МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН КАСПИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ТЕХНОЛОГИИ И ИНЖИНИРИНГА им. Ш.Есенова

КАФЕДРА «ЭНЕРГЕТИКА»

БАЛЕКОВА А.А., ОМИРЗАК А.А.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ТЕПЛОТЕХНИЧЕСКИХ РАСЧЕТАХ» ПО СПЕЦИАЛЬНОСТИ 050717 – «ТЕПЛОЭНЕРГЕТИКА»

Актау - 2011

УДК 22.12
Методические указания для практических работ по дисциплине «Компьютерные технологии в теплотехнических расчетах» по специальности 050717 – «Теплоэнергетика», - Актау, КГУТиИ им. Ш. Есенова, 2011, стр.43

Рецензент: к.т.н Ержанов К.Ш.

Методические указания предназначены для студентов института, изучающих «Компьютерные технологии в теплотехнических расчетах». Данное указание является компонентом по выбору для специальностей 050717 – Теплоэнергетика. Указание содержит методические рекомендации и решение типовых задач, а так же предлагает варианты заданий для самостоятельного решения в математическом пакете MATLAB.

Рекомендовано к изданию решением УМС КГУТиИ им. Ш.Есенова

Предисловие

Данное учебно-методическое пособие представляет собой сборник лабораторных работ, ориентированных на специфику преподавания вычислительной математики для студентов специальности «Автоматизированные системы управления и обработки информации».

Изучение дисциплины предполагает приобретение студентами опыта в построении и изучение математических моделей, путем анализа полученных численных результатов.

Предлагаемый лабораторный практикум является дополнением к учебникам по вычислительной математике. Практикум охватывает основные темы курса. Главное внимание уделяется построение математических моделей с использованием программы MATLAB. Сам практикум имеет следующую структуру:

- лабораторные работы по разделам курса, включающие последовательное описание их выполнения;
- варианты, предлагаемые студентам для самостоятельного выполнения.

В список литературы включены книги, использованные авторами при подготовке данного пособия, либо рекомендуемые студентам для дополнительного изучения.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 1

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА MATLAB

1.1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Сформировать у студентов знания, умения и навыки работы с математическим пакетом MATLAB.

1.2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Изучить теоретическую часть. Выполнить задание, соответствующее номеру Вашего варианта, и продемонстрируйте его преподавателю.

2. Оформите отчет по практической работе, который должен содержать:

- титульный лист (рис.1.1);
- исходные данные варианта;
- последовательность действий для решения задачи;
- результаты решения задачи.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
КАСПИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТЕХНОЛОГИИ И ИНЖИНИРИНГА им. Ш.Есенова

Кафедра «Энергетика»

Отчет по практической работе №1
"Математическая система MATLAB"

Выполнил: *Ф.И.О.*
Проверил: *Ф.И.О.*

Чебоксары 2008

Рис.1.1. Пример оформления титульного листа отчета по лабораторной работе

1.3. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

1.3.1. Окна системы MATLAB

MATLAB (MATrix LABoratory) – интерактивный матрично-ориентированный пакет, предназначенный для выполнения научных и инженерных расчетов.

По умолчанию после запуска пакета MATLAB на экране появляется комбинированное окно, включающее четыре наиболее важные панели (рис. 1.2):

- **Command Window** (Окно команд) – самая используемая панель. В ней набирают команды пользователя, подлежащие немедленному исполнению. Здесь же выдаются результаты выполненных команд.
- **Command History** (История команд) хранит все команды, набираемые пользователем, однако в отличие от содержимого Command Window (Окно команд) сюда не попадают сообщения системы и результаты вычислений.
- **Workspace** (Рабочее пространство) отображает текущий набор переменных, заведенных пользователем в командном окне.
- **Current Directory** (Текущий каталог) является аналогом известной программы Проводник, но имеет для MATLAB свое особое предназначение. Дело в том, что, кроме работы с математическими выражениями из командного окна, пользователь также может работать с файлами.

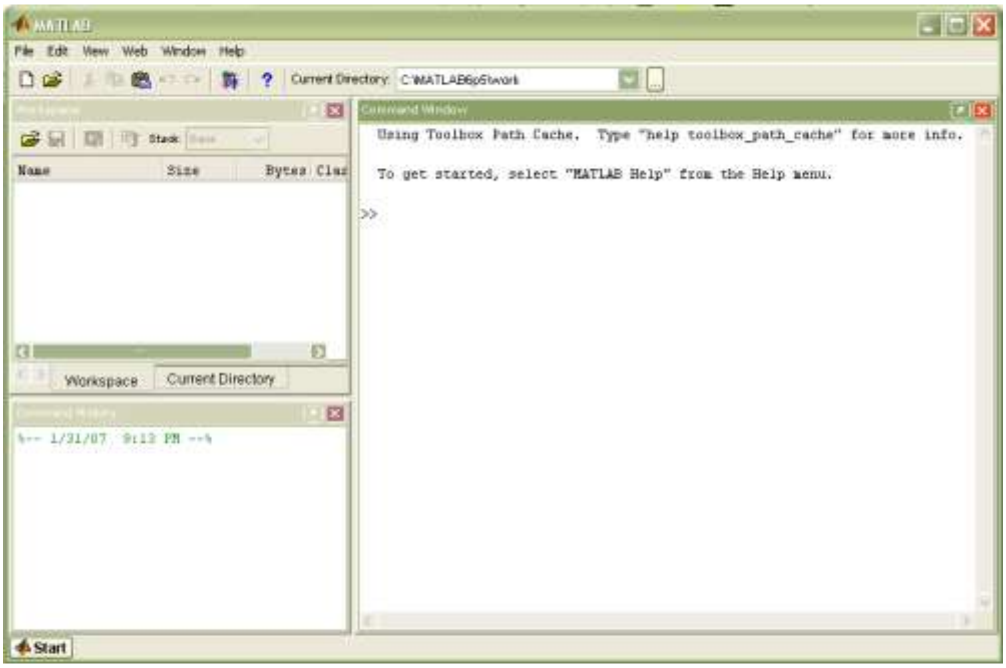

Рис.1.2. Общий вид главного окна пакета MATLAB

1.3.2. Главное меню системы

Главное меню MATLAB содержит следующие шесть пунктов:

- **File** (Файл) – работа с файлами;
- **Edit** (Правка) – редактирование;
- **View** (Вид) – управление окнами;
- **Web** – связь с фирмой-разработчиком через Интернет;

- **Window** (Окно) – связь с окнами системы;
- **Help** (Справка) – связь со справочной системой MATLAB.

Меню **File** содержит следующие команды:

- **New** (Создать) предоставляет возможность создать новый объект, а именно:
  - **M-File** (М-файл) – файл с расширением m, в который записываются программы;
  - **Figure** (Фигура) – специальное окно для вывода графической информации;
  - **Model** (Модель) – модель Simulink;
  - **GUI** – графический интерфейс пользователя (Graphical User interface), используется для создания собственных приложений.
- **Open** (Открыть) позволяет выполнить открытие существующего объекта посредством стандартного диалогового окна.
- **Close Current Directory** (Закрыть текущий каталог) закрывает окно текущего каталога.
- **Import Data** (Импортировать данные) производит импорт в среду MATLAB разнородных данных (анимационные ролики, звуковые файлы, числовые данные в различных форматах и т. д.)
- **Save Workspace As** (Сохранить рабочую область как) выполняет сохранение рабочей области.
- **Set Path** (Задать путь) организует работу с путями доступа.
- **Preferences** (Настройка) изменяет некоторые свойства рабочей среды системы MATLAB.
- **Page Setup** (Параметры страницы), **Print** (Печать), **Print Selection** (Печать выделенной области) служат для вывода информации на принтер, являются стандартными для многих пакетов.
- **Exit MATLAB** (Выход) позволяет завершить работу с программой.

Меню **Edit** содержит следующие команды:

- **Undo** (Отменить), **Redo** (Повторить), **Cut** (Вырезать), **Copy** (Копировать), **Paste** (Вставить), **Select All** (Выделить все) и **Find** (Найти) полностью соответствуют своему стандартному предназначению.
- **Paste Special** (Специальная вставка) используется для обмена с внешними программами, числовыми данными посредством буфера обмена.
- **Clear Command Window** (Очистить окно команд) Очищает командное окно.
- **Clear Command History** (Очистить историю команд) Очищает окно предыстории.
- **Clear Workspace** (Очистить рабочую область) очищает рабочую область от хранящихся в ней переменных.

Меню **View** содержит следующие команды:

- **Desktop Layout** (Разметка рабочего стола) помогает задать количество и расположение окон путем исполнения пунктов подменю.

o **Undock** (Отстыковать) позволяет сделать автономным (отделить от окна системы) выделенное в данный момент(активное) окно. После выбора данного пункта надпись меняется на **Dock** (Пристыковать) с названием активного окна. Меняется также на противоположную и функция пункта меню. Теперь при его выборе автономное окно снова прикрепляется к общему окну системы.

o Следующая группа пунктов меню с названиями окон является группой переключателей. Каждый из этих пунктов может сделать видимым или невидимым соответствующее окно.

o **Current Directory Filter** (Фильтр текущего каталога) имеет подменю пунктов-переключателей. С помощью этих переключателей можно выводить в окно **Current Directory** (текущий каталог) определенные типы файлов.

o **Workspace View Options** (Параметры отображения рабочей области) позволяет менять состав информации о переменных в списке окна **Workspace** (Рабочая область). здесь можно также отсортировать список переменных по различным критериям.

1.3.3. Числа, переменные, функции

Числа в MATLAB могут быть положительными и отрицательными, целыми и дробными, действительными и комплексными. Они могут представляться с фиксированной и плавающей точкой, с мантиссой и порядком. Особенности представления чисел в MATLAB:

❖ мнимая единица кодируется с помощью двух символов: i или j;
❖ целая часть числа от дробной отделяется точкой;
❖ отделение порядка числа от мантиссы осуществляется символом e.

Форматы чисел:

➢ `format chort` – короткое представление (5 знаков числа);
➢ `format chort e` – короткое представление в экспоненциальной форме (5 знаков мантиссы, 3 знака порядка);
➢ `format lonq` – длинное представление числа (15 знаков);
➢ `format lonq e` – длинное представление в экспоненциальной форме (15 знаков мантиссы, 3 знака порядка).

Переменные – это символы, используемые для обозначения некоторых хранимых данных. Переменная имеет имя, называемое *идентификатором*. Имя переменной начинается с буквы и может состоять из букв и цифр и некоторых (допустимых) символов.

Константы – это численное значение уникального имени, имеющего математический смысл. Наиболее часто в MATLAB используются следующие константы:

✓ `pi` – число π;
✓ `inf` – машинная бесконечность;
✓ `ans` – имя переменной, хранящей результат вычисления;
✓ `NaN` – нечисловой характер данных.

Элементарные функции:

❖ `abs(x)` – абсолютное значение x;

❖ `exp(x)` – экспоненциальная функция e^x;

❖ `log(x)`, `log10(x)`, `log2(x)` – логарифмы чисел с основанием e, 10, 2;

❖ `sqrt(x)` – корень квадратный из x;

❖ `sin(x)`, `cos(x)`, `tan(x)`, `cot(x)`, `sec(x)`, `csc(x)` – тригонометрические функции sin x, cos x, tg x, ctg x, sec x, cosec x;

❖ `asin(x)`, `acos(x)`, `atan(x)`, `acot(x)`, `asec(x)`, `acsc(x)` – обратные тригонометрические функции arcsin x, arcos x, arctg x, arcctg x, arcsec x, arccosec x;

❖ `sinh(x)`, `cosh(x)`, `tanh(x)`, `coth(x)`, `sech(x)`, `csch(x)` – гиперболические функции sh x, ch x, th x, cth x, sch x, csch x;

❖ `asinh(x)`, `acosh(x)`, `atanh(x)`, `acoth(x)`, `asech(x)`, `acsch(x)` – обратные гиперболические функции arsh x, arch x, arth x, arcth x, arsch x, arcsch x.

Функцию пользователя можно создать следующим образом:

1. Вызов окна редактора m-файлов путем нажатия кнопки **New M-File** (Создать m-файл).
2. Ввод строки

```
function Z=expxp(x)
```

Ключевое слово `function` объявляет новую функцию, имя которой `expxp`, а ее параметр – x. Символ Z определяет значение функции при аргументе x.

3. Задание новой функции (функции пользователя). Пусть

```
Z=exp(x)/x
```

4. Сохранение функции пользователя на диске. Для этого достаточно щелкнуть мышью по кнопке **Save** (Сохранить).
5. Закрытие окна редактора m-файлов.

Функция пользователя `Z=exp(x)/x` создана.

Для вычисления функции при данном аргументе x достаточно набрать имя функции и значение аргумента в круглых скобках: `z=expxp(1)`. На экране получим значение функции `z = 2.7183`.

1.3.4. Визуализация вычислений

Система MATLAB имеет богатые возможности графического представления информации. Она позволяет строить двумерные и трехмерные графики функций, заданных в аналитическом виде, в виде векторов и матриц, дает возможность построения множества функций на одном графике: позволяет представлять графики разными цветами, типами точек и линий и в различных системах координат.

Основными функциями двухмерной графики являются:

```
plot(x, y)
plot(x, y, s)
plot(x1, y1, s1, x2, y2, s2, …, xn, yn, sn)
```

где:

♦ x – аргумент функции, задаваемой в виде вектора;

♦ y – функция, представленная в аналитическом виде или в виде вектора или матрицы;

♦ s – вектор стилей графика; константа, определяющая цвет линий графика, тип точек и тип линий;

♦ x1, x2, …, xn – аргументы *n* функций, изображаемых на одном графике;

♦ y1, y2, …, yn – функции, изображаемые на одном графике.

В таблице 1.1 приведены стили графиков системы MATLAB.

Таблица 1.1. Стили графиков

Тип точки		**Цвет линии**		**Тип линии**	
.	Точка	Y	Желтый	-	Сплошная
O	Окружность	M	Фиолетовый	:	Двойной пунктир
×	Крест	C	Голубой	-.	Штрих-пунктир
+	Плюс	R	Красный	--	Штриховая
*	Восьмиконечная снежинка	G	Зеленый		
S	Квадрат	B	Синий		
D	Ромб	W	Белый		
V, ^, <, >	Треугольник вверх, вниз, влево, вправо	K	Черный		
P	Пятиконечная звезда				
H	Шестиконечная звезда				

Рассмотрим пример построения графика функции $y=\sin x\cdot e^{-x}$.
В окне **Command Window** задается программа:

```
>> x=-5:0.5:5;              % задание промежутка [-5;5] с шагом 0,1
>> y=sin(x).*exp(-x);       % задание функции y
>> plot(x,y,['R','*','-.'])   % выведение графика красного цвета (R), точки графика в виде снежинок (*), линии штрихпунктирные (-.)
>> grid on                    % задание сетки
```

График функции приведен на рис. 1.3.

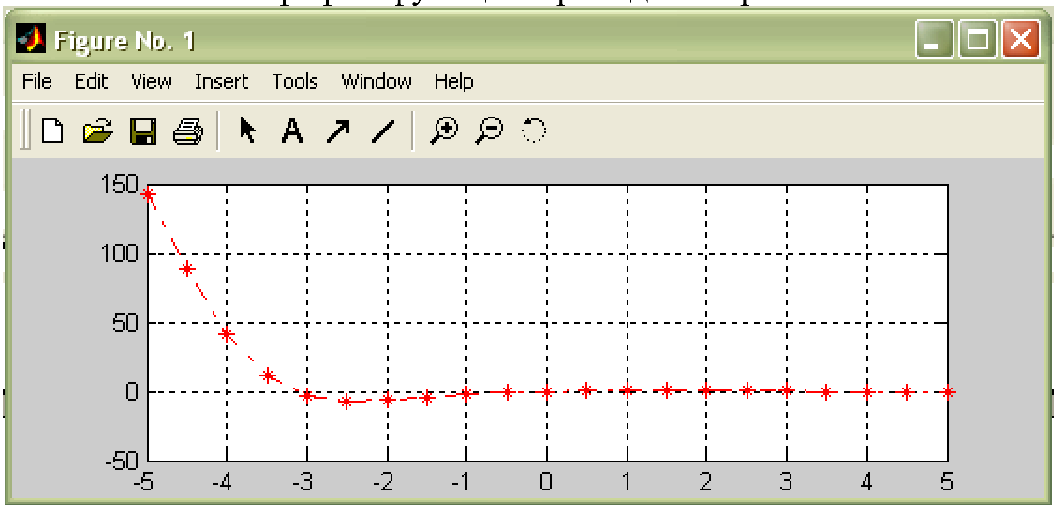

Рис.1.3. График функции $y=\sin x\cdot e^{-x}$.

1.4. ПРИМЕРНЫЕ ВОПРОСЫ НА ЗАЩИТЕ РАБОТЫ

1. Назови четыре основных окна. Какие функции они выполняют?
2. Аналогом какой известной программы является окно Current Directory?
3. Для чего предназначена система MATLAB?
4. Какие символы может содержать имя переменной?
5. Назови наиболее используемые в MATLAB константы?
6. Какие элементарные функции ты знаешь? Как они обозначаются в системе MATLAB?
7. Как создать функцию пользователя?
8. Назови основные функции двухмерной графики? Объясни параметры этих функций.

1.5. ЗАДАНИЕ

Создать функцию пользователя $y=f(x)$, вычислить ее значение в точке x_0 и прострoить график.

Варианты заданий.

№ варианта	Функция	x_0
1	$y=\frac{e^{-x}}{\sqrt{e^{-x}+1}}-x$	5,5
2	$y=\frac{x^2-1}{\ln(x^2-1)}+x$	2,75
3	$y=shx+\sin x-1$	3,1
4	$y=\frac{1}{x(1-\ln x)}-2$	4,21
5	$y=\frac{2}{3}\sin^2 2x-\frac{3}{4}\cos^2 2x$	6,32
6	$y=\frac{\sin^2 x}{\cos^4 x}-1$	4,75
7	$y=e^{x}\sqrt[3]{x^2}-x-1$	2,35
8	$y=x^3\sqrt[3]{(1-x)^2}-1$	8,29
9	$y=e^{-x}\sqrt{1+x+x^2}-x^2$	4,56
10	$y=\sqrt{x}-1-\cos(0{,}5x)$	1,23
11	$y=x^2\ln(1+x^2)-x$	7,55
12	$y=e^{\sqrt{\sin x}}-1{,}5$	3,64

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №2.

ПОГРЕШНОСТЬ ФУНКЦИИ.

2.1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Сформировать у студентов знания, умения и навыки работы с приближенными числами в применении формул погрешностей элементарных действий и функций.

2.2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Изучить теоретическую часть. Выполнить задания, соответствующие номеру Вашего варианта, и продемонстрируйте их преподавателю.

2. Оформите отчет по лабораторной работе, который должен содержать:

- титульный лист;
- исходные данные варианта;
- решения задач;
- результаты решений задач.

2.3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Пример 2.1.

Определить, какое равенство точнее: $9/11 = 0{,}818$; $\sqrt{18} = 4{,}24$.

Решение.

Найдем значения данных выражений с большим числом десятичных знаков. Для этого выполним следующие действия:

```
>> format long
>> a1=9/11
a1 =
   0.81818181818182
>> a2=sqrt(18)
a2 =
   4.24264068711928
```

Затем вычислим предельные абсолютные погрешности:

```
>> abs(a1-0.818)
ans =
    1.818181818182829e-004
>> abs(a2-4.24)
ans =
   0.00264068711928
```

Округлим их с избытком:

$$\Delta a_1 = 0{,}00019,\ \Delta a_2 = 0{,}0027.$$

Вычислим предельные относительные погрешности:

```
>> 0.00019/0.818
ans =
    2.322738386308069e-004
>> 0.0027/4.24
ans =
```

```
6.367924528301887e-004
```

Таким образом,

$$\delta a_1 = \frac{\Delta a_1}{a_1} = \frac{0,00019}{0,818} = 0,00024 = 0,024\%;$$

$$\delta a_2 = \frac{\Delta a_2}{a_2} = \frac{0,0027}{4,24} = 0,00064 = 0,064\%.$$

Так как $\delta a_1 < \delta a_2$, то равенство $9/11 = 0,818$ является более точным.

Пример 2.2.

Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки: $2,3544; \delta = 0,2\%$.

Решение.

Пусть $a = 2,3544; \delta a = 0,2\%$; тогда $\Delta a = a \cdot \delta a = 0,00471$. В данном числе верными являются три цифры, поэтому округляем его, сохраняя эти цифры:

$$a_1 = 2,35; \quad \Delta a_1 = \Delta a + \Delta_{окр} = 0,0044 + 0,00471 = 0,00911 < 0,01.$$

Значит, и в округленном числе 2,35 все три цифры верны.

Пример 2.3.

Найти предельную абсолютную и относительную погрешности числа 12,384, если оно имеет только верные цифры.

Решение.

Так как все пять цифр числа a=12,384 верны, то $\Delta a = 0,001; \quad \delta a = \frac{0,001}{12,384} = 0,0001 = 0,01\%.$

Пример 2.4.

Вычислить и определить погрешности результата $N = \frac{(n-1)(m+n)}{(m-n)^2}$, где n=3,0567(±0,0001), m=5,72(±0,02).

Решение.

Имеем:

$n - 1 = 2,0567(\pm 0,0001),$

$m + n = 3,0567(\pm 0,0001) + 5,72(\pm 0,02) = 8,7767(\pm 0,0201),$

$m - n = 5,72(\pm 0,02) - 3,0567(\pm 0,0001) = 2,6633(\pm 0,0201),$

$$N = \frac{2,0567 \cdot 8,7767}{2,6633^2} = 2,545 \approx 2,55,$$

$$\delta N = \frac{0,0001}{2,0567} + \frac{0,0201}{8,7767} + 2 \cdot \frac{0,0201}{2,6633} = 0,0175 = 1,75\%,$$

$\Delta N = 2,55 \cdot 0,0175 = 0,045.$

Ответ: $N \approx 2,55(\pm 0,045); \ \delta N = 1,75\%.$

2.4. ПРИМЕРНЫЕ ВОПРОСЫ НА ЗАЩИТЕ РАБОТЫ

1. Что такое абсолютная и относительная погрешности?
2. Как классифицируются погрешности?
3. Что значит верная цифра?
4. Как распространяются абсолютная и относительная погрешности в арифметических действиях?
5. Как осуществить оценку погрешности значений элементарных функций?

2.5. ЗАДАНИЕ

1. Определить, какое равенство точнее.
2. Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки.
3. Найти предельную абсолютную и относительную погрешности числа, если они имеют только верные цифры.
4. Вычислить и определить погрешности результата.

Варианты заданий.

№ варианта	Задание
1	1) $\sqrt{44}=6{,}63;\ 19/41=0{,}463.$ 2) $2{,}8546;\ \delta=0{,}3\%.$ 3) $42{,}884.$ 4) $X=\left[\dfrac{(a+b)c}{m-n}\right]^2$, где $a=4{,}3(\pm0{,}05)$, $b=17{,}21(\pm0{,}02)$, $c=8{,}2(\pm0{,}05), m=12{,}417(\pm0{,}003), n=8{,}37(\pm0{,}005).$
2	1) $\sqrt{30}=5{,}48;\ 7/15=0{,}467.$ 2) $6{,}4257(\pm0{,}0024).$ 3) $0{,}537.$ 4) $X=\dfrac{m^3(a+b)}{c-d}$, где $a=13{,}5(\pm0{,}02)$, $b=3{,}7(\pm0{,}02)$, $c=34{,}5(\pm0{,}02), m=4{,}22(\pm0{,}004), d=23{,}725(\pm0{,}005).$
3	1) $\sqrt{10{,}5}=3{,}24;\ 4/17=0{,}235.$ 2) $0{,}5748(\pm0{,}0034).$ 3) $2{,}043.$ 4) $X=\dfrac{(a+b)m}{(c-d)^2}$, где $a=2{,}754(\pm0{,}001)$, $b=11{,}7(\pm0{,}04)$, $c=10{,}536(\pm0{,}002), m=0{,}56(\pm0{,}005), d=6{,}32(\pm0{,}008).$

4	1) $\sqrt{10} = 3{,}16;\ 15/7 = 2{,}14.$ 2) $0{,}34484;\ \delta = 0{,}4\%.$ 3) $0{,}745.$ 4) $X = \dfrac{(a+b)m}{\sqrt{c-d}}$, где $a = 23{,}16(\pm 0{,}02)$, $b = 8{,}23(\pm 0{,}005)$, $c = 145{,}5(\pm 0{,}08)$, $m = 0{,}28(\pm 0{,}006)$, $d = 28{,}6(\pm 0{,}1)$.
5	1) $\sqrt{4{,}8} = 2{,}19;\ 6/7 = 0{,}857.$ 2) $10{,}8441;\ \delta = 0{,}5\%.$ 3) $0{,}288.$ 4) $X = \dfrac{(a-b)c}{\sqrt{m+n}}$, где $a = 27{,}16(\pm 0{,}006)$, $b = 5{,}03(\pm 0{,}01)$, $c = 3{,}6(\pm 0{,}02)$, $m = 12{,}375(\pm 0{,}004)$, $n = 86{,}2(\pm 0{,}05)$.
6	1) $\sqrt{6{,}8} = 2{,}61;\ 12/11 = 1{,}091.$ 2) $0{,}12356(\pm 0{,}00036).$ 3) $3{,}4453.$ 4) $X = \dfrac{a+b}{\sqrt{(c-d)m}}$, где $a = 16{,}342(\pm 0{,}001)$, $b = 2{,}5(\pm 0{,}03)$, $c = 38{,}17(\pm 0{,}002)$, $m = 3{,}6(\pm 0{,}04)$, $d = 9{,}14(\pm 0{,}005)$.
7	1) $\sqrt{22} = 4{,}69;\ 2/21 = 0{,}095.$ 2) $24{,}5643;\ \delta = 0{,}1\%.$ 3) $4{,}348.$ 4) $S = \dfrac{1}{64}\pi\sqrt{D^4 - d^4}$, где $D = 36{,}5(\pm 0{,}1)$, $d = 26{,}35(\pm 0{,}005)$, $\pi = 3{,}14.$
8	1) $\sqrt{9{,}8} = 3{,}13;\ 23/15 = 1{,}53.$ 2) $8{,}3445(\pm 0{,}0022).$ 3) $0{,}576.$ 4) $X = \dfrac{m\sqrt{a-b}}{c+d}$, где $a = 9{,}542(\pm 0{,}001)$, $b = 3{,}128(\pm 0{,}002)$, $c = 0{,}172(\pm 0{,}001)$, $m = 2{,}8(\pm 0{,}03)$, $d = 5{,}4(\pm 0{,}02)$.

9	1) $\sqrt{83}=9{,}11;\ 6/11=0{,}545.$ 2) $3{,}7834(\pm 0{,}0041).$ 3) $0{,}678.$ 4) $y=\dfrac{\sqrt[3]{a-b}}{m(n-a)}$, где $a=10{,}82(\pm 0{,}03),\ b=2{,}786(\pm 0{,}0006),$ $m=0{,}28(\pm 0{,}006),\ n=14{,}7(\pm 0{,}06).$
10	1) $\sqrt{52}=7{,}21;\ 17/19=0{,}895.$ 2) $7{,}521; \delta=0{,}12\%.$ 3) $0{,}0748.$ 4) $Q=\dfrac{(2n-1)^2(x+y)}{x-y}$, где $n=2{,}0435(\pm 0{,}0001),\ x=4{,}2(\pm 0{,}05),$ $y=0{,}82(\pm 0{,}01).$
11	1) $\sqrt{44}=6{,}63;\ 21/29=0{,}723.$ 2) $13{,}6253(\pm 0{,}0021).$ 3) $2{,}16.$ 4) $X=\left[\dfrac{(a+b)c}{m-n}\right]^2$, где $a=5{,}2(\pm 0{,}04),\ b=15{,}32(\pm 0{,}01),$ $c=7{,}5(\pm 0{,}05), m=21{,}823(\pm 0{,}002),\ n=7{,}56(\pm 0{,}003).$
12	1) $\sqrt{27}=5{,}19;\ 50/19=2{,}63.$ 2) $0{,}85637; \delta=0{,}21\%.$ 3) $236{,}58.$ 4) $X=\dfrac{m^3(a+b)}{c-d}$, где $a=18{,}5(\pm 0{,}03),\ b=5{,}6(\pm 0{,}02),$ $c=26{,}3(\pm 0{,}01), m=3{,}42(\pm 0{,}003),\ d=14{,}782(\pm 0{,}006).$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 3

МЕТОДЫ ОТДЕЛЕНИЯ КОРНЕЙ УРАВНЕНИЙ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

3.1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Сформировать у студентов знания об основных методах отделения корней уравнений с одной переменной, выработать умения и навыки использования этих методов при решении конкретных уравнений.

3.2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Изучить теоретическую часть. Выполнить задания, соответствующие номеру Вашего варианта, и продемонстрируйте их преподавателю.

2. Оформите отчет по лабораторной работе, который должен содержать:

- титульный лист;
- исходные данные варианта;
- решение задачи;
- результаты решения задачи.

3.3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Пример 3.1.

Отделить корни трансцендентного уравнения $x^2 - \sin x - 1 = 0$ графически.

Решение.

1. Создайте файл Func.m (листинг 3.1), содержащий описание функции $y = x^2 - \sin x - 1$.

Листинг 3.1. Файл Func.m.

```
function z=Func(x)
z=x.^2-sin(x)-1;
```

2. Постройте график функции $y = x^2 - \sin x - 1$ в промежутке [-2; 2] (рис.3.1), выполнив в командном окне пакета MATLAB следующую последовательность операторов:

```
>> x=-2:0.1:2;
>> plot(x, Func(x)); grid on
```

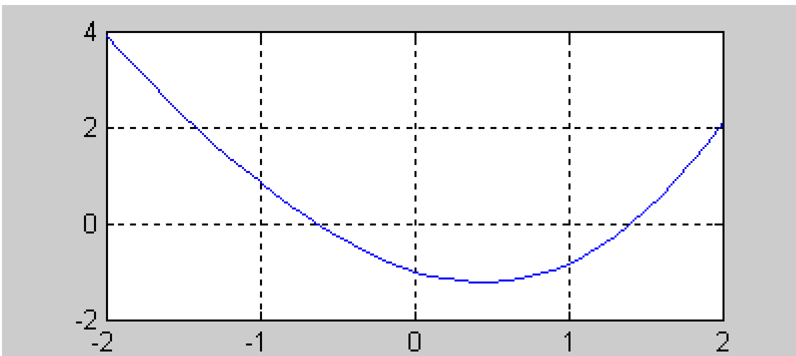

Рис. 3.1. График функции $y = x^2 - \sin x - 1$

Из рисунка видно, что функция имеет два корня: $x_1 \in [-1; 0]$ и $x_2 \in [1; 2]$.

Пример 3.2.

Методом численного отделения уменьшить промежуток изоляции корня $x_2 \in [1; 2]$ уравнения $x^2 - \sin x - 1 = 0$ до промежутка длиной 0,1.

Решение.

1. Создайте файл ChislOtd.m (листинг 3.2), содержащий описание функции, уменьшающий промежуток изоляции корня методом численного отделения.

Листинг 3.2. Файл ChislOtd.m.

```
function ChislOtd(f,x1,x2,h);
a=x1;
b=x1+h;
while b<=x2
    if feval(f,a)*feval(f,b)<=0
        a
        b
    end;
a=b;
b=b+h;
end;
```

2. Найдите новый промежуток изоляции корня:

```
>> ChislOtd('Func',1,2,0.1)
a =
    1.4000
b =
    1.5000
```

Таким образом, мы получили промежуток изоляции корня [1,4; 1,5], который имеет длину 0,1.

3.4. ПРИМЕРНЫЕ ВОПРОСЫ НА ЗАЩИТЕ РАБОТЫ

1. Что называется корнем уравнения?
2. Что значит решить уравнение?
3. Что значит отделить корень?
4. Какие существуют методы отделения корней?
5. Как находят границы расположения корней алгебраического уравнения?
6. Суть графического отделения корней уравнения.
7. Суть численного отделения корней уравнения.

3.5. ЗАДАНИЕ

1. Отделить корни трансцендентного уравнения графически.
2. Провести численное отделение корней.

Варианты заданий.

№ варианта	Задание	№ варианта	Задание
1	$\frac{x}{\ln^4(x-1)}=3$	7	$\frac{x^2}{\sqrt[4]{1+x}}-1=0$
2	$\frac{\cos^2 x}{\sin^4 x}=1$	8	$2\ln x-\frac{1}{x}+0{,}5=0$
3	$\frac{\cos x}{1-\sin x}+1=0$	9	$\frac{x}{tgx}-2=0$
4	$\frac{x}{\sqrt[4]{1+x^4}}+0{,}5=0$	10	$x\cdot 2^{\sqrt{x}}=3$
5	$\frac{x}{\sqrt[4]{1+x^4}}-1=0$	11	$\frac{1-x}{\ln\left(x^2-1\right)}+1=0$
6	$\sqrt[3]{1-x^3}=x$	12	$e^{-x}=0{,}01+\sqrt{x}$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА № 4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОРНЕЙ УРАВНЕНИЙ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

4.1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Сформировать у студентов представление о применении уравнений в различных областях деятельности, привить знания об основных этапах решения уравнения, выработать навыки использования различных методов для уточнения корня уравнения.

4.2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Изучить теоретическую часть. Выполните задания, соответствующие номеру Вашего варианта, и продемонстрируйте их преподавателю.
2. Оформите отчет по лабораторной работе, который должен содержать:
   - титульный лист;
   - исходные данные варианта;
   - решение задачи;
   - результаты решения задачи.

4.3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Пример 4.1.

Решить уравнение $x^2 - \sin x - 1 = 0$ методом половинного деления с точностью 0,001 (промежуток изоляции корня [1,4; 1,5]).

Решение.

1. Создайте файл Func.m (листинг 4.1), содержащий описание функции $y = x^2 - \sin x - 1$.

Листинг 4.1. Файл Func.m.

```
function z=Func(x)
z=x.^2-sin(x)-1;
```

2. Создайте файл Div2.m (листинг 4.2), содержащий описание функции, возвращающей значение корня уравнения методом половинного деления.

Листинг 4.1. Файл Div2.m.

```
function Div2(f,x1,x2,esp);
% f - Имя m-файла, содержащего описание функции
% x1 - Левая граница отрезка, на котором производится поиск решения
% x2 - Левая граница отрезка, на котором производится поиск решения
% eps - Точность решения
L=x2-x1;
k=0;
% k - счетчик количества итераций
while L>esp
    c=(x2+x1)/2;
    k=k+1;
    if feval(f,c)*feval(f,x1)<0
```

```
    % feval(f,c) - оператор вычисления в точке x=c значения
    % функции, описание которой находится в соответствуюшем файле.
    % Имя файла хранится в строковой переменной f
        x2=c;
    else
        x1=c;
    end;
    L=x2-x1;
end;
x=c
k
fx=feval(f,c)
% fx - значение невязки
```

3. Вычислите значение корня уравнения

```
>> Div2('Func',1.4,1.5,0.001)
x =
    1.4102
k =
     7
fx =
    0.0014
```

Ответ: решение x=1,4102 мы получили с точностью 0,001 за семь итераций. При этом значение невязки fx = 0,0014.

Пример 4.2.

Решить уравнение $x^2 - \sin x - 1 = 0$ методом итераций с точностью 0,001 (промежуток изоляции корня [1,4; 1,5]).

Решение.

1. Создайте файл Func.m (листинг 4.3), содержащий описание функции $y = x^2 - \sin x - 1$.

Листинг 4.3. Файл Func.m.

```
function z=Func(x)
z=x.^2-sin(x)-1;
```

2. Создайте файл Func1.m (листинг 4.4), содержащий описание функции $f1(x,\ m,\ f) = x - m \cdot f(x)$.

Листинг 4.4. Файл Func1.m.

```
function z=Func1(x,m,f)
z=x-m*feval(f,x);
```

3. Создайте файл Func2.m (листинг 4.5), содержащий описание функции $f2 = 1 - m \cdot f'(x)$.

Листинг 4.4. Файл Func2.m.

```
function z=Func2(x,m,f)
dx=10^-7;
x1=x+dx;
tmp1=x-m*feval(f,x);
tmp2=x1-m*feval(f,x1);
```

```
z=abs((tmp2-tmp1)/dx);
```

4. Постройте графики функций *f*1, *f*2 (рис. 4.1).

```
>> x=1.4:0.001:1.5;
>> m=0.1;
>> plot(x,Func1(x,m,'Func'));
>> hold on
>> plot(x,Func2(x,m,'Func'),'--'); grid on
```

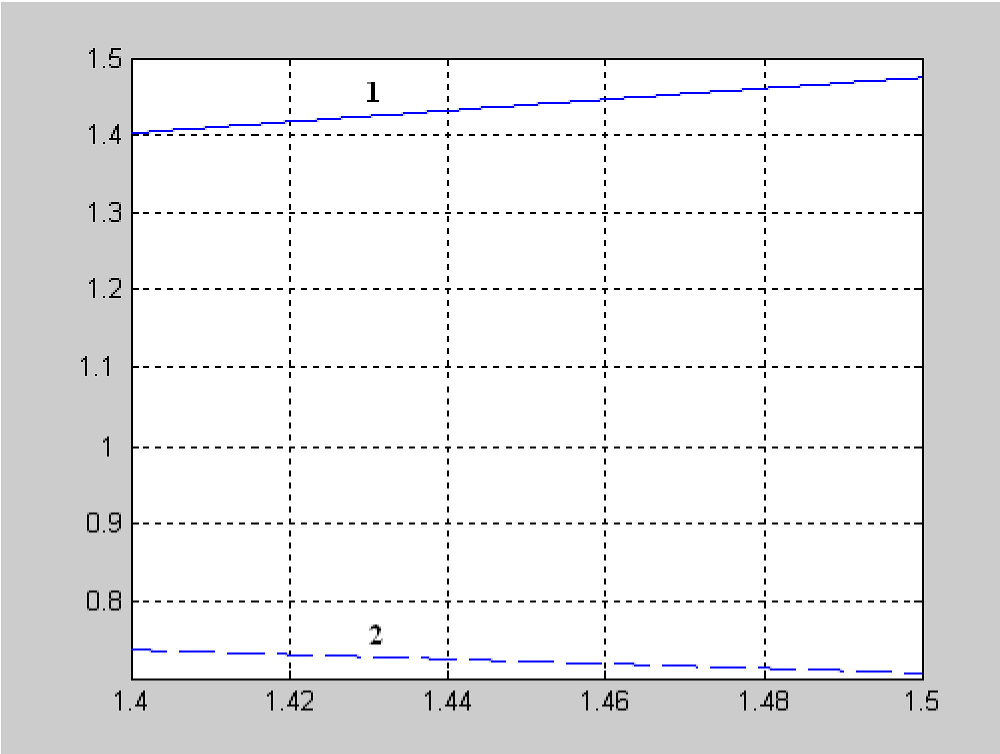

Рис. 4.1. Графики функций $f(x)=x-mF(x)$ - **1** и $f'(x)=1-mF'(x)$ - **2**.

Из рис. 4.1 видно, что в промежутке [1,4; 1,5] функция удовлетворяет условиям теоремы:

Пусть уравнение $x = f(x)$ имеет единственный корень на отрезке $[a; b]$ и выполнены условия:

1. $f(x)$ определена и дифференцируема на $[a; b]$.
2. $f(x) \in [a; b]$ для всех $x \in [a; b]$.
3. Существует такое действительное q, что $|f'(x)| \le q < 1$ для всех $x \in [a; b]$.

Тогда итерационная последовательность $x_n = f(x_{n-1})$ (n=1, 2, …) сходится при любом начальном приближении $x_0 \in [a; b]$.

5. Создайте файл Iter.m (листинг 4.5), содержащий описание функции, возвращающей значение корня уравнения методом итераций.

Листинг 4.5. Файл Iter.m.

```
function Iter(f,x0,esp,m)
x1=Func1(x0,m,f);
k=1;
while abs(x1-x0)>esp
    x0=x1;
    x1=Func1(x0,m,f);
```

```
    k=k+1;
end;
x=x1
k
fx=feval(f,x1)
```

6. Вычислите значение корня уравнения:

```
>> Iter('Func',1.4,0.001,0.1)
x =
    1.4076
k =
     5
fx =
   -0.0055
```

Ответ: решением уравнения будет число x=1,4076, полученное на 5 шаге. Значение невязки fx = -0.0055.

Пример 4.3.

Решить уравнение $x^2 - \sin x - 1 = 0$ методом касательных с точностью 0,001 (промежуток изоляции корня [1,4; 1,5]).

Решение.

1. Создайте файл Func.m (листинг 4.6), содержащий описание функции $y = x^2 - \sin x - 1$.

Листинг 4.6. Файл Func.m.

```
function z=Func(x)
z=x.^2-sin(x)-1;
```

2. Создайте файл Func1.m (листинг 4.7), содержащий описание первой производной функции $f'(x) = 2x - \cos x$.

Листинг 4.7. Файл Func1.m.

```
function z=Func1(x)
z=2*x-cos(x);
```

3. Создайте файл Func2.m (листинг 4.8), содержащий описание второй производной функции $f''(x) = 2 + \sin x$.

Листинг 4.8. Файл Func2.m.

```
function z=Func2(x)
z=2+sin(x);
```

4. Создайте файл Nuton.m (листинг 4.9), содержащий описание функции, возвращающей значение корня уравнения методом касательных.

Листинг 4.9. Файл Nuton.m.

```
function Nuton(f,f1,f2,a,b,esp)
if feval(f,a)*feval(f2,a)>0
    x0=a;
else
    x0=b;
end;
x1=x0-feval(f,x0)/feval(f1,x0);
k=1;
```

```
while abs(x1-x0)>esp
    x0=x1;
    x1=x0-feval(f,x0)/feval(f1,x0);
    k=k+1;
end;
x=x1
k
fx=feval(f,x1)
```

5. Вычислите значение корня уравнения:

```
>> Nuton('Func','Func1','Func2', 1.4,1.5,0.001)
x =
    1.4096
k =
     3
fx =
  1.4191e-010
```

Ответ: решение *x*=1,4096 мы получили с точностью 0,001 за 3 итераций. При этом значение невязки fx =1.4191e-010.

Пример 4.4.

Решить уравнение $x^2 - \sin x - 1 = 0$ методом секущих с точностью 0,001 (промежуток изоляции корня [1,4; 1,5]).

Решение.

1. Создайте файл Func.m (листинг 4.10), содержащий описание функции $y = x^2 - \sin x - 1$.

Листинг 4.10. Файл Func.m.

```
function z=Func(x)
z=x.^2-sin(x)-1;
```

2. Создайте файл Func2.m (листинг 4.11), содержащий описание второй производной функции $f''(x) = 2 + \sin x$.

Листинг 4.11. Файл Func2.m.

```
function z=Func2(x)
z=2+sin(x);
```

3. Создайте файл Hord.m (листинг 4.12), содержащий описание функции, возвращающей значение корня уравнения методом хорд.

Листинг 4.12. Файл Hord.m.

```
function Hord(f,f2,a,b,esp)
if feval(f,a)*feval(f2,a)>0
    xf=a;
    x0=b;
else
    xf=b;
    x0=a;
end;
x1=x0-feval(f,x0)*(x0-xf)/(feval(f,x0)-feval(f,xf));
k=1;
```

```
while abs(x1-x0)>esp
    x0=x1;
    x1=x0-feval(f,x0)*(x0-xf)/(feval(f,x0)-feval(f,xf));
    k=k+1;
end;
x=x1
k
fx=feval(f,x1)
```

5. Вычислите значение корня уравнения:

```
>> Hord('Func','Func2',1.4,1.5,0.001)
x =
    1.4096
k =
     2
fx =
 -6.0203e-005
```

Ответ: корень уравнения по методу хорд равен 1,4096 с точностью 0,001, найденный на втором шаге. При этом значение невязки fx =-6.0203e-005.

Решение алгебраических и трансцендентных уравнений в среде MATLAB осуществляется с помощью следующих встроенных функций: `solve()`, `fzero()`.
Функция `solve( )` представляется в следующем виде:

```
solve('f(x) ', x)
```

где:

- ✓ `'f(x)'` – решаемое уравнение, записанное в одиночных кавычках;
- ✓ `x` – искомое неизвестное.

Пример 4.5.
Пусть необходимо решить следующее уравнение:

$$x^2 - \sin x - 1 = 0\,.$$

Программа решения уравнения имеет вид:

```
>> solve('x^2-sin(x)-1=0')
```

После нажатия клавиши <Enter> получим следующее решение:

```
ans =
 1.409624
```

Функция `fzero( )` имеет следующую реализацию:

```
[x, f, e_flag, inform] = fzero('f(x) ', x0)
```

где:

- ✓ `x` – искомое неизвестное;
- ✓ `f` – значение невязки;
- ✓ `e_flag` – переменная, знак которой свидетельствует о наличии корня на данном интервале (например, `e_flag=1` – корень существует);
- ✓ `inform` – содержит три поля с именами `iterations` (количество итераций), `funcCount` (количество обращений к функции `f(x)`), и `algorithm` (наименование алгоритма, использованного для нахождения корня;
- ✓ `'f(x)'` – решаемое уравнение, записанное в одиночных кавычках;

✓ `x0` – начальное приближение или интервал поиска решения.

Пример 4.6.
Необходимо найти корни уравнения

$$y = x^2 - \sin x - 1,$$

если известно, что корни находятся в промежутках [-1, 0] и [1, 2].
Решение:

```
>> [x,f,e_flag,inform]=fzero('x^2-sin(x)-1',[-1, 0])
x =
   -0.6367
f =
     0
e_flag =
     1
inform =
    iterations: 8
    funcCount: 8
    algorithm: 'bisection, interpolation'

>> [x,f,e_flag,inform]=fzero('x^2-sin(x)-1',[1, 2])
x =
    1.4096
f =
 -1.1102e-016
e_flag =
     1
inform =
    iterations: 10
     funcCount: 10
     algorithm: 'bisection, interpolation'
```

4.4. ПРИМЕРНЫЕ ВОПРОСЫ НА ЗАЩИТЕ РАБОТЫ

1. Что называется корнем уравнения?
2. Что значит решить уравнение?
3. Каковы этапы решения уравнения с одной переменной?
4. Какие существуют методы решения уравнения с одной переменной?
5. Суть метода половинного деления.
6. Суть метода хорд. Графическая интерпретация метода.
7. Суть метода касательных. Графическая интерпретация метода.
8. Суть метода итерации.
9. Каковы достаточные условия сходимости итерационного процесса при решении уравнения $x=f(x)$ на отрезке $[a, b]$, содержащего корень, методом простой итерации?
10. Какое условие является критерием достижения заданной точности при решении уравнения $x=f(x)$ методом хорд, касательных, итераций?
11. Записать формулу нахождения значений последовательности при решении уравнения методом: хорд, касательных.
12. Как строится итерационная последовательность точек при решении уравнения методом простой итерации?

4.5. ЗАДАНИЕ

Используя варианты и результаты лабораторной работы №3 выполнить следующие задания:

1. Решить уравнение методами половинного деления, итераций, секущих и касательных с точностью 0,001.
2. Вывести на печать приближенное значение корня, количество итераций, значение невязки.
3. Провести сравнительную характеристику методов.
4. Решить уравнение в среде MATLAB с помощью встроенных функций.

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №5

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

5.1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Сформировать у студентов представление о прямых и итерационных методах решения систем линейных уравнений, выработать умения составлять и применять алгоритмы и программы для решения систем уравнений, дать навыки в использовании программных средств для решения систем уравнений.

5.2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Изучить теоретическую часть. Выполните задания, соответствующие номеру Вашего варианта, и продемонстрируйте их преподавателю.

2. Оформите отчет по лабораторной работе, который должен содержать:

- титульный лист;
- исходные данные варианта;
- решение задачи;
- результаты решения задачи.

5.3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Пример 5.1.

Найти решение системы методом Гаусса:

$$\begin{cases} 1{,}23x_1 - 3{,}25x_2 - 8{,}69x_3 = 10{,}33, \\ 7{,}03x_1 + 4{,}81x_2 + 0{,}27x_3 = -6{,}43, \\ 4{,}49x_1 - 7{,}55x_2 + 12{,}51x_3 = 41{,}53. \end{cases}$$

Решение:

Создать файл Exchange.m (листинг 5.1), содержащий описание функции, осуществляющей перестановку строк при обнаружении в текущей строке нулевого элемента на главной диагонали.

Листинг 5.1. Файл Exchange.m.

```
function z=Exchange(C,i)
k=i+1;
while C(k,i)==0
    k=k+1;
end;
for j=1:size(C,1)
    s=C(i,j);
    C(i,j)=C(k,j);
    C(k,j)=s;
end;
z=C;
```

2. Создать файл Simplex.m (листинг 5.2), содержащий описание функции, возвращающей расширенную матрицу системы к диагональному виду.

Листинг 5.2. Файл Simplex.m.

```
function z=Simplex(A,b)
N=size(A,1); % Определение числа уравнений системы
C=cat(2,A,b); % Создание расширенной матрицы системы
for i=1:N-1
    if C(i,i)==0
        C=Exchange(C,i);
    end;
    for j=0:N
        C(i,N+1-j)=C(i,N+1-j)/C(i,i);
    end;
    for m=i+1:N
        alpha=C(m,i);
        for j=i:N+1
            C(m,j)=C(m,j)-alpha*C(i,j);
        end;
    end;
end;
C(N,N+1)=C(N,N+1)/C(N,N);
C(N,N)=1;
z=C;
```

3. Создать файл Gauss.m (листинг 5.3), содержащий описание функции, возвращающей решение системы линейных уравнений методом Гаусса.

Листинг 5.3. Файл Gauss.m.

```
function z=Gauss(A,b)
C=Simplex(A,b);
N=size(A,1);
v(N)=C(N,N+1);
for j=1:N-1
    s=0;
    for k=0:j-1
        s=s+C(N-j,N-k)*v(N-k);
    end;
    v(N-j)=(C(N-j,N+1)-s)/C(N-j,N-j);
end;
z=v';
```

4. Задать матрицу системы линейных уравнений:

```
>> A=[1.23,-3.25,-8.69;7.03,4.81,0.27;4.49,-7.55,12.51]

A =

    1.2300   -3.6900   -8.6900
    7.0300    4.8100    0.2700
    4.4900   -7.5500   12.5100
```

5. Задать вектор-столбец свободных членов:

```
>> b=[10.33;-6.43;41.53]

b =

   10.3300
   -6.4300
   41.5300
```

6. Решить систему уравнений, использую функцию `Gauss( )`:

```
>> x=Gauss(A,b)

x =

    1.6468
   -3.7694
    0.4540
```

7. Проверить правильность решения системы линейных уравнений:

```
>> A*x

ans =

   10.3300
   -6.4300
   41.5300
```

Ответ: решением системы методом Гаусса является вектор-столбец $x = \begin{pmatrix} 1{,}6467 \\ -3{,}7694 \\ 0{,}4540 \end{pmatrix}$.

Пример 5.2.

Решить систему линейных алгебраических уравнений методом итерации с точностью 0,001:

$$\begin{cases} 1{,}23x_1 - 3{,}25x_2 - 8{,}69x_3 = 10{,}33, \\ 7{,}03x_1 + 4{,}81x_2 + 0{,}27x_3 = -6{,}43, \\ 4{,}49x_1 - 7{,}55x_2 + 12{,}51x_3 = 41{,}53. \end{cases}$$

Решение:

Для начала преобразуем данную систему к виду пригодному для итерационного процесса:

1. Возьмем первым уравнением второе, третьим - третье, а вторым сумму первого и третьего уравнений:

$$\begin{cases} 7{,}03x_1 + 4{,}81x_2 + 0{,}27x_3 = -6{,}43, \\ 5{,}72x_1 - 10{,}8x_2 + 3{,}82x_3 = 51{,}86, \\ 4{,}49x_1 - 7{,}55x_2 + 12{,}51x_3 = 41{,}53. \end{cases}$$

2. Разделим каждое уравнение на диагональный коэффициент и выразим из каждого уравнения диагональное неизвестное:

$$\begin{cases} x_1 = -0{,}6842x_2 - 0{,}0384x_3 - 0{,}9146, \\ x_2 = 0{,}5296x_1 + 0{,}3537x_3 - 4{,}8018, \\ x_3 = -0{,}3589x_1 + 0{,}6035x_2 + 3{,}3197. \end{cases}$$

3. Создайте файл Iterac.m (листинг 5.4), содержащий описание функции, возвращающей решение системы линейных уравнений методом простой итерации.

Листинг 5.4. Файл Iterac.m.

```
function Iterac(C1,d1,eps)
N=size(C1,1);
R1=d1;
q1=R1;
q2=(C1*q1)+R1;
```

```
p=0;
s=0;
for i=1:N
    if abs(q2(i)-q1(i))>s
        s=abs(q2(i)-q1(i));
    end;
end;
while s>eps
    p=p+1;
    q1=q2;
    q2=(C1*q1)+R1;
    s=0;
    for i=1:N
    if abs(q2(i)-q1(i))>s
        s=abs(q2(i)-q1(i));
    end;
end;
end;
q2
(C1*q2)+R1-q2
p
abs(q2-q1)
```

4. Задайте матрицу системы, приведенной к виду, пригодному для метода простой итерации:

```
>> A=[0,-0.6842,-0.0384;0.5296,0,0.3537;-0.3589,0.6035,0]

A =

         0   -0.6842   -0.0384
    0.5296         0    0.3537
   -0.3589    0.6035         0
```

5. Задайте вектор-столбец свободных членов:

```
>> b=[-0.9146;-4.8018;3.3197]

b =

   -0.9146
   -4.8018
    3.3197
```

6. Найдите решение системы линейных уравнений:

```
>> Iterac(A,b,0.001)

q2 =
    1.6469
   -3.7688
    0.4537

ans =
 1.0e-003 *

   -0.3175
   -0.3475
    0.4688

p =
    11

ans =
  1.0e-003 *
```

```
    0.5043
    0.4768
    0.2273
```

Ответ: решением системы является вектор-столбец $x = \begin{pmatrix} 1{,}6469 \\ -3{,}7688 \\ 0{,}4537 \end{pmatrix}$, полученный на 11 шаге итерации.

Пример 5.3.

Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Зейделя с точностью 0,001:

$$\begin{cases} 1{,}23x_1 - 3{,}25x_2 - 8{,}69x_3 = 10{,}33, \\ 7{,}03x_1 + 4{,}81x_2 + 0{,}27x_3 = -6{,}43, \\ 4{,}49x_1 - 7{,}55x_2 + 12{,}51x_3 = 41{,}53. \end{cases}$$

Решение:

1. Создать файл Zeidel.m (листинг 5.5), содержащий описание функции, выполняющей последовательно: а) приведение системы к нормальному виду; б) приведение нормальной системы к виду, пригодному для итерационного процесса Зейделя; в) реализацию итерационного процесса Зейделя.

Листинг 5.5 Файл Zeidel.m.

```
function Zeidel(A,b,eps);
N=size(A,1);
% Приведение системы к нормальному виду
C=A'*A;
D=A'*b;
% Приведение системы к виду, пригодному для итерационного процесса
for i=1:N
    D1(i)=D(i)/C(i,i);
end;
D1=D1'; % Транспонирование матрицы
d1=D1;
for i=1:N
    for j=1:N
        if i==j
            C1(i,j)=0;
        else
            C1(i,j)=-C(i,j)/C(i,i);
        end;
    end;
end;
% Решение СЛАУ методом Зейделя
R1=d1;
q1=R1;
% Создание матрицы для хранения промежуточных данных
t=size(C1);
N=t(1,1);
```

```
q2=zeros(t(1,1),1);
% Цикл вычислений
p=0;
s=0;
for i=1:N
    if abs(q2(i)-q1(i))>s
        s=abs(q2(i)-q1(i));
    end;
end;
while s>eps
    q2=q1;
    p=p+1;
    for f=1:N
       v=(C1*q1)+R1;
       x(f,1)=v(f,1);
       q1(f,1)=x(f,1);
    end;
    s=0;
    for i=1:N
    if abs(q2(i)-q1(i))>s
        s=abs(q2(i)-q1(i));
    end;
end;
    q1=x;
end;
'Ответы:'
q2
'Проверка:'
A*q2
'число проходов:'
p
abs(q2-q1)
```

2. Задать значения коэффициентов при неизвестных исходной системы линейных уравнений и столбец свободных членов:

```
>> A=[1.23,-3.25,-8.69;7.03,4.81,0.27;4.49,-7.55,12.51];
>> b=[10.33;-6.43;41.53];
```

3. Вычислить решение системы линейных уравнений, используя функцию `Zeidel()`:

```
>> Zeidel(A,b,0.001)
ans =
Ответы:
q2 =
    1.6461
   -3.7683
    0.4543
ans =
Проверка:
ans =
   10.3235
   -6.4304
   41.5255
ans =
число проходов:
p =
```

```
      8
ans =
  1.0e-003 *
    0.4400
    0.5685
    0.2488
```

Ответ: решением системы трех линейных уравнений является вектор $x = \begin{pmatrix} 1{,}6461 \\ -3{,}7683 \\ 0{,}4543 \end{pmatrix}$, найденный на восьмом шаге итерации.

Рассмотрим решение систем линейных уравнений с помощью встроенной функции `solve()`:

```
solve (' f1',  'f2 ', …,  'fn ', x1, x2, …, xn)
```

где:

- ✓ `'fi '` – i-е уравнение системы, i=1, 2, …, n;
- ✓ `xi` – i-е неизвестное, i=1, 2, …, n.

Перед функцией `solve()` необходимо с помощью функции `syms` определить символьные переменные.

Пример 5.4.

Пусть необходимо решить следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} 1{,}23x_1 - 3{,}25x_2 - 8{,}69x_3 = 10{,}33, \\ 7{,}03x_1 + 4{,}81x_2 + 0{,}27x_3 = -6{,}43, \\ 4{,}49x_1 - 7{,}55x_2 + 12{,}51x_3 = 41{,}53. \end{cases}$$

Программа решения системы уравнений имеет вид:

```
>> syms x1 x2 x3;
>>   Y=solve('1.23*x1-3.25*x2-8.69*x3=10.33',   '7.03*x1+4.81*x2+0.27*x3=-6.43',
'4.49*x1-7.55*x2+12.51*x3=41.53')
```

После нажатия клавиши <Enter> получим ответ в следующем виде:

```
Y =
    x1: [1x1 sym]
    x2: [1x1 sym]
    x3: [1x1 sym]
```

Программа задачу решила, но не выдала значения неизвестных x_1, x_2, x_3. Для их получения необходимо воспользоваться командой `Y.k`, где `k` – имя неизвестного. В нашем случае решение будет иметь вид:

```
>> Y.x1
 ans =
1.6467696870844978837212332256586

>> Y.x2
ans =
-3.7690989344414828576791743237764

>> Y.x3
ans =
.45398138688708304769095896660916
```

5.4. ПРИМЕРНЫЕ ВОПРОСЫ НА ЗАЩИТЕ РАБОТЫ

1. Какие вы знаете группы методов решения систем линейных уравнений?

2. Какие методы относятся к прямым методам решения систем линейных уравнений?
3. Какие методы относятся к приближенным методам решения систем линейных уравнений?
4. Что значит решить систему уравнений?
5. В чем заключается суть метода Гаусса для решения систем линейных уравнений?
6. В чем заключается суть метода Жордана-Гаусса для решения систем линейных уравнений?
7. В чем заключается суть метода простой итерации для решения систем уравнений?
8. Как привести систему к виду с преобладающими диагональными коэффициентами?
9. В чем заключается суть метода Зейделя для решения систем уравнений?

5.5. ЗАДАНИЕ

1. Решить СЛАУ методом Гаусса с точностью 0,001.
2. Решить СЛАУ методом простой итерации с точностью 0,001.
3. Решить СЛАУ методом Зейделя с точностью 0,001.
4. Провести сравнительную характеристику методов.
5. Решить СЛАУ в системе MATLAB с помощью встроенной функции.

Варианты заданий.

№ варианта	Задание
1	$\begin{cases} 4{,}4x_1 - 2{,}5x_2 + 19{,}2x_3 - 10{,}8x_4 = 4{,}3, \\ 5{,}5x_1 - 9{,}3x_2 - 14{,}2x_3 + 13{,}2x_4 = 6{,}8, \\ 7{,}1x_1 - 11{,}5x_2 + 5{,}3x_3 - 6{,}7x_4 = -1{,}8, \\ 14{,}2x_1 + 23{,}4x_2 - 8{,}8x_3 + 5{,}3x_4 = 7{,}2. \end{cases}$
2	$\begin{cases} 8{,}2x_1 - 3{,}2x_2 + 14{,}2x_3 + 14{,}8x_4 = -8{,}4, \\ 5{,}6x_1 - 12x_2 + 15x_3 - 6{,}4x_4 = 4{,}5, \\ 5{,}7x_1 + 3{,}6x_2 - 12{,}4x_3 - 2{,}3x_4 = 3{,}3, \\ 6{,}8x_1 + 13{,}2x_2 - 6{,}3x_3 - 8{,}7x_4 = 14{,}3. \end{cases}$
3	$\begin{cases} 5{,}7x_1 - 7{,}8x_2 - 5{,}6x_3 - 8{,}3x_4 = 2{,}7, \\ 6{,}6x_1 + 13{,}1x_2 - 6{,}3x_3 + 4{,}3x_4 = -5{,}5, \\ 14{,}7x_1 - 2{,}8x_2 + 5{,}6x_3 - 12{,}1x_4 = 8{,}6, \\ 8{,}5x_1 + 12{,}7x_2 - 23{,}7x_3 + 5{,}7x_4 = 14{,}7. \end{cases}$
4	$\begin{cases} 3{,}8x_1 + 14{,}2x_2 + 6{,}3x_3 - 15{,}5x_4 = 2{,}8, \\ 8{,}3x_1 - 6{,}6x_2 + 5{,}8x_3 + 12{,}2x_4 = -4{,}7, \\ 6{,}4x_1 - 8{,}5x_2 - 4{,}3x_3 + 8{,}8x_4 = 7{,}7, \\ 17{,}1x_1 - 8{,}3x_2 + 14{,}4x_3 - 7{,}2x_4 = 13{,}5. \end{cases}$

5	$\begin{cases} 15{,}7x_1 + 6{,}6x_2 - 5{,}7x_3 + 11{,}5x_4 = -2{,}4, \\ 8{,}8x_1 - 6{,}7x_2 + 5{,}5x_3 - 4{,}5x_4 = 5{,}6, \\ 6{,}3x_1 - 5{,}7x_2 - 23{,}4x_3 + 6{,}6x_4 = 7{,}7, \\ 14{,}3x_1 + 8{,}7x_2 - 15{,}7x_3 - 5{,}8x_4 = 23{,}4. \end{cases}$
6	$\begin{cases} 4{,}3x_1 - 12{,}1x_2 + 23{,}2x_3 - 14{,}1x_4 = 15{,}5, \\ 2{,}4x_1 - 4{,}4x_2 + 3{,}5x_3 + 5{,}5x_4 = 2{,}5, \\ 5{,}4x_1 + 8{,}3x_2 - 7{,}4x_3 - 12{,}7x_4 = 8{,}6, \\ 6{,}3x_1 - 7{,}6x_2 + 1{,}34x_3 + 3{,}7x_4 = 12{,}1. \end{cases}$
7	$\begin{cases} 14{,}4x_1 - 5{,}3x_2 + 14{,}3x_3 - 12{,}7x_4 = -14{,}4, \\ 23{,}4x_1 - 14{,}2x_2 - 5{,}4x_3 + 2{,}1x_4 = 6{,}6, \\ 6{,}3x_1 - 13{,}2x_2 - 6{,}5x_3 + 14{,}3x_4 = 9{,}4, \\ 5{,}6x_1 + 8{,}8x_2 - 6{,}7x_3 - 23{,}8x_4 = 7{,}3. \end{cases}$
8	$\begin{cases} 1{,}7x_1 + 10x_2 - 1{,}3x_3 + 2{,}1x_4 = 3{,}1, \\ 3{,}1x_1 + 1{,}7x_2 - 2{,}1x_3 + 5{,}4x_4 = 2{,}1, \\ 3{,}3x_1 - 7{,}7x_2 + 4{,}4x_3 - 5{,}1x_4 = 1{,}9, \\ 10x_1 - 20{,}1x_2 + 20{,}4x_3 + 1{,}7x_4 = 1{,}8. \end{cases}$
9	$\begin{cases} 1{,}7x_1 - 1{,}8x_2 + 1{,}9x_3 - 57{,}4x_4 = 10, \\ 1{,}1x_1 - 4{,}3x_2 + 1{,}5x_3 - 1{,}7x_4 = 19, \\ 1{,}2x_1 + 1{,}4x_2 + 1{,}6x_3 + 1{,}8x_4 = 20, \\ 7{,}1x_1 - 1{,}3x_2 - 4{,}1x_3 + 5{,}2x_4 = 10. \end{cases}$
10	$\begin{cases} 6{,}1x_1 + 6{,}2x_2 - 6{,}3x_3 + 6{,}4x_4 = 6{,}5, \\ 1{,}1x_1 - 1{,}5x_2 + 2{,}2x_3 - 3{,}8x_4 = 4{,}2, \\ 5{,}1x_1 - 5{,}0x_2 + 4{,}9x_3 - 4{,}8x_4 = 4{,}7, \\ 1{,}8x_1 + 1{,}9x_2 + 2{,}0x_3 - 2{,}1x_4 = 2{,}2. \end{cases}$
11	$\begin{cases} 2{,}2x_1 - 3{,}1x_2 + 4{,}2x_3 - 5{,}1x_4 = 6{,}01, \\ 1{,}3x_1 + 2{,}2x_2 - 1{,}4x_3 + 1{,}5x_4 = 10, \\ 6{,}2x_1 - 7{,}4x_2 + 8{,}5x_3 - 9{,}6x_4 = 1{,}1, \\ 1{,}2x_1 + 1{,}3x_2 + 1{,}4x_3 + 4{,}5x_4 = 1{,}6. \end{cases}$
12	$\begin{cases} 35{,}8x_1 + 2{,}1x_2 - 34{,}5x_3 - 11{,}8x_4 = 0{,}5, \\ 27{,}1x_1 - 7{,}5x_2 + 11{,}7x_3 - 23{,}5x_4 = 12{,}8, \\ 11{,}7x_1 + 1{,}8x_2 - 6{,}5x_3 + 7{,}1x_4 = 1{,}7, \\ 6{,}3x_1 + 10x_2 + 7{,}1x_3 + 3{,}4x_4 = 20{,}8. \end{cases}$

ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА №6

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

6.1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Сформировать у студентов представление о методах решения систем нелинейных уравнений, привить умения составлять и применять алгоритмы для решения таких систем уравнений, выработать навыки в использовании программных средств для решения систем уравнений.

6.2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Изучить теоретическую часть. Выполните задания, соответствующие номеру Вашего варианта, и продемонстрируйте их преподавателю.
2. Оформите отчет по лабораторной работе, который должен содержать:

- титульный лист;
- исходные данные варианта;
- решение задачи;
- результаты решения задачи.

6.3. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

Пример 6.1.
Решить систему нелинейных уравнений методом Ньютона с точностью 0,001:

$$\begin{cases} \sin(x-0{,}6) - y = 1{,}6, \\ 3x - \cos y = 0{,}9. \end{cases}$$

Решение:
Перепишем данную систему в виде

$$\begin{cases} y = \sin(x-0{,}6) - 1{,}6, \\ x = \dfrac{0{,}9+\cos y}{3}. \end{cases}$$

Отделение корней произведем графически:

```
>> x1=-2:0.1:2;
>> y1=sin(x1-0.6)-1.6;
>> y2=-3:0.1:3;
>> x2=(0.9+cos(y2))/3;
>> plot(x1, y1, 'R', x2, y2)
>> grid on
```

Получим следующие графики:

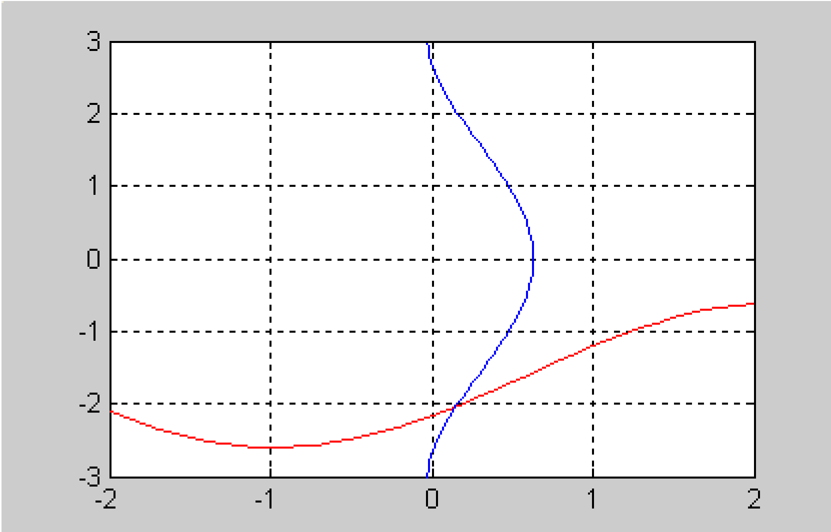

Рис. 6.1. Графики функций: $\sin(x-0{,}6)-y=1{,}6$ (красная линия) и $3x-\cos y=0{,}9$ (синяя линия)

Из графика видно, что система имеет одно решение, заключенное в области *D*: 0<*x*<0,5, -2,5<*y*<-1,5.

Перепишем систему в следующем виде:

$$\begin{cases} F(x,y)=\sin(x-0{,}6)-y-1{,}6=0, \\ G(x,y)=3x-\cos y-0{,}9=0. \end{cases}$$

Найдем частные производные:

$$\begin{cases} F'_x(x,y)=\cos(x-0{,}6), \\ G'_x(x,y)=3, \end{cases} \qquad \begin{cases} F'_y(x,y)=-1, \\ G'_y(x,y)=\sin y. \end{cases}$$

Возьмем начальное приближение $x_0=0{,}1$, $y_0=-2$.

1. Создайте файл F_6.m (листинг 6.1), содержащий описание функции $F(x,y)=\sin(x-0{,}6)-y-1{,}6=0$.

Листинг 6.1. Файл F_6.m.

```
function z=F_6(x,y)
z=sin(x-0.6)-y-1.6;
```

2. Создайте файл G_6.m (листинг 6.2), содержащий описание функции $G(x,y)=3x-\cos y-0{,}9=0$.

Листинг 6.2. Файл G_6.m.

```
function z=G_6(x,y)
z=3*x-cos(y)-0.9;
```

3. Создайте файл Fx_6.m (листинг 6.3), содержащий описание функции $F'_x(x,y)=\cos(x-0{,}6)$.

Листинг 6.3. Файл Fx_6.m.

```
function z=Fx_6(x,y)
z=cos(x-0.6);
```

4. Создайте файл Fy_6.m (листинг 6.4), содержащий описание функции $F'_y(x,y)=-1$.

Листинг 6.4. Файл Fy_6.m.

```
function z=Fy_6(x,y)
```

```
z=-1;
```

5. Создайте файл Gx_6.m (листинг 6.5), содержащий описание функции $G'_x(x, y) = 3$.

Листинг 6.5. Файл Gx_6.m.

```
function z=Gx_6(x,y)
z=3;
```

6. Создайте файл Gy_6.m (листинг 6.6), содержащий описание функции $G'_y(x, y) = \sin y$.

Листинг 6.6. Файл Gy_6.m.

```
function z=Gy_6(x,y)
z=sin(y);
```

7. Создайте файл SysNuton.m (листинг 6.7), содержащий описание функции, возвращающей решение системы нелинейных уравнений методом Ньютона.

Листинг 6.7. Файл SysNuton.m.

```
function SysNuton(f,g,fx,fy,gx,gy,x0,y0,esp)
x1=x0+(feval(g,x0,y0)*feval(fy,x0,y0)-
feval(f,x0,y0)*feval(gy,x0,y0))/(feval(fx,x0,y0)*feval(gy,x0,y0)-
feval(fy,x0,y0)*feval(gx,x0,y0));
y1=y0+(feval(f,x0,y0)*feval(gx,x0,y0)-
feval(g,x0,y0)*feval(fx,x0,y0))/(feval(fx,x0,y0)*feval(gy,x0,y0)-
feval(fy,x0,y0)*feval(gx,x0,y0));
k=1;
while abs(x1-x0)>esp & abs(y1-y0)>esp
    x0=x1;
    y0=y1;
    x1=x0+(feval(g,x0,y0)*feval(fy,x0,y0)-
feval(f,x0,y0)*feval(gy,x0,y0))/(feval(fx,x0,y0)*feval(gy,x0,y0)-
feval(fy,x0,y0)*feval(gx,x0,y0));
    y1=y0+(feval(f,x0,y0)*feval(gx,x0,y0)-
feval(g,x0,y0)*feval(fx,x0,y0))/(feval(fx,x0,y0)*feval(gy,x0,y0)-
feval(fy,x0,y0)*feval(gx,x0,y0));
    k=k+1;
end;
x=x1
y=y1
k
```

8. Найдите решение системы:

```
>> SysNuton('F_6','G_6','Fx_6','Fy_6','Gx_6','Gy_6',0.1,-2,0.001)
x =
    0.1511
y =
   -2.0340
k =
     2
```

Таким образом, мы получили решение системы x =0.1511, y =-2.0340 за две итерации.

Решение систем нелинейных уравнений в MATLAB осуществляется функцией `fsolve()`, которая имеет вид:

```
fsolve('file', x0)
```

где `file` – система уравнений, сохраненная в m-файле.

Пример 6.2.

Пусть содержимое файла имеет вид:

```
function F=myfun(x)
F=[sin(x(1)-0.6)-x(2)-1.6; 3*x(1)-cos(x(2))-0.9]
```

Программа и результаты решения имеют вид:

```
>> x0=[0.1;-2];
>> X=fsolve('myfun',x0)
X =
    0.1511
   -2.0340
```

6.4. ПРИМЕРНЫЕ ВОПРОСЫ НА ЗАЩИТЕ РАБОТЫ

1. Какие вы знаете методы решения систем нелинейных уравнений?
2. В чем заключается суть метода Ньютона для решения систем нелинейных уравнений?
3. В чем заключается суть метода простой итерации для решения систем уравнений?
4. В чем заключается суть методов спуска для решения систем нелинейных уравнений? Какие виды методов спуска вы знаете?

6.5. ЗАДАНИЕ

1. Отделить решение системы графически.
2. Решить систему методом Ньютона с точностью 0,001.

Варианты заданий.

№ варианта	Задание
1	$\begin{cases} tg(xy+0{,}4)=x^2; \\ 0{,}6x^2+2y^2=1,\ x>0,\ y>0. \end{cases}$
2	$\begin{cases} \sin(x+y)-1{,}6x=0; \\ x^2+y^2=1,\ x>0,\ y>0. \end{cases}$
3	$\begin{cases} tg(xy+0{,}1)=x^2; \\ x^2+2y^2=1. \end{cases}$
4	$\begin{cases} \sin(x+y)-1{,}2x=0{,}2; \\ x^2+y^2=1. \end{cases}$
5	$\begin{cases} tg(xy+0{,}3)=x^2; \\ 0{,}9x^2+2y^2=1. \end{cases}$
6	$\begin{cases} \sin(x+y)-1{,}3x=0; \\ x^2+y^2=1. \end{cases}$

7	$\begin{cases} tg\, xy = x^2; \\ 0{,}8x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$
8	$\begin{cases} \sin(x + y) - 1{,}5x = 0{,}1; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$
9	$\begin{cases} tg\, xy = x^2; \\ 0{,}7x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$
10	$\begin{cases} \sin(x + y) - 1{,}2x = 0{,}1; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$
11	$\begin{cases} tg(xy + 0{,}2) = x^2; \\ 0{,}6x^2 + 2y^2 = 1. \end{cases}$
12	$\begin{cases} \sin(x + y) = 1{,}5x - 0{,}1; \\ x^2 + y^2 = 1. \end{cases}$

ЛИТЕРАТУРА

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.:Наука, 1987.

2. Вержбицкий В.М. Основы численных методов: Учебник для вузов. – 2-е изд., перераб. – М.: Высш.шк.,2005.

3. Гусак А.А. Справочник по высшей математике. – Мн.: ТетраСистемс, 2004.

4. Гутер Р.С., Овчинский Б.В. Элементы численного анализа и математической обработки результатов опыта. – М.: Изд-во «Наука», 1970.

5. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 ч. Учебное пособие для вузов/ П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. - М.,2005.

6. Математический практикум./под ред. Г.Н. Положего/ - М., 1960.

7. Поршнев С.В. Вычислительная математика. Курс лекций. – СПб.:БХВ-Петербург, 2004.

8. Поршнев С.В., Беленкова И.В. Численные методы на базе Mathcad. – СПб.:БХВ-Петербург, 2005.

9. Сдвижков О.А. Математика в Excel 2003. – М.: СОЛОН-Пресс,2005.

СОДЕРЖАНИЕ

Формат 60х84 1/12
Объем 43 стр. 3,6 печатный лист
Тираж 20 экз.,
Отпечатано
в редакционно-издательском отделе
КГУТиИ им. Ш Есенова
г.Актау, 32 мкр.