес баспалдақ алып барады, олар: санау, қосу, азайту, кебейту және бөлу. «Арифметиканың» бірінші кітабының бірінші бөлімінде бүтін сандардың нумерациясы және бүтін сандарға қолданылатын барлық амалдар баяндалған, ал екінші бөлімінде сынық сандар, яғни бөлшектер қарастырылады.

Сынық сан не деген сұрауға автор былай жауап береді: «Сынық сан деген заттың санмен әйгіленген бөлігі ғана, яғни; мысалы, елу тиын сомның жартысы, мұны $\frac{1}{2}$ сом деп жазады, немесе $\frac{1}{4}$, немесе бестен бір бөлік $\frac{1}{5}$, немесе бестен екі бөлік $\frac{2}{5}$ және әрбір заттың санмен әйгіленген белігі сынық сан болады».

Магницкийдің кітабында әр түрлі мазмұнды есептер көп, қызық есептер де көп. Солардың біреуін шығарыңдар:

10-есеп. Бір адам бір кеспек кіршімені 14 күнде, ал сондай кеспекті әйелі екеуі 10 күнде ішіп тауысады. Міне сонда білу керек, әйелінің жеке өзі сондай кеспекті неше күнде тауысады».

Шәкірттерге тапсырма. Магницкий «Арифметикасынан» мына есепті шығару керек:

11 -есеп. «Бір кісі бір жылға жалдаған малайына 12 сом және шекпен бермекші болып келіскен. Бірақ малай 7 ай жұмыс істегеннен кейін кететін болып, тиісті жалақысын және шекпенді сұраған. Қожайын оған тиісті 5 сом мен шекпенді берген, сонда ол шекпеннің бағасы қандай болғанын білу керек» [22].

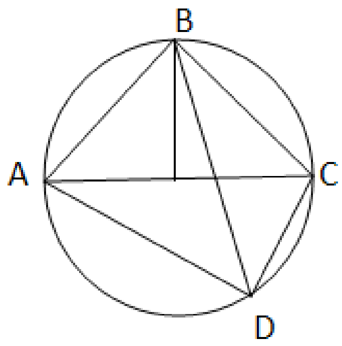
7. Птолемей теоремасына есептер шығару

Птолемей теоремасына есептер шығару

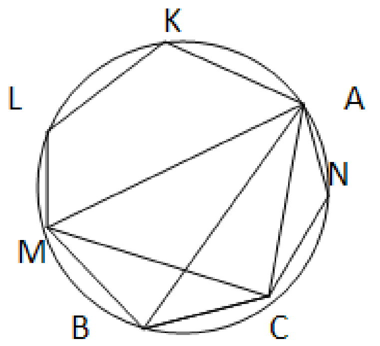
Мектептегі математика курсының тереңдетілген 9-сыныбының геометриясында “Птолемей теоремасы” беріледі, бірақ бұл тақырыпқа есептер шығару қарастырылмаған.Птолемей теоремасы қандай да бір кесіндінің ұзындығын табуда және кейбір теңдіктерді дәлелдеуде қолданылады.Бұл теорема шеңберге іштей сызылған төртбұрыштың бір касиеті болып табылады. (Птолемей-біздің заманымыздың II ғасырында өмір сүрген атақты грек ғалымы).

Теорема.Шеңбердің ішіне сызылған төртбұрыштың диагональдарының көбейтіндісі –оның қарама-қарсы қабырғаларының көбейтінділерінің қосындысына тең.

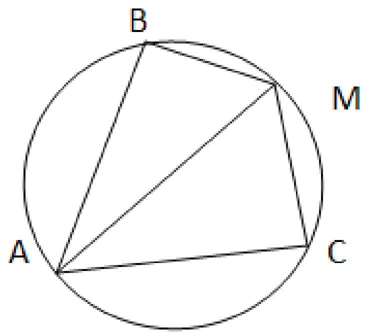
Дәлелдеу.Шеңберге іштей сызылған АВСД төртбұрышын қарастырайық.АС және ВД диагональдарын жүргіземіз. ДВС бұрышына тең АВF бұрышын саламыз (1-сурет).



1-сурет



2-сурет



3-сурет

ABF және ДBC үшбұрыштары екі бұрышы бойынша үқсас (іштей сызылған BAC және BДC бұрыштары тең, себебі екеуі де BC доғасына тірелген).Олай болса,AB:BД=AF:CД,бұдан AB*CД=AF*BД.
AВД және FBC үшбұрыштарының ұқсастағы да осалай дәлелденеді.Олай болса,AД:FC=BД:BC,бұдан AД*BC=FC*BД.
Осы теңдіктерді мүшелеп қосып, алатынымыз:
AB*CД+AД*BC=AF*BД+FC*BД=(AF+FC)*BД=AC*BД,дәлелдеу керегі де осы болатын.

1-есеп. BAC бұрышы $\pi/7$ –ге, ал ABCбұрышы $2\pi/7$ -ге тең болатын ABC үшбұрышы берілген.Осы үшбұрыштың қабырғаларының ұзындықтары$1/BC = \frac{1}{AC} + 1/AB$

теңдігімен байланысты екенін дәлелдеңдер.

Дәлелдеу.BC=a, AC=b, AB=c болсын.Берілген үшбұрышқа сырттай шеңбер жүргіземіз.BC доғасы$2\pi/7$-ге, ал AC доғасы $4\pi/7$-ге тең екені есеп шартынан белгілі. Онда A,B,C төбелері осы шеңберге іштей сызылған AKLMBCN дұрыс жетібұршынының төбелері болып табылады(2-сурет).

Шеңберге іштей сызылған дұрыс жетібұрыштың көрші төбелерін қосатын доғасы $2\pi/7$-ге тең; сондықтан бұл жетібұрышты салу үшін AC доғасын N нүктесі арқылы тең екі бөлікке бөлу және AM доғасын K және L нүктелері арқалы тең үш бөлікке бөлу жеткілікті. Жетібұрыштың қабырғасы a-ға тең. ACBM іштей сызылған төртбұрышын қарастырамыз.Тең доғалар тең хордаларды керетіндіктен BC=BM=a, MC=AC=b, AM=AB=c болады.Осы төртбұрыш үшін Птолемей теоремасы бойынша мынадай теңдік орындалады:MC*AB=BC*AM+MB* AC немесе bc=ac+ab.Соңғы теңдіктің екі жағын abc-ға бөліп, мынаны аламыз:
$1/a = \frac{1}{b} + 1/c$ немесе $1/BC = \frac{1}{AC} + 1/AB$,дәлелдеуіміз керегі де осы болатын.

2-есеп.ABC дұрыс үшбұрышы шеңберге іштей сызылған. Осы шеңбердің кез-келген M нүктесі үшін M-нен үшбұрыштың бір төбесіне дейінгі қашықтық M-нен үшбұрыштың қалған екі төбелеріне дейінгі қашықтықтардың қосындысына тең болатынын дәлелдеңдер (M нүктесі A,B,C нүктелерінен өзге).
Дәлелдеу.AB=BC=AC=a және M нүктесі шеңбер бойында B және C нүктелерінің арасында жатсын (3-сурет).ABMC іштей сызылған төртбұрышын

қарастырайық. Онда MA=MB+MC екендігін дәлелдейміз.

Бұл төртбұрыш үшін Птолемей теоремасы бойынша мынадай теңдік орындалады:

BC*MA=AB*MC+AC*MB немесе a*MA=a*MC+a*MB.Соңғы теңдіктің екі жағын да a-ға бөліп, MA=MC+MB теңдігін аламыз, дәлелдеуіміз керегі де осы болатын.

3-есеп.АВСД шаршыға сырттай сызылған шеңбердің СД доғасы бойынан Р нүктесі алынған, PA+PC=$\sqrt{2} * PB$ екенін дәлелдеңдер.

Дәлелдеу.AB=BC=AC=a болсын ABCP іштей сызылған төртбұрышын қарастырайық (4-сурет)

Птолемей теоремасы бойынша AB*PC+BC*PA=AC*PB тендеғі орындалады. AC кесіндісі- шаршы диагоналі болғандықтан AC=a$\sqrt{2}$-ге тең. Сондықтан a*PC+a* PA=a$\sqrt{2}$*PB теңдігін аламыз. Дәлелдеуіміз керегі де осы болатын.

4-есеп. $A_1A_2 \quad A_3A_4A_5A_6A_7$ дұрыс жетібұрышка сырттай шеңбер сызылған. A_1A_7 кабырғасын керетін кіші доға бойынан еркін М нүктесі алынған. $MA_2 + MA_4 + MA_6 = MA_1$+M$A_3 + MA_5 + MA_7$ болатындығын дәлелдеу керек.

Дәлелдеу. Мынадай белгілеулер енгіземіз:

A_1A_2=A_2A_3=A_3A_4=A_4A_5=A_5A_6 =A_6A_7=a,

A_1A_3=A_2A_4=A_3A_5=A_4A_6=A_5A_7=A_1A_6=A_2A_7=b,

MA_1=d_1, MA_2=d_2, MA_3=d_3, MA_4=d_4, MA_5=d_5, MA_6=d_6, MA_7=d_7.

$MA_1A_2A_3$, $MA_2A_3A_4$, $MA_3A_4A_5$, $MA_4A_5A_6$, $MA_5A_6A_7, A_6A_7MA_1$, $A_7MA_1A_2$, іштей сызылған жеті төртбұрыш үшін Птолемей теоремасын қолданып, келесі теңдіктерді аламыз:

$MA_1 * A_2A_3$+$A_1A_2 * MA_3$= $MA_2 * A_1A_3$

MA_2*A_3A_4+A_2A_3*MA_4=$MA_3 * A_2A_4$

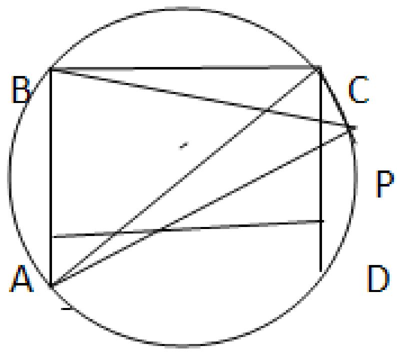
$MA_3 * A_4A_5 + A_3A_4 * MA_5 = MA_4 * A_3A_4$

$MA_4 * A_5A_6 + A_4A_5 * MA_6 = MA_5 * A_4A_6$

$MA_5 * A_6A_7 + A_5A_6 * MA_7 = MA_6 * A_5A_7$

$MA_1 * A_6A_7 + A_1A_6 * MA_7 = MA_6 * A_1A_7$

$MA_7 * A_1A_2 + A_2A_7 * MA_1 = MA_2 * A_1A_7$ немесе



4-сурет

$ad_1 + ad_3 = bd_2$

$bd_3 = ad_2 + ad_4$

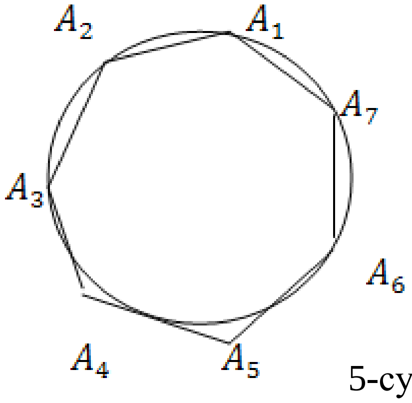
$ad_3 + ad_5 = bd_4$

$bd_5 = ad_4 + ad_6$

$ad_5 + ad_7 = bd_6$

$ad_1 + bd_7 = ad_6$

$ad_7 + bd_1 = ad_2$



5-сурет

Теңдіктердің екі жағын мүшелеп қосып, келесі теңдікті аламыз:
$(2a+b)(d_1+d_5+d_7)=(2a+b)(d_2+d_4+d_6)$.
Сондықтан, $d_1+d_3+d_5+d_7=d_2+d_4+d_6$.
Демек біз $MA_2+MA_4+MA_6=MA_1+MA_3+MA_5+MA_7$ болатындығын дәлелдедік.

8. Ежелгі математиканың үш есебі

А) Кубты екі еселеу есеб. « Көлемі берілген кубтың көлемінен екі есе үлкен куб салу керек». Бұл есеп ежелгі Грецияда кеңінен мәлім болғаны сонша, ол туралы ел аузынан мынадай аңыз тараған: Делос аралында оба ауруына бұрқ ете қалады. Жұрт жиналып індетке құрба шатады, соның ішінде куб пішіндес алтынды да «тасарттыққа» береді. Бірақта індет тоқталмайды. Бұл пәледен құтылу жолын сұрағанда көріпкел-абыз «тасаттықтың» пішінін өзгертпестен екі есе үлкейтіңдер деп бұйырыпты. Содан бері бұл есеп «Делос есебі» деп аталып келіпті.

Кубты екі еселеу есебін шешу қазыргі таңбалыу бойынша $x^3=2a^3$ куб теңдеуін шешумен пара-пар. Бұл есепті шешу жолында грек математиктері Гиппократ, Архит, Евдокс, Менехм, Эратосфен, Никомед, Аполлоний, Герон, Диокл, Папп және басқалары көпеңбек сіңірді. Геометриялық алгебраның жәрдемінен , яғни цикуль мен сызғыш арқылы шеше алмағаннан кейін олар түрлі механикалық аспаптар мен конустық қималарды қолданған.

Бұл есепті математик Хиостық Гипократ (б.з.д. V ғ.) берілген кесіндіге геометриялық орта екі кесінді салу есебіне келтіркді:
$$\frac{a}{x}=\frac{x}{y}=\frac{y}{2a}\rightarrow x^3=2a^3$$
Сонда x және y кесінділері $x^2=ay$, $y^2=2ax$, $xy=2a^2$ конустық қималардың (араболалар, гипербола) қиысу нүктесінің координаттары болады. Осы әдіспен кубты екі еселеу есебңн шешу жолында Менехм конустық қималардың көптеген қасиеттерін ашады. Бұл қисықтар туралы зерттеулер математиканың одан әрі дамуына үлкен ықпал жасады, атап айтқанда, конустық қималар (эллипс, парабола, гипербола, шеңбер) теориясының туып қалыптасуына үлкен себеп болады.

Кубты екі еселеу есебінің шешуін (жалпы алғанда куб иррационалдық) циркуль мен сызғыш арқылы салуға болмайтынын тұңғыш рет 1837 жылы математика Ванцель дәлелдеді.

Ә) Бұрышты трисекциялау есебі. Берілген бұрышты тең үшке бөлу мәселесі - грек геометлерін көп толғантқан мәселе. Біздің заманымызға дейін V ғ. Математигі Элидтік Гиппий бұрышты үш бөлімге бөлу (трисекциялау) есебін шешу үшін айрықша бір қисық сызық – квадратрисаны-қолданады.
Квадратриса – математика тарихында кездескен тұңғыш трансцентті қисық. Мұндай қисықтарды қаолрастыру да болашақ математика едәуір орын алды. Бұрышты тең үшке бөлудің басқа бір әдісін кейіннен Архимед ұсынды.

Бұрышты трисекциялау мәселесінің де тарихы өте ұзақ. Біздің заманымыздыңIX-X ғасырларынла Орта Азия математинтері ол есепті cos φ=4 $\cos^3$ φ/3 -3cos φ/3 немесе $a=4x^3-3x$ куб теңдеулері циркуль мен сызғыш арқылы, яғни геометриягық алгебра әдістермен шешуге болмайтыны тек XIX ғасырда дәлелденді.

Б) Дөңгелекті квадраттау есебі (берілген дөңгелекке тең аудандас квадрат салу). Бұл есепті шешуді грек математиктері екі тұрғыда қарастырады. Біріншіден олар мұны жуықтап шешуге көп әрекет жасаған. Мұнда дөңгелекті іштей және сырттай сызылған көп бұрыштар арқылы жуықтап, шеңбер ұзындығының диаметрге қатынасын көрсететін санының жуық мәнін табу мақсаты көзделеді.

Екінші жағынан, математиктер дөңгелекті дәл квадраттауға тырысады. Бұл саладағы ізденістер ешбір нәтижие бермеді; өткені, егер дөггелек радиусы r деп алсақ, есеп $x=2\sqrt{\pi}$ кесіндісін салуға тіреледі. Сөйтіп, бұл кесіндіні салу π санның табиғатына тікелей байланысты болады. Бұл санның рационал бола алмайтыны XVIII ғасырдың аяғында ғана анықталды. Анығын айтқанда, бұл санның ешбір бүтін коэффицентті алгебралық теңдеудің түбірі бола алмайды, яғни трансцендентті сан екені 1882 жылы Линдеман дәлелдеді. Бұл дәлелдемесінде ол мұндай сандарды циркуль мен сызғыш арқылы салуға еш болмайтынын айтты. Сөйтіп, осы санның төңірегінде екі жарым мың жылға жуық жасалған әрекеттер бос әуре болып шықты. Алайда бұл ізденістер математика үшін босқа кеткен жоқ, ғалымдар оны шешу әрекеті үстінде көптеген математикалық жаңа фактілер тағайындады, соны әдістер ашты. Мәселен, қазіргі математикалық анализдегі шектер теориясының бастамасы болып табылатын «сарқу әдісі» деп аталатын әдіс те осы дөңгелекті квадраттау есебі байланысты табылған. «Сарқу әдісінің» бастамасы б.з.д. V ғ. Өмір сүрген философ-софист Антифоннан басталады. Ол: «Дөңгелекке іштей квадрат салып оның қабырғасын екі еселеп, содан шыққан, көпбұрыштың қабырғасын тағыда екі еселеп осы әрекетті біртендеп жүргізе берсек, дөңгелекке іштей сызылған дұрыс төртбұрыштылар тізбегі табылады. Бұлардың кейінгісі алдыңғысына қарағанда дөңгелекке жақын келеді де бір кезде онымен дәлме дәл болады» деп пайымдаған. Бұл ұйғару бойынша дөңгелекті көп бұрыштар арқылы сарқуға болады, яғни көпбұрыш пен дөңгелек теңбе-тең болады. Антифон бұл ұйғаруын жоғарыдағы дөңгелекті квадраттау есебін шешуге қолданбақшы да болған.

Грек философтары әрі математиктері Антифонның бұл пайымдауын сынап еш бір көпбұрыштың дөңгелекке тең болмайтынын, бірақ дөңгелекті көпбұрыштар арқылы кез-келген дәлдікпен жуықтауға болатынын дәлелдеп берді. Осы сияқты пайымдаулар мен қорытындылар негізінде дәл де қатаң әдіс- «сарқу әдісі» шықты. Бұл әдістің мәнісін ұлы математик Евдоксқа арналған келесі параграфта айтуды жөн көрдік.

Математика тарихынан тест
№ 1 ТЕСТ

1. Ғылым тарихында жаңа кезең қай ғасырдан басталады
A) 17 ғ.
B) 16 ғ.
C) 14 ғ.
D) 15 ғ. бірінші жартысында
E) 16 ғ. екінші жартысында
2. Элементарлық математика дәуірі
A) б.з.д. 3-4 ғасырлардан 9 ғасырға дейін
B) б.з.д. 4-5 ғасырлардан 16 ғасырға дейін
C) б.з. 6 ғасырдан 8 ғасырға дейін
D) б.з. 3 ғасырдан 10 ғасырға дейін
E) б.з. 12 ғасырлары
3. Вавилондықтардан қалған жазу
A) сына жазу
B) иероглиф
C) латын жазбасы
D) орхон жазбасы
E) араб жазбасы
4. Ринд папирусында қанша есеп бар
A) 18 есеп
B) 25 есеп
C) 85 есеп
D) 76 есеп
E) 81 есеп
5. Сократтың шәкірті – атақты ойшыл
A) Аристотель
B) Демокрит
C) Фалес
D) Платон
E) Анаксимандр
6. Лицей мектебін ұйымдастырушы
A) Анаксимандр
B) Демокрит
C) Аристотель
D) Платон
E) Сократ
7. Академия деп аталатын мектептің негізін қалаған кім
A) Платон
B) Аристотель
C) Сократ
D) Р.Декарт
E) Гиппократ

8. Еуропада философия, математика және басқа ғылымдардың жедел, көтеріп, қайта өрлеуіне кімдердің еңбектері ықпал етті
A) араб ғұламаларының
B) орыс жазушылардың
C) грек ойшылдарының
D) испан ғұламаларының
E) ағылшын монахтарының
9. “Абақ туралы кітап” немесе “Арифметика” атты Леонардо Пизанскийдің еңбегі қай жылы шыққан
A) 1200 жылы
B) 1201 жылы
C) 1140 жылы
D) 1202 жылы
E) 1160 жылы
10. Қайта өрлеу заманында жаңа символикалық алгебраның негізін жасаушы
A) Ф.Виет
B) Н.Шюке
C) Штидель
D) Кардано
E) Н.Орем
11. Пифагор өмір сүрген жылдар
A) б.з.д. 570-500 жылдар шамасы
B) б.з.д. 560-500 жылдары
C) б.з.д. 540-490 жылдар шамасы
D) б.з.д. 560-512 жылдары
E) б.з.д. 540-495 жылдары
12. “Математика” грек тілінде қандай мағынаны береді
A) ғылым, білім
B) сан, есеп
C) оқу, жазу
D) өнер
E) атақ, даңқ
13. Математика тарихының методологиялық негізі
A) дуализм
B) механика
C) динамика
D) диалектикалық материализм
E) кибернетика
14. $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+...+\frac{1}{n}-\ln n\right)=0.0577216$
A) Л.Эйлер тұрақтысы
B) Больцман тұрақтысы
C) Пифагор теоремасы
D) Коши тізбегі
E) П-дің мәні

15. Герон формуласы

A) $S=\frac{1}{2}ab$

B) $a^2+b^2=c^2$

C) $S=ab$

D) $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ $p=\frac{a+b+c}{2}$

E) $y'=\frac{dy}{dx}$

16. “Бастамалар немесе Негіздер” кімнің еңбегі

A) Лаплас

B) Пифагор

C) Евклид

D) И.Ньютон

E) Т.Байес

17. “синус”, “косинус” терминдерінің түп-төркіні қайдан шыққан

A) Үнді математикасынан

B) Қытай математикасынан

C) Грек математикасынан

D) Араб математикасынан

E) “геометрия “терминінен

18. 18 ғасырда Л.Эйлер мен Лагранж зерттеулерінің арқасында нағыз ғылымға айналған теория

A) дифференциалдау әдісі

B) сандар теориясы

C) ықтималдық теориясы

D) теңдеулер теориясы

E) оптикалық теориялар

19 “Инфинит” деген сөз қандай мағынаны береді

A) шек

B) шексіз

C) сан

D) теңдік

E) теңсіздік

20. Лопитальдың ең негізгі жетістігі 1696 жылы жарық көрген оқулығы

A) «Шексіз аз анализі»

B) «Лопиталь ережелері»

C) «Флюксияр әдістері»

D) «Терең геометрия туралы»

E) «Функцияның экстремумдары»

21. «Комбинаторика» термині қай жылы шыққан

A) 1662 жылы

B) 1664 жылы

C) 1666 жылы

D) 1665 жылы

E) 1663 жылы
22. Италияның көрнекті математигі
A) Б.Кавальери
B) Г.Галилей
C) Д.Грегори
D) Лейбниц
23. Шар, цилиндр, жазық фигураның теңбе-теңдігі, дөңгелекті өлшеу т.б. еңбектерді зерттеген ғалым
A) Архимед
B) Евклид
C) Евдокс
D) Аполлоний
E) Птолемей
24. Математика тарихындағы баға жетпес еңбек «Конустық қима». Осыны ойлап тапқан ғалым
A) Архимед
B) Евклид
C) Евдокс
D) Аполлоний
E) Птолемей
25. Арифмометрлер және логарифмдік сызғыш қай ғасырда пайда болған
A) 15 ғасырда
B) 17 ғасырда
C) 14 ғасырда
D) 13 ғасырда
E) 12 ғасырда
26. Ұлы ойшыл, энциклопедист ғалым Рене Декарттың туылған жері
A) Франция
B) Греция
C) Вавилон
D) Орта Азия
E) Мысыр
27. Логарифм терминін ғылымға енгізуші
A) Р.Декарт
B) Г.Бригс
C) Ф.Энгельс
D) Д.Непер
E) Бернулли
28. 18 ғ. «ықтималдықтар теориясы» кімнің еңбектерінде өз шешімін тапты
A) Р.Декарт
B) Г.Бригс
C) Ф.Энгельс
D) Д.Непер
E) Бернулли

29. Тұңғыш «Тригонометриялық кестені» ашқан ғалым
A) Птолемей
B) Гиппарх
C) Евклид
D) Эратосфен
E) Диофант
30. «Максимум және минимум» , «Қисық сызықтарды табу» атты шығармалардың авторы
A) Евклид
B) Аристотель
C) Л.Эйлер
D) Лаплас
E) Т.Байес

№ 2 ТЕСТ

1. 18-19 ғасырларда математика патшасы атанған ең ірі тұлға – неміс математигі
A) Евклид
B) Аристотель
C) Ал-Коши
D) Леонардо да Винчи
E) К.Гаусс
2. Голандиялық математик және инженер С.Стивен қолдануды ұсынған
A) ондық бөлшектер
B) жай бөлшектер
C) иррационал бөлшектер
D) аралас сандар
E) бүтін сандар
3. «Геометрияны білмейтіндер бұл ғимараттың табалдырығынан аттамасын» деп Академиясының есігінің маңдайшасына жазылған (б.з.д. 4 ғ.)
A) Евклид
B) Платон
C) Ал-Коши
D) Леонардо да Винчи
E) К.Гаусс
4. Пифагордың әзіл есебі.
Шәкіртімнің жартысы математиканы оқыйды, ширегі музыка үйреніп жүр, жетіден бірі үндемей отыру парызын өтеуде, бұдан басқа үш қыз бар. Пифагор мектебінде қанша оқушы бар?
A) 28
B) 27
C) 25
D) 22
E) 20

5. Қазақ математикасының хантәңірі
A) О.А.Жәутиков
B) Леонардо да Винчи
C) К.Гаусс
D) Р.Декарт
E) Пифагор
6. Тұңғыш «Есеп құралының» авторы ұлы жазушы
A) А.Пушкин
B) С.Есенин
C) Пифагор
D) М.Дулатов
E) Сократ
7. «Академияның ақыл ойы» деп Платон жоғары бағалаған ұлы философ, математик (б.з.д. 3 мың жыл)
A) Аристотель
B) К.Гаусс
C) Н.Лобачевский
D) Л.Магницкий
E) Ф. Виет
8. «Платон менің досым, бірақ шындық одан да қымбат» деген қанатты сөзді айтқан данышпан ғұлама ғалым (б.з.д. 3 мың жыл)
A) Аристотель
B) К.Гаусс
C) Н.Лобачевский
D) Л.Магницкий
E) Ф. Виет
9. Бір ауылдан екінші ауылға бір адам шыққан. Ол күніне 40 шақырым жол жүруге тиіс. Ертесіне екінші адам шықты 45 шақырым жүруге тиіс болса, бірінші адамға неше күнде жетеді
A) 8 күнде
B) 7 күнде
C) 6 күнде
D) 5 күнде
E) 4 күнде
10. Бағдаттағы «Даналық үй» атты академиясының өкілі – ислам елдері математикасының тұңғыш класигі
A) Ал-Хорезми
B) Пифагор
C) Евклид
D) К.Гаусс
E) И. Ньютон
11. Ислам елдерінің мәдени және ғылыми өркендеуі ғасыры
A) 1-2 ғ.
B) 2-3 ғ.
C) 2-3 ғ.

D) 3-4 ғ.
E) 7-8 ғ.
12. Славян тілінде жазылған алғашқы орыс баспа оқулығының авторы
A) Ф.А.Головин
B) Л.Ф.Магницкий
C) С.И.Шохор-Троцкий
D) М.В.Ломоносов
E) Р.Декарт
13. Л.Ф.Магницкий «Арифметика» кітабынан есепті шығар
Бір кісі бір жылға жалданған малайына 12 сом және шекпен бермекші болып келіскен. Бірақ малай 7 ай жұмыс істегеннен кейін кететін болып, тиісті жалақысын және шекпенді сұраған. Қожайын оған тиісті 5 сом мен шекпенді берген, сонда ол шекпеннің бағасы қандай болғанын білу керек
A) 4сом 80т.
B) 4сом 70т.
C) 4сом 50т.
D) 4сом
E) 3сом 50т.
14. Қандай ұлы ғалым айтқан.
«Мен жұрттан алысырақ көремін, өйткені мен алыптардың иығында тұрмын»
A) Архимед
B) Аполлоний
C) И.Ньютон
D) Р.Декарт
E) Н.Лобачевский
15. Арифметика – математика патшасы деп айтқан немис математигі
A) К.Гаус
B) Архимед
C) Евклид
D) Омар Хаям
E) Брахмагупта
16. Шығыстың аристотелі атанған ғалым
A) Аль-Фараби
B) И.Ньютон
C) Л.Магницкий
D) Пифагор
E) Евклид
17. Ондық бөлшектің толық теориясын жасаған Самарқанд ғалымы
A) Аль Коши
B) Пифагор
C) Г.Лейбниц
D) Ариабхата
E) Ф.Виет
18. Қай елдің математиктері оң санды – «мүлік» деп, ал теріс санды «қарыз» мағынасында қарастырып, оларға барлық арифметикалық амалдарды қолданды

A) Грек
B) Қытай
C) Ресей
D) Үнді
E) Неміс
19. Птолемей патшаға «Геометрияға патшалар үшін айрықша жол жоқ» деген грек ғалымы
A) Аль-Фараби
B) Евклид
C) Ф.Виет
D) К.Гаус
E) Омар Хаям
20. Тригонометриялық функциялар теориясын жүйелеген ғалым (18 ғасыр)
A) Архимед
B) Пифагор
C) Аристотель
D) Н.Лобачевский
E) Л.Эйлер
21. «Стереометрия» - «кеңістік,өлшем» деген мағына беретін сөзі қай елден шыққан
A) Латын
B) Грек
C) Қытай
D) Үнді
E) Немис
22. Хеопс пирамидасының биетігі неше метр
A) 147
B) 130
C) 115
D) 140
E) 120
23. Сызықтық теңдеулер жүйесін шешу тәсілін қай елдің ғалымдары жазған
A) Үді
B) Грек
C) Қытай
D) Таяу Шығыс
E) Орта Азия
24. Квадраттық теңдеу коэффициенттері мен түбірлерінің байланысын өрнектейтін теореманың авторы
A) В.Виет
B) Архимед
C) Еквлид
D) Аль- фараби
E) К.Гаусс

25. Функция термині 1692 жылы енгізген неміс математигі
A) Аристотель
B) Пифагор
C) Г.Лейбниц
D) Аль Хорезм
E) Аль Берун
26. И.Ньютон мен Лейбництің дифференциалдық және итегралдық есептеулер ашылуына байланысты математика дәуірін атаңыз
A) айнымалы шамалар математикасы дәуірі
B) элементарлық математика
C) математиканың тууы
D) қазіргі математика
E) тұрақты шамалар математикасы
27. Ежелгі Қытай математикалық шығармасының аты
A) «Есептеу техникасы»
B) «Тоғыз кітіптағы математика»
C) «Жазықтықты өлшеу»
D) «Сатылап бөлу»
E) «Сызықтық теңдеулер»
28. Қандай Үндінің көрнекті математигі әрі астроном 1975 жылы космосқа Үндістанда тұңғыш рет ұшқан жер серігі аталды
A) Архимед
B) Аль Бируни
C) Аль Фараби
D) Пифагор
E) Ариабхата
29. « Алгебра атасы» деп кімді атайды
A) Аль Хорезми
B) Ф.Виет
C) Архимед
D) Евклид
E) Пифагор
30. Математика тарихында алгебра мәселесіне арналған тұңғыш шығарманың авторы
A) Аль Хорезми
B) Ф.Виет
C) Архимед
D) Евклид
E) Пифагор

Қолданылған әдебиеттер

1. Государственные образовательные стандарты среднего образования Республики Казахстан. РИК КАО имени И. Алтынсарина, 1998.
2. В.Н. Молодший. Элементы истории математики в школе. М., 1953-134 с.
3. А. Кубесов. Математика тарихы. Алматы: Қазақ университеті, 1993-240 б.
4. Закон Республики Казахстан "Об образовании", - Алматы: Издательский дом «Дастан», 2000 - 336 с.
5. Ю.А. Закарин. Абель, Галуа, Лобачевский, Эйнштейн: Математика ғалымдарының өмірі мен ғылыми еңбектері. Алматы: Қазақстан, 19868 - 196 б.
6. О.А. Жаутыков. Математиканы даму тарихы: Ерте заманнан XVII ғасырға дейін. Алматы: Мектеп, 1967 - 331 б.
7. М.У. Искаков. Ғылым және соқыр сенімдер. Әңгімелер. Алматы: Қазақстан, 1965 - 171 б.
8. Л.М. Фридман. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе. М., 1983 - 160 с.
9. Гнеденко Б.В. Очерки по истории математики в России М., 1946.
10. Программа по математикедля V-VI средней общеобразовательной школы//Математике в школе – 1985 - №6
11. К. Нурсултанов. Очерк истории математических знаний в Казахстане и вопросы использования ее материалов в педагогическом процессе. Диссертация на соискание уч.ст. канд. пед. наук. Алматы, 1975 – 189 стр.
12. Э.Т. Белл. Творцы математики. Предшественники современной математики. Под. ред. С.Н. Киро. М., 1979 г.
13. М.У. Искаков. Математика мен математиктер жайындағы әңгімелер. Бірінші кітап. Алматы: Мектеп баспасы, 1971.
14. Кубесов А. Математическое наследие Аль-Фараби. Алматы. Наука 1974 г.
15. Глейзер Г. И. История математики в школе IX-X классы - М.; Просвещение 1983. 267 с.
16. Энциклопедический словарь юного математика. Сост. А.П. Савин. М., Педпгогика, 1985 – 352 с.
17. А. Кубесов. Математика тарихы. Алматы: Қазақ университеті, 1993-240 б.
18. Рыбников К.А. История математики с древнейших времен до начала XIX столетия. Т-1-3. М., 1970 - 1972.
19. Жаутыков О.А. «Орыс математикасыны» атақты ғалымдары. Қазақ мемлекеттік баспасы. Алматы 1956.
20. Юшкевич А.П. История математики с древнейших времен до начала 19 столетия. Т-1-3. М., Наука 1970 - 1972.
21. Елубаев С. «Математиканы оқыту методикасы» Алматы, 1996
22. Глейзер Г И. История математики в школе IV-VI классы - М., Просвещение 1981. 279 с.
23. Дауылова С. Птолемей теоремасына есептер шығару. Маңғыстау мұғалімі 27.02. 2009

МАЗМҰНЫ

Формат 60х84 1\12
Объем 59 стр., 5 печатных листа
Тираж 20 экз.
Отпечатано
В Редакционно- издательском отделе
КГУТиИ им.Ш.Есенова
г.Актау, 32мкр.